

[89] エンドクロニック理論による鉄筋コンクリート部材の非弾性解析

正会員 小 阪 義 夫 (名古屋大学工学部)
 正会員 谷 川 恭 雄 (三 重大学工学部)
 正会員 ○山 田 和 夫 (名古屋大学工学部)
 正会員 馬 場 研 治 (名古屋大学工学部)

1. まえがき

分割要素法は、有限要素法と比べてその取り扱いが簡単であるため、鉄筋コンクリート（以下、RCと略記）構造部材や架構の力学特性の解析手法として、昨今多くの研究者によって採り上げられている。これまでに提案されている分割要素法の多くは、コンクリートの応力度(σ)－ひずみ度(ε)関係に一軸応力場のものを用いているが、実際はせん断力や横方向拘束筋による拘束効果などによって、コンクリートは一般に多軸応力場にあると考えた方が妥当であろう。とくに、横方向拘束筋や鋼繊維によるRC部材のじん性改善効果を取り上げる際には、解析に多軸応力場におけるコンクリートのσ－ε関係を用いることが必要である。

コンクリートの破壊条件および多軸応力場におけるσ－ε関係については、すでに各種形式のモデルが提案されているが、汎用性の点でなお多くの不備な点を残している。このうち、最近Bazantらが提案したエンドクロニック理論¹⁾によれば、これまでの構成モデルに比べてやや複雑ではあるが、破壊条件を特に設定することなく、多軸応力下のコンクリートに対する汎用性のあるσ－ε関係を得ることができるため、現在多くの注目を集めている。筆者らも、これまでにコンクリートのσ－ε関係に対するエンドクロニック理論の適用性について若干の検討を行い、Bazantらが提案した理論式中の各種材料定数をコンクリートの種類に応じて変化させることによって、極めて汎用性のあるコンクリートのσ－ε曲線が得られることを確めた²⁾。

本報では、その研究成果を踏まえて、コンクリートのσ－ε関係にエンドクロニック理論を適用し、横方向拘束筋およびせん断力によるコンクリートの多軸効果、主筋とコンクリート間のすべり、部材端の主筋の抜け出しの影響などを考慮したRC部材の非弾性変形挙動に関する解析手法、並びに若干の解析例について述べる。

2. 解析方法

2.1 基本仮定

解析は、分割要素法による。図-1に示すように、部材をせい方向(z方向)および材軸方向(x方向)にそれぞれm層n領域に分割して、次の仮定を設けて剛性マトリックスを誘導する：1)個々の要素内のひずみ度は一定とする。2)部材軸に直交する断面内のコンクリートでは平面保持の仮定が成立する。3)せん断ひずみ度は部材軸に直交する断面内では一定とする。4)yおよびz方向の軸ひずみ度はコンクリートと横方向拘束筋との力の釣合い条件より決定する。この仮定からわかるように、本解析は線材とみなしうるRC部材を対象とし、ディープ・ビームや短柱などのようにせん断破壊する部材は対象としていない。

2.2 構成素材の力学性質

(1)コンクリートの力学性質：Bazantらは、これまでに2回にわたって自己の提案したエンドクロニック理論の修正を行っているが、コンクリートの増分σ－ε関係は、いずれも

$$\{d\sigma_{ij} + d\sigma'_{ij}\} = [D_c]\{d\epsilon_{ij}\} \dots\dots\dots (1)$$

