

# [113] 鉄筋コンクリート部材のせん断強度について

正会員 ○ 南 宏一 (大阪工業大学)

正会員 若林 実 (京都大学)

## 1. 序

コンクリート系部材（鉄筋コンクリート、プレストレスト・コンクリート、鉄骨鉄筋コンクリートなど）のせん断強度を塑性解析の手法を用いて理論的に求めようとする試みは、国内および国外のいずれにおいても積極的に行なわれつつあり、理論的なアプローチが極めて困難であったせん断問題に関しても、今後理論解がたてられていくものと考えられる。鉄筋コンクリート部材の圧縮と曲げを受ける場合の曲げ強度に関しては完成された理論解があり、いわゆる拡張累加強度理論（極めて解析的な取り扱いが単純で、かつ明解なもの）によつても妥当な解が得られることが明らかにされている。本論はこの拡張累加強度理論を応用して、圧縮、曲げおよびせん断の組合せ応力状態に対する鉄筋コンクリート部材の強度を解析解によって表現し、従来個別的に取り扱われてきた鉄筋コンクリート部材の圧縮強度、曲げ強度およびせん断強度の関連性を統一的および有機的に把握することを試みるものであり、ここでは解析手法とその解析解の概要を示すものである。

## 2. 解析の基本仮定

一般的に鉄筋コンクリート部材のせん断力伝達には、はり機構 (BEAM MECHANISM) とアーチ機構 (ARCH MECHANISM) が混在する。弾性状態から終局状態に至る過程のそれぞれの機構によるせん断抵抗力を決定することはせん断問題を解明する上で極めて重要なことであるが、本論では終局状態のみに着目して、図 1 に示すように、主筋、帯筋および  $r^b$  の幅を持つコンクリート部分で構成されるはり機構と、

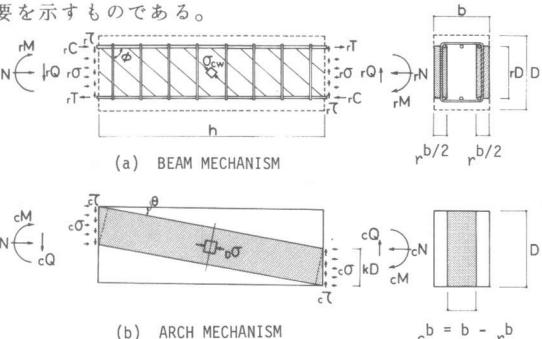


図 1 鉄筋コンクリート部材のせん断抵抗機構  
— (a) BEAM MECHANISM — (b) ARCH MECHANISM —

( $b - r^b$ ) の幅を持つ無筋コンクリート部分で構成されるアーチ機構によってせん断力を伝達しているものと仮定する。<sup>\*</sup> それぞれの抵抗機構に対して静的許容応力場を満足する強度 ( $r^M, r^N, r^Q$ ) および ( $c^M, c^N, c^Q$ ) が決定されると、部材としての強度 ( $M, N, Q$ ) は、

$$M = r^M + c^M, \quad N = r^N + c^N, \quad Q = r^Q + c^Q \quad (1)$$

と拡張累加強度理論にもとづいて与えられるものとする。ただし、本論では材端に作用する応力は逆対称の曲げせん断の状態にあるものとして

$$M / Q = r^M / r^Q = c^M / c^Q = h / 2 \quad (2)$$

の関係が成立するものとする。なお、はり機構およびアーチ機構に対してそれぞれの強度が累加できる程度以上に塑性変形が生じるものとし、構成材料であるコンクリートはシリンダー圧縮強度  $F_c$  を保ったまま圧縮塑性変形を、鋼材は降伏応力度 ( $r^{\sigma_y}$  および  $r_w^{\sigma_y}$  ) を保ったまま引張あるいは圧縮の塑性変形を生じるものとする。

## 3. はり機構による $r^n - r^q$ 方程式

図 1 (a) を参照して、引張あるいは圧縮に抵抗する主筋と、引張に抵抗する帯筋および材軸に対して  $\phi$  の角度をなす  $r^b$  の幅を有するコンクリート束材（ただし、 $\sigma_{cw} = F_c$ ）によって構成される、はり機構のせん断強度  $r^q$  は、帯筋の引張降伏で決まる場合は、<sup>\*\*</sup>

