

[19] パイプ・クーリングにおける管壁面の熱伝達係数についての検討

正会員 田 辺 忠 顕 (名古屋大学工学部)

正会員 〇 溝 潤 利 明 (名古屋大学大学院)

1. 序 論

マスコンクリートの熱応力の制御手法には、各種のものがあるが、パイプクーリングは其中でも重要な制御手法の一つといえる。このパイプクーリングを効果的に実施するためには、事前にパイプ綱の最適なレイアウト、最適な流速、最適な初期水温等を把握する必要がある。従来からこの事前解析に使用されている手法は、U.S.A Bureau of Reclamation の Boulder Canyon Project Final Report ①に報告されている手法であるが、この手法については、その理論的厳密さ、使用された仮定の妥当性について 諸々の問題点があり、その改善が望まれていた。

最近これらの問題点を考慮に入れて、実際の挙動に則したクーリング効果の解析を求める研究が為されつつあり、著者らは前に定常熱伝導方程式のグリーン関数を求め、パイプ内の熱収支とコンクリートの熱収支とから支配積分方程式を導き、数値解析し、報告した。②

この解析手法に基いて熱伝導方程式を解く事により、境界が矩形である限りかなり厳密解が求められるが、次の点にまだ問題がある。

- (1) グリーン関数の収束性は、構造物の形状により非常に悪くなる。
- (2) 複雑な構造物、あるいは複雑な施工工程を有するものでは、適用がかなり困難である。

本研究では、いかなる形状のブロックについてもクーリング効果を解析できるよう三次元有限要素法による定式化を行った。コンクリート場については、三次元非定常熱伝導方程式を適用し、パイプと熱伝達境界条件を考慮し、パイプ内の水の熱収支に関しては、独立にもう一本の微分方程式を導き、これらの方程式群にガラーキン法を適用した。更に、この手法を用いて、計算値と実験結果との比較を行い、クーリングパイプ壁面の熱伝達係数を決定した。

2. クーリング効果の解析手法

1) コンクリート場における三次元非定常熱伝導方程式のガラーキン法による定式化

コンクリート場における熱伝導方程式は、次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial T_c}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial T_c}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial T_c}{\partial z} \right) + q = \lambda \frac{\partial T_c}{\partial t} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 K_x, K_y, K_z は熱伝導係数であり、 q は単位時間当りの発熱量であり、 λ は単位時間当り、単位体積当りの熱容量 ($\lambda = \rho_c C_c$: ρ_c, C_c はコンクリートの密度および比熱) である。

(1)式にガラーキン法を適用すると、

$$\int_V \delta T_c \left(K_x \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 T_c}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 T_c}{\partial z^2} + q - \lambda \frac{\partial T_c}{\partial t} \right) dV = 0 \dots\dots\dots (2)$$

(2)式の第三項までに、ガウスの公式を用いるならば、

$$\int_S \delta T_c \left(K_x \frac{\partial T_c}{\partial x} \cdot \ell + K_y \frac{\partial T_c}{\partial y} \cdot m + K_z \frac{\partial T_c}{\partial z} \cdot n \right) dS - \int_V \left[\delta T_c \left(q - \lambda \frac{\partial T_c}{\partial t} \right) + K_x \frac{\partial \delta T_c}{\partial x} \frac{\partial T_c}{\partial x} + K_y \frac{\partial \delta T_c}{\partial y} \frac{\partial T_c}{\partial y} + K_z \frac{\partial \delta T_c}{\partial z} \frac{\partial T_c}{\partial z} \right] dV \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 ℓ, m, n は各成分の方向余弦である。

(3)式の面積積分の項に次に示すコンクリートとクーリングパイプとの境界条件および外気との対流条件式を代入する。

パイプとの境界条件は,

$$\frac{\partial T_C}{\partial x} \cdot \ell + \frac{\partial T_C}{\partial y} \cdot m + \frac{\partial T_C}{\partial z} \cdot n + h(T_C - T_W) = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

また, 外気との対流条件式は,

$$\frac{\partial T_C}{\partial x} \cdot \ell + \frac{\partial T_C}{\partial y} \cdot m + \frac{\partial T_C}{\partial z} \cdot n + \alpha(T_\infty - T_C) = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで, h はパイプ壁との熱伝達率, T_W はクーリング水の温度である。また, α は外気とコンクリートの熱伝達率であり, T_∞ は外気の温度である。