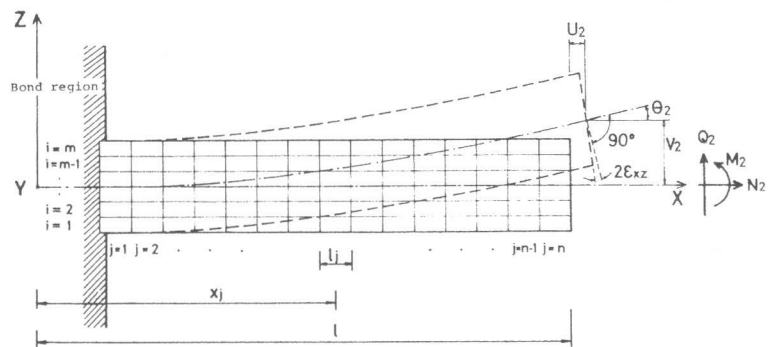


図-1 RC部材のモデル化

で表わしている。ここに、 $\Delta\sigma_{ij}$ ：応力テンソル $\Delta\sigma$ の ij 成分， $\Delta\sigma_{ij}'' = 2 \cdot G \Delta e_{ij}'' + 3 \cdot K \Delta \epsilon'' \delta_{ij}$ ：非弾性応力テンソル $\Delta\sigma''$ の ij 成分， $\Delta e_{ij}''$ ：非弾性ひずみテンソル $\Delta e''$ の偏差成分， $\Delta \epsilon''$ ：非弾性体積ひずみ度， G ：せん断弾性係数， K ：体積弾性係数， δ_{ij} ：クロネッカーのデルタ， Δe_{ij} ：ひずみテンソル Δe の ij 成分， $[D_c]$ ： $\sigma - \epsilon$ マトリックス。

ただし，Bazantらの場合，コンクリートの引張破壊後の $\sigma - \epsilon$ 関係を定義していないので，本報ではコンクリート要素の最大主応力（引張を正とする）がコンクリートの引張強度を超えた場合には，その主応力方向の剛性を零とし， $\sigma - \epsilon$ マトリックスを直交異方性に変換するとともに，その方向の増分非弾性応力度を零にすることによって，引張破壊後の $\sigma - \epsilon$ 関係を表わすことにした。また，このときその最大主応力の解放を行う。

(2) 鉄筋および主筋とコンクリート間の力学特性：主筋と横方向拘束筋は一軸応力場にあるものと仮定し，その $\sigma - \epsilon$ 関係には，ひずみ硬化とバウシinger効果を考慮に入れたモデル^{3),4)}を用いる。また，主筋とコンクリート間の付着応力度（ τ ）とすべり量（ s ）との関係式としては，森田らのモデル⁵⁾を用いる。

2.3 主筋のひずみ度の算定方法

主筋とコンクリート間の付着応力度（ τ ）とすべり量（ s ）の算定は，鬼沢・林・黒正の方法⁶⁾による。また，部材端の主筋の抜け出し量の算定には，定着域を十分に短い有限長さに分割して行う逐次積分法⁵⁾を用いる。上記の方法によって，RC部材を n 領域に分割した場合の付着剛性方程式が次のように求まる。

$$\begin{aligned} \text{材端 1} &: -E_{s1} \cdot \Delta c \epsilon_1 = \left(\frac{E}{\ell_1} + \frac{K_1}{A_s} \right) \Delta_p s_1 - \frac{E_{s1}}{\ell_1} \Delta s_2 \\ \text{材端 2} &: E_{sn} \cdot \Delta c \epsilon_n = -\frac{E_{sn}}{\ell_n} \Delta s_n + \left(\frac{E_{sn}}{\ell_n} + \frac{K_2}{A_s} \right) \Delta_p s_2 \quad \dots\dots (2) \\ \text{一般領域} &: E_{sj-1} \cdot \Delta c \epsilon_{j-1} - E_{sj} \cdot \Delta c \epsilon_j = -\frac{E_{sj-1}}{\ell_{j-1}} \Delta s_{j-1} + \left(\frac{E_{sj-1}}{\ell_{j-1}} + \frac{K_1 \cdot \Psi_s (\ell_{j-1} + \ell_j)}{2 A_s} + \frac{E_{sj}}{\ell_j} \right) \Delta s_j - \frac{E_{sj}}{\ell_j} \Delta s_{j+1} \end{aligned}$$