\* この手法は文献 3)、4) とほぼ同様のものであるが、アーチ機構として無筋コンクリートのみを考える点が異っており、トラス材としての節点の取り扱いの繁雑さを考えなくとも良いところに手法の一つの特色がある。

\*\* ただし本論でははり機構のせん断抵抗力が最大値をとる条件より  $\phi = \pi / 4$  として以下の議論を進めている。

$$r^q = r^{\mu_w} \cdot r^{D_1} \quad : -2r^{\mu_t} + r^{\mu_w} \cdot (r^{D_1} + n) \leq r^n \leq 2r^{\mu_t} + r^{\mu_w} \cdot (r^{D_1} - n) \quad (3)$$

によって、また主筋の引張あるいは圧縮によって決まる場合には

$$r^n = -2r^{\mu_t} + (1 + n / r^{D_1}) \cdot r^q \quad : -2r^{\mu_t} \leq r^n < -2r^{\mu_t} + r^{\mu_w} \cdot (r^{D_1} + n) \quad (4)$$

$$r^n = 2r^{\mu_t} + (1 - n / r^{D_1}) \cdot r^q \quad : 2r^{\mu_t} + r^{\mu_w} \cdot (r^{D_1} - n) < r^n \leq 2r^{\mu_t} \quad (5)$$

によってそれぞれ表わされる。このはり機構による抵抗せん断力の最大値は、上端および下端の主筋が同時に降伏する場合に対してあたえられ、この状態の抵抗せん断力  $r^{q_0}$  は

$$r^{q_0} = 2r^{\mu_t} \cdot r^{D_1} / n \quad (6)$$

であたえられ、このせん断抵抗に対して必要な帶筋量  $r^{\mu_{w0}}$  は

$$r^{\mu_{w0}} = 2r^{\mu_t} / n \quad (7)$$

となり、いわゆる曲げ圧縮破壊を生じさせるのに必要な帶筋量が求まる。はり機構を構成するのに必要なコンクリートの幅  $r^{b_1}$  ( $= r^b / b$ ) はこの機構の抵抗せん断力に応じて変化し、帶筋の引張降伏によって強度が決定される場合 ((3)式) には  $r^{b_1} = 2r^{\mu_w}$  、主筋の引張および圧縮の同時降伏によって強度が決定される場合 ((6)式) では  $r^{b_1} = 4r^{\mu_t} / n$  、および (4)式あるいは (5)式で強度が決定される場合には  $r^{b_1} = r^q / r^{D_1}$  となり、したがってアーチ機構としての抵抗に寄与するコンクリートの幅  $c^{b_1}$  ( $= c^b / b$ ,  $c^b = b - r^b$ ) は前述のそれぞれの状況に応じて  $c^{b_1} = 1 - 2r^{\mu_w}$ ,  $c^{b_1} = 1 - 4r^{\mu_t} / n$  および  $c^{b_1} = 1 - r^q / r^{D_1}$  と求められる。

#### 4. アーチ機構による $c^n - c^q$ 方程式

はり機構で用いられた残りの幅  $c^b$  を持つ無筋コンクリートの両材端部の圧縮域に一様な垂直応力度  $c^\sigma$  と一様なせん断応力度  $c^\tau$  が作用して、その合力としての一軸圧縮応力度  $D^\sigma$  が材軸に対して  $\theta$  の角度を持つ方向に作用し、 $D^\sigma$  が  $F_c$  の値になった時このアーチ機構の強度が発現されると仮定すると、そのせん断強度  $c^q$  は、

$$c^q = c^{b_1} \{ \sqrt{4c^n / c^{b_1} \cdot (1 - c^n / c^{b_1}) + n^2} - n \} / 2 : 0 \leq c^n \leq c^{b_1} \quad (8)^*$$

とあたられる。したがって  $c^{b_1}$  の値として上述のそれぞれの値を代入すれば、はり機構のせん断強度に応じてアーチ機構によるせん断強度が決定されることになる。