(3)式に(4), (5)式を代入すると,

$$\int_{S_1} \delta T_C h(T_C - T_W) \cdot dS_1 + \int_{S_2} \delta T_C \alpha(T_C - T_\infty) dS_2 + \int_V \left[\delta T_C \left(q - \lambda \frac{\partial T_C}{\partial t} \right) + K_x \frac{\partial \delta T_C}{\partial x} \frac{\partial T_C}{\partial x} + K_y \frac{\partial \delta T_C}{\partial y} \frac{\partial T_C}{\partial y} + K_z \frac{\partial \delta T_C}{\partial z} \frac{\partial T_C}{\partial z} \right] dV = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし, S_1, S_2 はパイプとの境界面と, 外気との境界面である。

コンクリートの温度 T_C と各要素の節点温度 $\{T_C\}^e$ および変分 δT_C との関係式は, 次のような形状関数 $[N]$ を媒して表わされる。

$$T_C = [N_C] \{T_C\}^e \quad \dots\dots\dots (7) \quad \delta T_C = [N_C] \delta \{T_C\}^e \quad \dots\dots\dots (8)$$

(7), (8)式を(6)式に代入してマトリックス表示すれば, 次式となる。

$$[K_C] \{T_C\}^e - [K_{CW}] \{T_W\}^e + [C] \cdot \delta \{T_C\}^e / \delta t = \{F_C\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$[K_C] = \int_V [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot dV + \int_{S_1} h [N_C]^T [N_C] dS_1 + \int_{S_2} \alpha \cdot [N_C]^T [N_C] dS_2$$

$$[K_{CW}] = h \int_{S_1} [N_C]^T [N_W] dS_1, \quad [C] = \lambda \int_V [N_C]^T [N_C] dV, \quad \{F_C\} = q \int_V [N_C]^T dV - T_\infty \int_{S_2} [N_C]^T dS_2$$

ただし, $[B]$ は温度勾配マトリックスであり, $[D]$ は伝導係数マトリックスであり, $[N_W]$ はパイプの水の温度に関する形状関数である。

ii) パイプ内の水の支配方程式の定式化

パイプ内の水の支配方程式は, 次式で与えられる。

$$\rho_w C_w \cdot A \cdot u \left\{ \frac{\partial T_W}{\partial t} + \frac{\partial T_W}{\partial \xi} \right\} + \frac{2}{r} \cdot h \cdot A (T_W - T_C) = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで, ρ_w, C_w は水の密度および比熱であり, A, r はパイプの断面積および半径であり, u は水の流速である。また ξ は, パイプの水の一次元流れ方向である。

(9)式にガラーキン法を適用し, パイプ内の水の温度 T_W と各要素の節点温度 $\{T_W\}$ との関係式を代入すると,

$$[K_W] \{T_W\} + [W] \frac{\partial \{T_W\}}{\partial t} + [K_{WC}] \{T_C\}^e = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで,

$$[K_W] = A \cdot u \left\{ \left[[N_W]^T [N_W] \right]_{\xi_1}^{\xi_2} - \int_{\xi_1}^{\xi_2} \frac{\partial [N_W]}{\partial \xi} [N_W] d\xi \right\}$$

$$+ \frac{2 \cdot h \cdot A}{\rho_w \cdot C_w \cdot r} \int_{\xi_1}^{\xi_2} [N_W]^T [N_W] d\xi$$

$$[W] = A \cdot \int_{\xi_1}^{\xi_2} [N_W]^T [N_W] d\xi$$

$$[K_{WC}] = \frac{2 \cdot h \cdot A}{\rho_w \cdot C_w \cdot r} \int_{\xi_1}^{\xi_2} [N_W]^T [N_C] d\xi$$

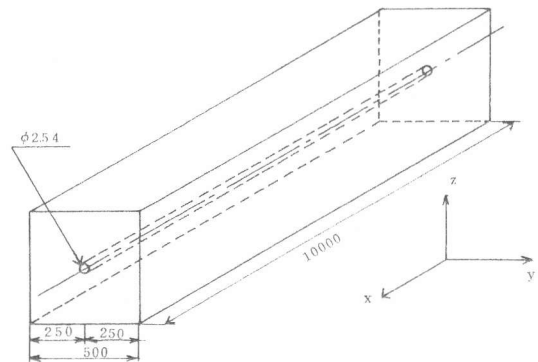


図-1. クーリング実験の供試体

3. 熱伝達率に関する試験⁽²⁾

実験に用いた供試体寸法は、 $50\text{ cm} \times 50\text{ cm} \times 1.000\text{ cm}$ (図-1参照)の直方体であり、その中心にクーリングパイプとして内径 25.4 cm の薄肉鉄管を使用している。またコンクリートの温度を測定するために、C-C熱電対をコンクリート内部に図-2に示すように埋設し、パイプ内の水の温度を測定するために、パイプに穴をあけ、これにもC-C熱電対を取りつけている。また、同供試体は、コンクリート周りの温度を一定にするために循環的水槽の中に、浸してある。