ここに， E_s ：主筋の接線弾性係数， ${}_p K$ ：主筋の接線抜け出し剛性， K ：主筋とコンクリート間の接線すべり剛性， $c\epsilon$ ：主筋位置におけるコンクリートのひずみ度， ${}_p s$ ：主筋の抜け出し量， s ：主筋のすべり量， A_s ：主筋の断面積， Ψ_s ：主筋の周長， ℓ_j ： j 領域の材軸方向の長さ。主筋のひずみ度の増分（ $\Delta s \epsilon_j$ ）は，与えられた主筋位置におけるコンクリートのひずみ度の増分に応じ上式を解いて次のように求めることができる。

$$\Delta s \epsilon_j = \Delta c \epsilon_j - (\Delta s_{j+1} - \Delta s_j) / \ell_j = \Delta c \epsilon_j - \Delta_b \epsilon_j \quad \dots\dots (3)$$

したがって，主筋の応力度の増分（ $\Delta s \sigma_j$ ）は，

$$\Delta s \sigma_j + \Delta s \sigma_j'' = E_{sj} \cdot \Delta c \epsilon_j \quad \dots\dots (4)$$

となり，主筋とコンクリート間の付着剛性の効果は，上式中の $\Delta s \sigma_j'' = E_{sj} \cdot \Delta_b \epsilon_j$ をエンドクロニック理論式中のコンクリートの非弾性応力度の増分と同様に扱うことができる。

2.4 断面の剛性方程式

j 領域のモーメント（ ΔM_j ），軸力（ ΔN_j ）およびせん断力（ ΔQ_j ）と，曲率（ $\Delta \varphi_j$ ），材軸のひずみ度（ Δe_j ）およびせん断ひずみ度（ Δe_{xz} ）との関係は，各要素の y および z 方向のひずみ度（ Δe_{yyj} ， Δe_{zzj} ）をコンクリートと横方向拘束筋との力の釣合い条件を用いて消去した後，コンクリートおよび横方向拘束筋と主筋の分担力を加えることによって得られる。また，この剛性方程式を逆変換すると，柔性方程式が次のように求まる。

$$\{\Delta e_j, \Delta \varphi_j, \Delta e_{xz}\}^T = [T_j] \{\Delta N_j + \Delta f_{Nj}, \Delta Q_j + \Delta f_{Qj}, \Delta M_j + \Delta f_{Mj}\}^T \quad \dots\dots (5)$$

$$= \{\Delta e_j', \Delta \varphi_j', \Delta e_{xz}'\}^T + \{\Delta e_j'', \Delta \varphi_j'', \Delta e_{xz}''\}^T \quad \dots\dots (5)'$$

ここに， $[T_j]$ ：柔性マトリックス， $\Delta f_j''$ ：コンクリートおよび主筋の等価非弾性力。また，式(5)の右辺第1項および第2項は，それぞれ断面力および等価非弾性力によって生じる断面ひずみ度の増分である。

2.5 部材の剛性方程式

前掲の図-1に示す材端力の増分 $\{\Delta N_1, \Delta Q_1, \Delta M_1\}^T$ および $\{\Delta N_2, \Delta Q_2, \Delta M_2\}^T$ による材端変形の増分 $\{\Delta u_1, \Delta v_1, \Delta \theta_1\}^T$ および $\{\Delta u_2, \Delta v_2, \Delta \theta_2\}^T$ は，力の釣合い条件（ $\Delta N_1 = -\Delta N_2 = \Delta N_2$ ， $\Delta Q_1 = -\Delta Q_2 = \Delta Q_2$ ，および $\Delta M_1 = -\Delta M_2 + x_1 \Delta Q_2 = \Delta M_2 + (\ell - x_1) \Delta Q_2$ ），並びに断面力と等価非弾性力による断面ひずみ度の増分および引張破壊要素を有する領域の未破壊領域の弾性変形を考慮した変形の適合条件を用いて決定できる。なお，引張破壊要素を有する領域の未破壊領域の弾性変形による断面ひずみ度の増分は，初期弾性マトリックスを用いて決定する。