#### 5. 拡張累加強度理論の適用

はり機構による強度 ( $r^n - r^q$  方程式) とアーチ機構による強度 ( $c^n - c^q$  方程式) に対して拡張累加強度理論を適用して、それぞれの強度を累加することによって鉄筋コンクリート部材としての強度 ( $n - q$  方程式) が与えられるが、この場合、通常の拡張累加強度理論に用いられる手法を直接的には適用することはできない。図2に累加に対する模式図を示すが、 $r^I$  ははり機構による  $r^n - r^q$  相関曲線を、 $c^{I_a}$ ,  $c^{I_b}$  および  $c^{I_c}$  はコンクリート幅  $c^{b_1}$  の変化に対するアーチ機構による  $c^n - c^q$  相関曲線を表わしている。この理論では  $r^{b_1} + c^{b_1} = 1$  の関係を満足しながら部材としての強度はあたえられるから、たとえば a 点のはり機構の強度 ((3)式に対応) に累加できるアーチ機構の強度は  $c^{I_a}$  で、b 点 ((5)式に対応) に累加できるものは  $c^{I_b}$ , c 点では  $c^{I_c}$  とはり機構の強度状況に応じてアーチ機構の強度が変動することを考慮した拡張累加を行なうことが必要である。鉄筋コンクリート部材としての  $n - q$  相関曲線は上述の方法によって得られるベクトル和で構成される曲線群の包絡線としてあたえられ、その包絡線を  $n - q$  方程式で表現すると、せん断強度  $q$  は、作用圧縮力  $n$  の大きさによって (9)～(15)式

\* この方程式は  $(c^q + c^{b_1} \cdot n / 2)^2 + (c^n - c^{b_1} / 2)^2 = c^{b_1} \cdot (1 + n^2) / 4$

と書き直すこともできる。

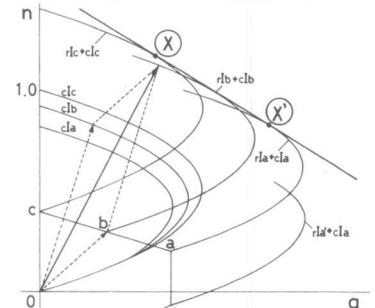


図2 修正拡張累加強度

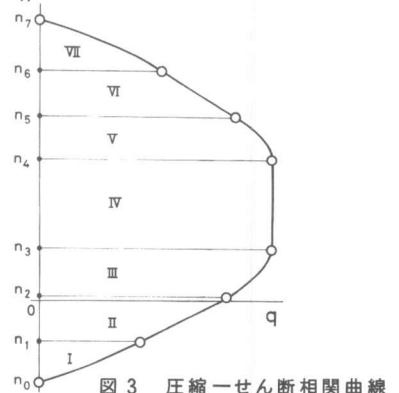


図3 圧縮ーせん断相関曲線

によってあたえられる(図3参照)。なお本論でははり機構によるコンクリート幅の減少率とアーチ機構によるコンクリート幅の増加率は一次関係にあると仮定しているので、図2に示す包絡線X-X'間ににおける相関曲線は直線式として示される。

- 1)  $n_0 \leq n < n_1$   $q = \frac{\sqrt{4(n+2r_w^u t)(1-n-2r_w^u t)} + n^2 - n}{2}$
- 2)  $n_1 \leq n < n_2$   $q = \lambda_1(n-n_1) + q_1$
- 3)  $n_2 \leq n < n_3$   $q = \delta \{ \sqrt{4n_a(1-n_a)} + n^2 - n \} + r_w^u \cdot r_{D1}$
- 4)  $n_3 \leq n < n_4$   $q = \delta (\sqrt{1+n^2} - n) + r_w^u \cdot r_{D1}$
- 5)  $n_4 \leq n < n_5$   $q = \delta \{ \sqrt{4n_b(1-n_b)} + n^2 - n \} + r_w^u \cdot r_{D1}$
- 6)  $n_5 \leq n < n_6$   $q = \lambda_2(n-n_6) + q_6$
- 7)  $n_6 \leq n \leq n_7$   $q = \frac{\sqrt{4(n-2r_w^u t)(1-n+2r_w^u t)} + n^2 - n}{2}$