クーリング水温は、 20°C でコンクリート供試

体外表面の温度が、 $3^\circ\text{C} \sim 4^\circ\text{C}$ なので、実験装置の関係から、ホッティングを行ったことになっているが、クーリングとホッティングの差異は、数値解析においてパイプの熱吸収率を正と考えるか負と考えるかの違いだけであり水温が同程度であれば本質的にはなんら問題はない。

パイプ内の水の流速を 20 cm/sec 、 40 cm/sec 、 60 cm/sec と変化させ、各流速における管内の水の温度分布を測定している。

4. 理論解析の妥当性の検討

参考文献(2)の報告では、上記実験にグリーン関数による級数解を適用して熱伝達率を報告している。

本研究では、有限要素解がグリーン関数による解と同一の熱伝達率を与えるか否かが、注目された。

要素分割は、図-1に示すとおりパイプを中心に $y-z$ 平面は対称であるので、実際の断面の $1/4$ の $y-z$ 平面で解析を行った。その分割モデルは図-3に示すように $y-z$ 面で16分割(実際の $y-z$ 断面は64分割)し、 x 方向は10等分(1 m 間隔)した。三次元要素として、アイソパラメトリック表示による要素を用いている。⁽³⁾

本理論解析と実験値およびグリーン関数による級数解とを対比したのが、図-4～図-6である。各流速における最適熱伝達率を求めて、図-7に示した。そしてグリーン関数を用いた級数解も比較するために、同様にして求めた最適熱伝達率を求めて、図-7に示した。

図-7から、両者は一見異なった傾向を示しているようにみえるが、グリーン関数による級数解は、境界条件を強制しているために、水の流入口および流出口付近で水の温度勾配が、他の部分に比べ、急激に下がっているため、(図-4～図-6参照)境界条件を強制しないものに比べ、最適熱伝達率が多少低めの値を示していることを考慮に入れるならば両者の熱伝達率がほぼ一致していることがわかる。ただし有限要素による解の方が、流

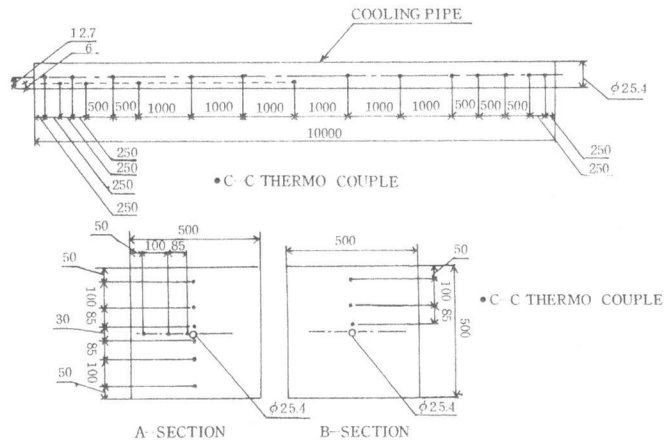


図-2 C-C熱電対埋設図

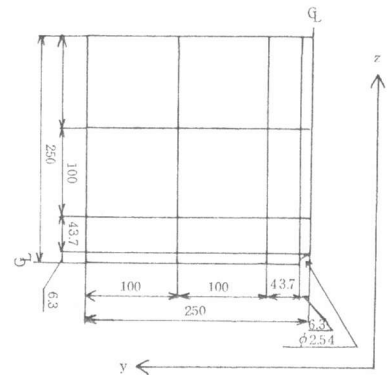


図-3 $y-z$ 断面分割モデル

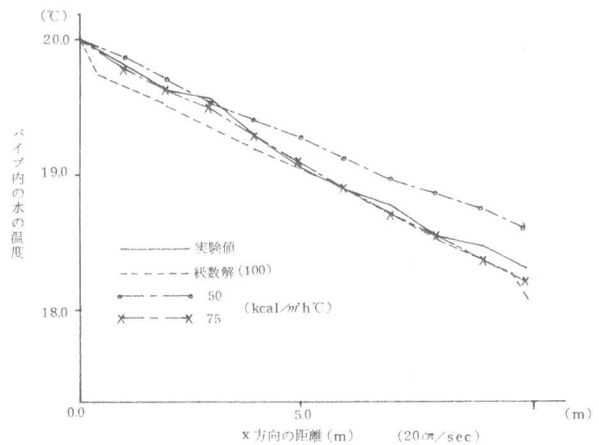


図-4 流速 20 cm/sec におけるパイプ内の水の温度分布

速の変化をより大きく受ける傾向にある。そしてグリーン関数による級数解は、上述の境界条件の強制のために、水の流入口および流出口付近で、実験値と十分に近似していないのに対し、本理論解析値は、この付近でもスムーズになっており、級数解に比べ、より実際の挙動を近似しているといえる。