3. 解析結果とその考察

3.1 RC部材の力学特性に及ぼす主筋とコンクリート間の付着剛性の影響

本解析では、図-2に示すような各種材料特性を有する曲げ・せん断を受けるRC部材を10層10領域に分割したモデル試験体を用いた。解析要因である第1付着剛性(E_{1p})の値としては、1、10および50 ton/cm^3 の3種類を取り上げた。また、比較のために、主筋とコンクリート間のすべりを無視した解析も行った。解析結果を図-3に示す。図によれば、付着剛性が小さくなるほどRC部材の曲げ剛性は低下し、主筋の降伏時の耐力も若干低下するが、ひずみ硬化域になると、 $P-\delta$ 関係に及ぼす付着剛性の影響はほとんど認められなくなる。また、付着剛性が小さくなると、引張クラックの発生に伴うRC部材の剛性低下が顕著となり、引張クラックがある断面に集中して発生しやすくなるのがわかる。図-4は、主筋の材軸方向のひずみ分布に及ぼす付着剛性の影響を示したものである。図によれば、主筋とコンクリート間のすべりを無視した場合には、主筋の引張ひずみ度は材端部で急増する傾向を示すが、付着剛性を考慮した場合には、このような傾向は認められず、全体的に完全付着を仮定した場合よりもひずみ度の絶対値が小さくなっている。