ここで  $n_0 = -2r_w^u t$

$$n_1 = \{ \beta_1 \cdot \gamma - \sqrt{(\beta_1 \cdot \gamma)^2 - \omega_1 \cdot \rho} \} \gamma / \omega_1 + (1 - 4r_w^u t) / 2$$

$$n_2 = 2\delta \cdot (n_1 + 2r_w^u t) - 2r_w^u t + r_w^u \cdot (r_{D1} + n)$$

$$n_3 = \delta - 2r_w^u t + r_w^u \cdot (r_{D1} + n)$$

$$n_4 = \delta + 2r_w^u t + r_w^u \cdot (r_{D1} - n)$$

$$n_5 = 2\delta \cdot (n_6 - 2r_w^u t) + 2r_w^u t + r_w^u \cdot (r_{D1} - n)$$

$$n_6 = \{ \beta_2 \cdot \gamma + \sqrt{(\beta_2 \cdot \gamma)^2 - \omega_2 \cdot \rho} \} \gamma / \omega_2 + (1 + 4r_w^u t) / 2$$

$$n_7 = 1 + 2r_w^u t$$

$$q_1 = \{ \alpha \cdot \gamma + \sqrt{(\alpha \cdot \gamma)^2 - \omega_1 \cdot \rho_1} \} \gamma / \omega_1 - n / 2$$

$$q_6 = \{ \alpha \cdot \gamma + \sqrt{(\alpha \cdot \gamma)^2 - \omega_2 \cdot \rho_2} \} \gamma / \omega_2 - n / 2$$

$$\lambda_1 = \frac{2\alpha \cdot \omega_1 - \{ \alpha \cdot \gamma + \sqrt{(\alpha \cdot \gamma)^2 - \omega_1 \cdot \rho_1} \} \cdot 2\gamma}{2\beta_1 \cdot \omega_1 - \{ \beta_1 \cdot \gamma - \sqrt{(\beta_1 \cdot \gamma)^2 - \omega_1 \cdot \rho} \} \cdot 2\gamma}$$

$$\lambda_2 = \frac{2\alpha \cdot \omega_2 - \{ \alpha \cdot \gamma + \sqrt{(\alpha \cdot \gamma)^2 - \omega_2 \cdot \rho_2} \} \cdot 2\gamma}{2\beta_2 \cdot \omega_2 - \{ \beta_2 \cdot \gamma + \sqrt{(\beta_2 \cdot \gamma)^2 - \omega_2 \cdot \rho} \} \cdot 2\gamma}$$

$$n_a = \{ n + 2r_w^u t - r_w^u \cdot (r_{D1} + n) \} / 2\delta$$

$$n_b = \{ n - 2r_w^u t - r_w^u \cdot (r_{D1} - n) \} / 2\delta$$

$$\omega_1 = \alpha^2 + \beta_1^2, \quad \omega_2 = \alpha^2 + \beta_2^2,$$

$$\rho = \gamma^2 - \alpha^2, \quad \rho_1 = \gamma^2 - \beta_1^2, \quad \rho_2 = \gamma^2 - \beta_2^2$$

$$\alpha = (r_{D1} + n) / 2, \quad \beta_1 = (r_{D1} + n - 1) / 2,$$

$$\beta_2 = (r_{D1} - n - 1) / 2, \quad \gamma = \sqrt{1 + n^2} / 2, \quad \delta = (1 - 2r_w^u) / 2$$

$$m = M / bD^2 F_c, \quad n = N / bDF_c, \quad q = Q / bD F_c$$

記号

$r_w^u (= r_p^u \cdot r_y^u / F_c)$ : 引張鉄筋係数,  $r_w^u (= r_p^u \cdot r_w^u / F_c)$ : 帯筋係数,  $n = (h/D)$ : 柱長さ比

$F_c$ : コンクリート強度,  $r_y^u$ : 引張鉄筋の降伏応力度,  $r_w^u$ : 帯筋の降伏応力度,  $r_p^u$ : 引張鉄筋比,  $r_p^u$ : 帯筋比,  $r_{D1} (= D/D)$ : 主筋間隔比

$r_D$ : 主筋間隔,  $b$ : 柱幅,  $D$ : 柱せい,  $h$ : 柱長さ,  $N$ : 圧縮力(圧縮力を正とする),  $M$ : 曲げモーメント,  $Q$ :せん断力