グリーン関数による級数解とまったく異なった手法である本理論解析が、各流速で、ほぼ同じ熱伝達率を与えたことにより、本理論の有効性を確認したといえる。

本解析は、コンクリートダムのような大型構造の複雑なクーリングパイプ網の解析には、非常に適しており、複雑なパイプレイアウトに対しても、比較的楽に計算が可能である。

5. 結論

大型マスコンクリート構造物の熱応力制御は、重要な技術的要目であり、プレクーリングやパイプクーリング等各種の手法がある。この中でも最も効果の大きいのは、パイプクーリングであり、本格的な熱応力制御には、必要不可欠な手段といえる。

本研究は、パイプクーリングによる水とコンクリートの熱交換過程を、あらゆる温度変動場、境界形状について、理論的解析ができるようにガラーキン法を用いて有限要素法の定式化を行い、その数値解を求め、実験値との比較より、各種のパイプ内の水の流速における熱伝達率を求めた。そして、先に求めたグリーン関数解から求めた値と比較したこのまったく異なる二つの手法において、熱伝達率がほぼ一致したことにより、本理論解析の有効性を確認し、同時に、理論解析に使用すべき熱伝達率も明らかにすることができた。

今後、本手法を用いて、最適のクーリングレイアウト・時期流速、初期温度等を、設計に使えるように、数値実験から求めていくことが必要である。

参考文献

- (1) 「Bouladr Canyon Project Final Reports "Cooling of Concrete Dams"」(1949)
- (2) 田辺忠願、山川秀次 著；「マスコンクリートにおけるクーリング効果の解析」土木学会年次講演概要集(1981)
- (3) CARR, J. SEGERLAND 著, 川井忠彦監訳；「応用有限要素解析」丸善株式会社

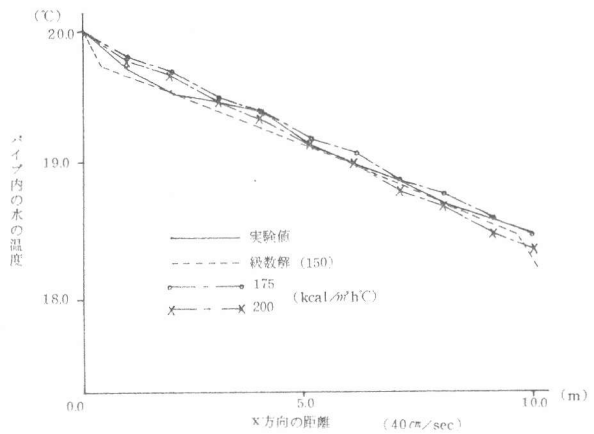


図-5 パイプ内の水の温度分布 (40cm/sec)

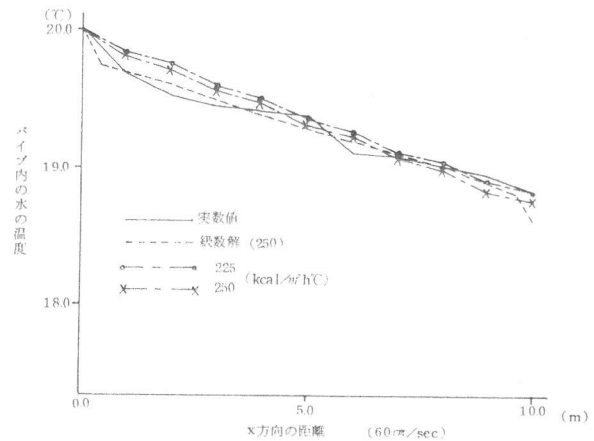


図-6 パイプ内の水の温度分布 (60cm/sec)

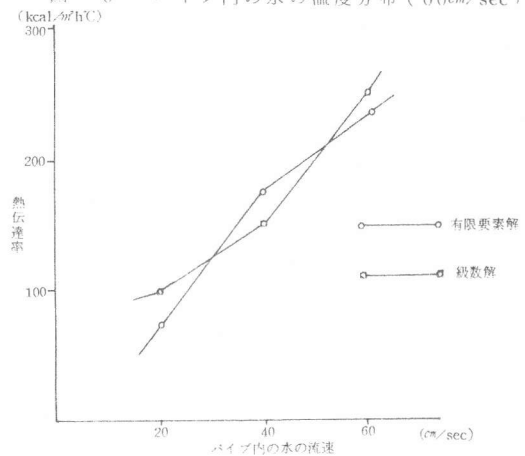


図-7 流速—熱伝達率関係