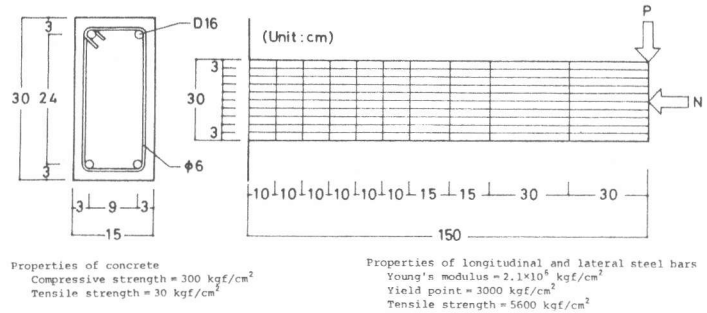


図-2 解析モデル

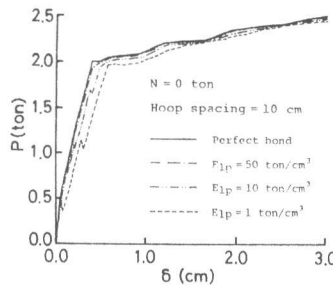


図-3 P- δ 関係に及ぼす付着剛性の影響

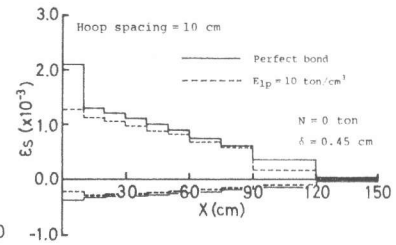


図-4 主筋のひずみ分布に及ぼす付着剛性の影響

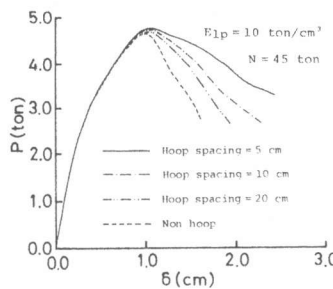


図-5 P- δ 関係に及ぼす横補強筋間隔の影響

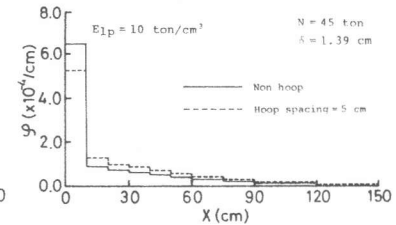


図-6 曲率分布に及ぼす横補強筋間隔の影響

3.2 RC部材の力学特性に及ぼす横補強筋の影響

図-5は、軸力を45 ton 加えた場合の $P-\delta$ 関係に及ぼす横補強筋間隔の影響を示したものである。ただし、解析したRC部材は、主筋とコンクリート間の第1付着剛性を $10 \text{ ton}/\text{cm}^3$ とした他は、前掲の図-2と同様である。図によれば、横補強筋間隔が小さくなるほどRC部材のじん性は改善されており、これまで実験的に認められていた横補強筋によるRC部材のじん性改善効果を、コンクリートの多軸効果を考慮した本解析手法によって合理的に評価できることがわかる。図-6は、RC部材の曲率分布に及ぼす横補強筋間隔の影響を示したものであるが、曲率分布は、横補強筋間隔が小さくなるほど部材全域にわたって均等化する傾向を示している。とくに、RC部材の変形挙動に及ぼす横補強筋の効果は、材端部において顕著に認められる。

3.3 実験結果との比較による本解析手法の検討

(1) 単調漸増載荷時：解析には、筆者らが行った縦打ちRC柱に関する逆対称曲げ・せん断実験⁷⁾に使用したものと同一の各種材料特性および形状・寸法を有するモデル試験体を使用し、これを図-7に示すような要素に分割して解析した。なお、RC柱の打込み高さ方向におけるコンクリート強度の変動は、コアの抜き取り試験および複合非破壊試験によって推定し、この推定値をその部材位置におけるコンクリート強度とした。図-8は、 $P-\delta$ 関係に関する実験結果と解析結果を比較したものである。ただし、図中の E_{1p} および E_{1s} は、それぞれ引抜き時および押し込み時の第1付着剛性である。図によれば、完全付着を仮定した場合の解析結果は、引張クラック発

生後の剛性が大きく、耐力も増大しているが、主筋とコンクリート間のすべりを考慮した場合には、大変形領域を含めて実験結果とよく一致している。また、図-9は、水平荷重(P)と柱頭部から5cmの位置での主筋の抜け出し量(S)との関係を示したものであるが、大変形時の押し込み効果を除けば、実験結果と解析結果は全体的によく一致している。なお、引抜き付着剛性と押し込み付着剛性の比の影響は、あまり認められない。

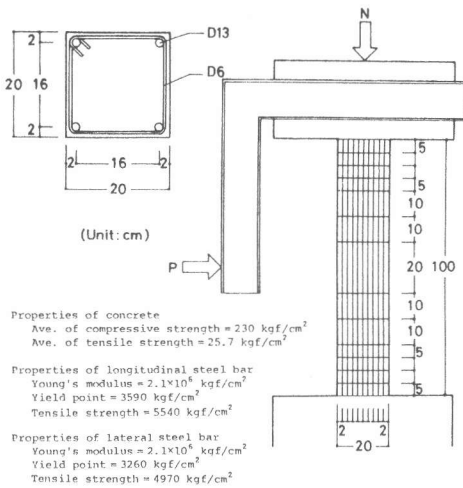


図-7 解析モデル

(2) 繰返し載荷時: 図-11は、図-10に示すようなRC柱を用いた遠藤による実験結果⁸⁾と解析結果を比較したものである。ただし、解析結果は、完全付着を仮定し、せん断力による引張クラックの傾きを無視した場合と、傾きを考慮した場合の結果である。図によれば、引張クラックの傾きを無視した場合、クラックが閉じて部材の剛性が急変する、いわゆるピンチ効果が顕著に認められるが、引張クラックの傾きを考慮すると、このような傾向は認められず、比較的实验結果に近い形状を示している。なお、実験結果と解析結果とでは耐力にやや相違がみられるが、この原因としては、図-10に示すように材料特性に不明な点があることや、本解析では主筋とコンクリート間のすべりを無視したことが考えられる。図-12は、軸力が40 tonの場合の比較を行ったもので、このように軸力が大きくなると、引張クラックの傾きを無視しても実験結果と解析結果は比較的よく一致している。