## 6. 鉄筋コンクリート部材のせん断強度

図4に種々の帯筋量  $r_w^u$  に対する鉄筋コンクリート部材の  $n-q$  相関曲線を上述の解析解にもとづいて求めた模式例を示す。ある程度の  $r_w^u$  に対する相関曲線を実線で、 $r_w^u = 0$  および  $r_w^u = 0$  ((7)式)に対する相関曲線を点線で示す。また、 $n = \infty$ (圧縮力と曲げのみを受けて曲げ破壊する際の材端の曲げモーメントよりせん断力を算定したものに対応)に対する相関曲線を一点鎖線で示す。圧縮、曲げおよびせん断の組合せ応力を受ける場合には、引張および圧縮の主筋に同時降伏が生ずるに必要な帶筋量  $r_w^u$  を用いた部材でも、せん断力の影響を受けてその強度は、圧縮と曲げに対する曲げ破壊強度に達しないことが示される。また、帶筋量が少なくななるにしたがって圧縮力に対してせん断強度が一定値をとる領域が増し、せん断強度に対して圧縮力のおよぼす影

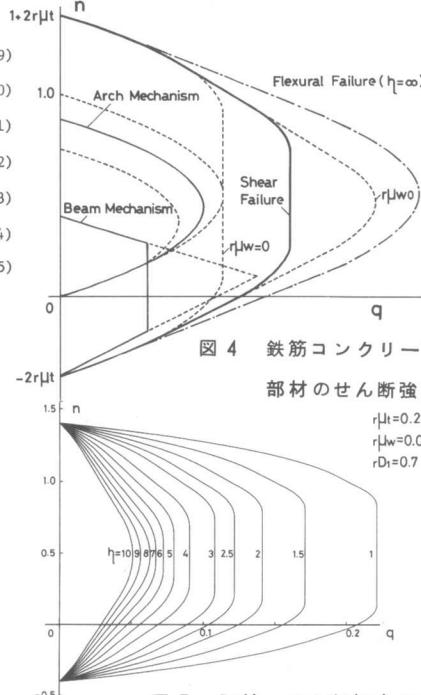


図4 鉄筋コンクリート部材のせん断強度

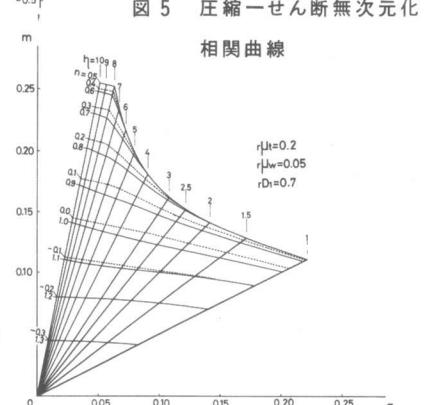


図5 圧縮ーせん断無次元化相関曲線

図6 曲げーせん断無次元化相関曲線

響は小さくなることが認められる。

図5は $r_{\mu_t} = 0.2$ ,  $r_{\mu_w} = 0.05$ および $r_{D_1} = 0.7$ の諸量を持つ鉄筋コンクリート部材の $n-q$ 相関曲線を $n$ を変数として示したものである。 $r_{\mu_w}$ が一定値をとる場合には $n$ が小さくなるほど、せん断強度に対する圧縮力の影響は小さくなる傾向にあり、せん断破壊が卓越する部材は、曲げ破壊が卓越する部材に比して圧縮力に対する影響は小さくなることが推察される。図6は、図5の $n-q$ 相関関係を $m-q$ 相関関係に変換して、 $n$ と $n$ を変数として示したものである。曲げあるいはせん断強度が最大となる圧縮力( $n = 0.5$ )の近傍では、 $m-q$ 相関曲線は、原点に対して凹形となり、せん断破壊が卓越する鉄筋コンクリート部材の圧縮、曲げおよびせん断に対する強度を表わす相関曲面( $m-n-q$ 相関曲面)は、Druckerの仮説を満足する凸形の形状を示していないことが認められる。図7は $n = 0.5$ ,  $r_{\mu_t} = 0.25$ および $r_{D_1} = 0.8$ の場合で、 $n$ と $r_{\mu_w}$ を変数として $m-q$ 相関曲線を示したものである。この曲線群のうちで、最外縁の曲線は $n = 0.5$ の圧縮力のもとに、引張および圧縮の主筋が同時に降伏する場合の $m-q$ 曲線を示し、曲げ破壊が卓越する場合には、 $m-n-q$ 相関曲面は全領域において凸形の形状を構成することが示される。また、曲げ破壊が卓越する場合の強度とせん断破壊が卓越する場合の強度との比率は、 $n$ と $r_{\mu_w}$ の値によって著しく左右され、 $n$ の値が小さいほどせん断補強による強度増加に対する寄与度は小さく実験結果と対応する結果を示している。

## 7. 結 語

圧縮、曲げおよびせん断の組合せ応力を受ける鉄筋コンクリート部材の強度をはり機構およびアーチ機構による強度にもとづく拡張累加強度理論によって理論的に求める手法を提案し、かつ、部材の強度を規定する変数として圧縮力、柱長さ比、主筋量、帶筋量、材料強度、断面寸法などを含んだ解析解を示したが、なお、本解析において用いられた基本仮定については若干の検討の余地があり、今後更に検討を行なう予定である。

## 謝 辞

本論文の作製に際して協力をいただいた大阪工業大学大学院学生勝本真弓君に謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 服部高重、柴田拓二、大野和男, "鉄筋コンクリート部材のせん断耐力機構に関する考察", 日本建築学会論文報告集、第200号、1972年10月、P.P.35—44.
- 2) 末永保美、石丸麟太郎, "組み合わせ応力を受けるコンクリート材の動力学的解析 (その4) 鉄筋コンクリートはり・柱のせん断強度に関する理論的解析", 日本建築学会論文報告集、第221号、1974年7月、p.p.9—16.
- 3) 加藤勉、称原良一, "鉄骨鉄筋コンクリート部材の耐力", 日本建築学会論文報告集、第266号、1978年4月、p.p.19—29.
- 4) 加藤勉、称原良一, "鉄筋コンクリート部材の耐力(圧力場理論の適用)", 日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道)、1978年9月、p.p.1731—1732.
- 5) 若林実、南宏一、勝本真弓, "鉄筋コンクリート柱のせん断強度に関する解析的研究(その1)", 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東)、1979年9月、p.p.1235—1236.
- 6) Braestrup, M. W., "Plastic Analysis of Shear in Reinforced Concrete", Magazine of Concrete Research, Vol.26, No.89, Dec. 1974, pp.222-228.
- 7) Grob, J. and Thurlimann, B., "Ultimate Strength and Design of Reinforced Concrete Beams under Bending and Shear", Publication, IABSE, 1976, pp.105-120.
- 8) Nielsen, M. P., Braestrup, M. W. and Bach, F., "Rational Analysis of Shear in Reinforced Concrete Beams", LABSE Periodical, No.2, May, 1978, IABSE Proceedings P-15/78.
- 9) Nielsen, M. P. and Braestrup, M. W., "Shear Strength of Prestressed Concrete Beams without Web Reinforcement", Magazine of Concrete Research, Vol.30, No.104, Sept. 1978, pp.119-128.
- 10) Thurlimann, B., "Plastic Analysis of Reinforced Concrete Beams", Introductory Report of IABSE Colloquium KOPENHAGEN 1979, Plasticity in Reinforced Concrete, 1979, 71-90.

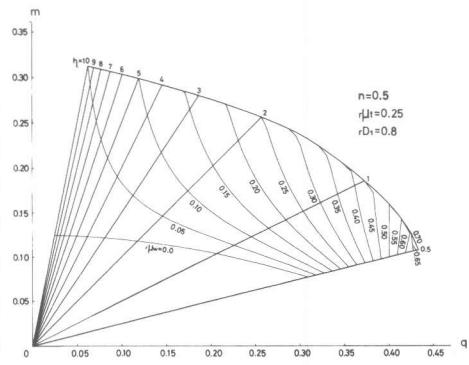


図7 曲げーせん断無次元化相関曲線