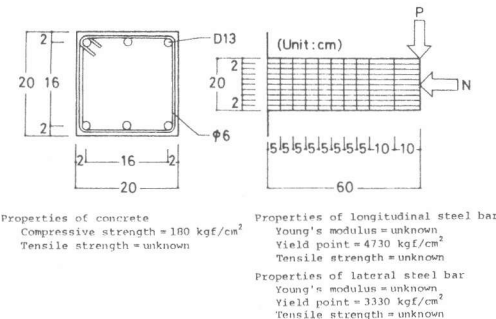


図-10 解析モデル

4. むすび

本報では、平面外力を受けるRC部材の変形挙動について検討したが、今後3軸外力下のRC部材の変形挙動について検討する予定である。
〔謝辞〕本研究の数値解析に御協力を得た名大院生・久野通也君および名大学生・浜田邦裕君に謝意を表します。なお、本研究費の一部は、昭和56年度文部省科学研究費補助金(奨励研究(A))による。

〔引用文献〕1) Z.P. Bazant and C.L. Shieh, Jour. of EM-Div., Proc. of ASCE, Vol.106, No.EM6, Oct.1980, 2) 谷川・山田, 第3回コンクリート工学年次講演会論文集, 1981, 3) G.L. Agrawal, L.G. Tulin and K.H. Gerstle, ACI Jour., Vol.62, No.7, July 1965, 4) R.H. Brown and T.O. Jirsa, ACI Jour., Vol.68, No.5, May 1971, 5) 森田・角, 日本建築学会論文報告集, 第229号, 昭50, 3, 6) 東沢・林・黒正, 日本建築学会学術講演会便覧集, 昭54, 9, 7) 小坂・谷川・山田・馬場・久野, 日本建築学会東海支部研究報告集, 第20号, 昭57, 2, 8) 遠藤, 日本建築学会関東支部研究報告集, 昭43.

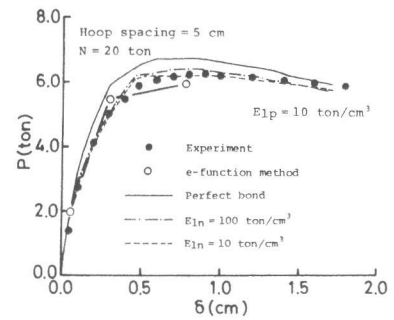


図-8 単調漸増載荷時のP-δ関係の実験値と解析値との比較

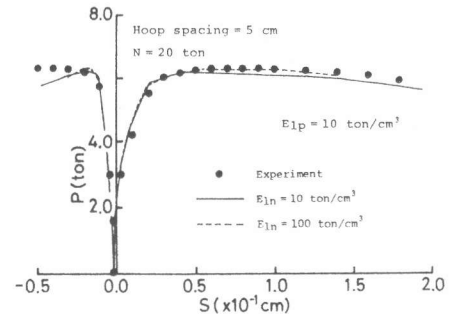
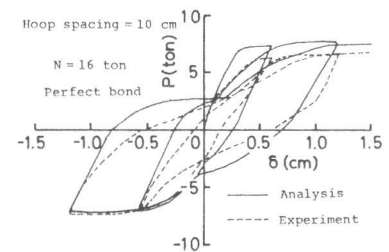
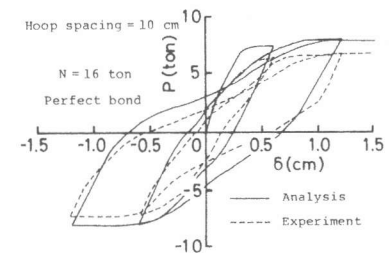


図-9 単調漸増載荷時のP-S関係の実験値と解析値との比較



(a) クラックの傾きを無視した場合



(b) クラックの傾きを考慮した場合

図-11 繰返し載荷時のP-δ関係の実験値と解析値との比較(N = 16 ton)

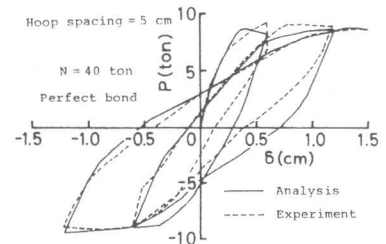


図-12 繰返し載荷時のP-δ関係の実験値と解析値との比較(クラックの傾きを無視, N = 40 ton)