

[119] 鉄筋コンクリート梁部材の2次モーメント法による終局安全性の評価

正会員 鈴木 計夫 (大阪大学工学部)

正会員 中塚 信 (大阪大学工学部)

正会員 ○菊池 正彦 (大林組)

1 まえがき

構造物の安全性をより合理的に評価できる設計法を確立するには、設計にかかる構造変数の変動性および終局性能に及ぼす影響度を考慮して、合理的な部分安全係数を定める必要がある。部分安全係数を合理的に設定する拠り所として、Cornell^{5),6)}が提案した、確率変数の2次までのモーメントである、平均値と分散を用いて安全性を評価する、いわゆる2次モーメント法が挙げられる。さらに Hasofer,Lind^{7),8)}は、Cornellの定義を基本に、より合理的な安全性指標を定義している。本研究は Hasofer,Lind の定義した、設計点(破壊点)に着目した2次モーメント理論を用いて、コンクリートおよび鉄筋にかかる構造変数(例えば圧縮強度、降伏強度など)が、鉄筋コンクリート梁断面の終局性能の変動に及ぼす影響度 α を定量的に評価したものである。

2 2次モーメント理論

n 個の確率変数 (x_1, \dots, x_n) から成るある確率的構造を想定する。破壊条件式を $G(x_1, \dots, x_n) < 0$ (1) とすると、 n 次元空間は $G(x_1, \dots, x_n) = 0$ (2) により、破壊領域 ($G < 0$) と非破壊領域 ($G > 0$) に2分される。(図1(a)) また変数 x_i を独立な標準正規変数 x_i^* に変数変換 ($x_i = f_i(x_i^*)$) (3) すれば、 n 次元標準化空間は同様に超曲面 $G(f_1(x_1^*), \dots, f_n(x_n^*)) = 0$ (2') により2分される。この標準化空間内の原点を中心とする超球面上では同時に確率密度が等しく、また原点に近い球面ほど確率密度は大きい。それ故、(2') 式を満足する最も原点に近い点を設計点 $D(x_1^*, \dots, x_n^*)$ とし、ODの距離(ノルム)を安全性指標 β と定義する。(2') 式で表わされる超曲面が D で接する超平面で近似できれば、(1) 式の破壊確率 P_F は、 β を用いて標準正規分布関数 $\Phi(z)$ によって、 $P_F = \Phi(-\beta)$ (4) と表示できる。設計点(原点に最も近い点)を求めるには、(2') 式を拘束条件に $\beta^2 = \sum x_i^2$ が極値をとる点として、Lagrange の未定乗数法を用いる。(2') 式が非線形の場合には反復法を用いて同様に求め得る。^{7),10),11)} OD の x_i 軸に対する方向余弦をセパレーションファクター α_{xi} ($\sum \alpha_{xi}^2 = 1$) とすると、 $\alpha_{xi}, \beta, x_i^*$ は次式で表わされる。

$$\alpha_{xi} = \frac{\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*}}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*}\right)^2}} \quad (5)$$

$$\beta = \frac{G(f_1(0), \dots, f_n(0))}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*}\right)^2}} \quad (6)$$

$$x_i^* = -\beta \alpha_{xi} \quad (7)$$

ここで(3)式を用いて元の x_i に逆変換する。例えば、1) x_i が正規分布(\bar{x}_i ; 平均, σ_x ; 標準偏差, v_i ; 変動係数)に従えば、(3)式は $x_i = f_i(x) = \bar{x}_i + \sigma_x \cdot x_i$ (3-1) となり $\frac{df_i}{dx_i} = \sigma_x$ 。同様に 2) x_i が対数正規分布($x_{mi} = \bar{x}_i / \sqrt{1+v_i^2} = \bar{x}_i$; 中央値, $\zeta_i = \sqrt{\ln(1+v_i^2)} = v_i$)に従えば、 $x_i = f_i(x) = x_{mi} \cdot \exp(\zeta_i \cdot x_i)$ (3-2) より $\frac{df_i}{dx_i} = \zeta_i \cdot x_i$ 。以上から、それぞれ(5),(6),(7)に対応して以下の式が得られる。

$$\alpha_{xi} = \frac{\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*} \cdot \sigma_x}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*} \cdot \sigma_x\right)^2}} \quad (5-1)$$

$$\beta = \frac{G(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n, \dots, \bar{x}_n)}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*} \cdot \sigma_x\right)^2}} \quad (6-1) \quad x_i^* = \bar{x}_i - \beta \alpha_{xi} \cdot \sigma_x = \bar{x}_i (1 - \beta \alpha_{xi} v_i) \quad (7-1)$$

$$\alpha_{xi} = \frac{\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*} \cdot \bar{x}_i \cdot \zeta_i}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*} \cdot \bar{x}_i \cdot \zeta_i\right)^2}} \quad (5-2)$$

$$\beta = \frac{G(x_{m1}, \dots, x_{mi}, \dots, x_{mn})}{\sqrt{\sum \left(\frac{\partial G}{\partial x_i}|_{x_i^*} \cdot \bar{x}_i \cdot \zeta_i\right)^2}} \quad (6-2) \quad x_i^* = x_{mi} \exp(-\beta \alpha_{xi} \zeta_i) \quad (7-2)$$

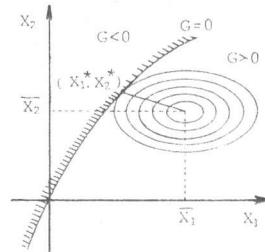


図1(a) 2次元確率空間

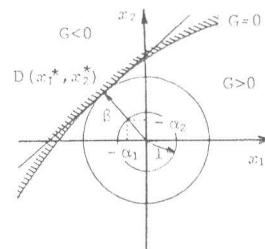


図1(b) 2次元標準化確率空間

(7-1), (7-2) 式は、ある破壊確率に對応する安全性指標 β を目標とした設計を行なう場合、各変数 x_i に対して、それぞれの破壊への影響度 α_i に応じて、安全性指標 β を分配した $(\beta \cdot \alpha_i)$ 設計を行なうのが合理的である事を示している。従って合理的な部分安全係数を設定するためには、各変数の影響度 α の定量的評価が基本的な要件となる。

3 鉄筋コンクリート梁断面の終局域性能の変動

(3-1) 研究方法

断面の終局域性能 R がある値 R^* を下まわる確率 P_F に對応する安全性指標 β およびセバレーションファクター α_i を次の様に求めた。まず、破壊条件式 (1) に對応して、 $G = R(R_1, \dots, R_i, \dots, R_n) - R^*$ (8) を假定する。 $R(\cdot)$ はモーメント、曲率、エネルギー等、鉄筋コンクリート梁断面の終局域性能の総称であり、 R_i は断面を構成する、図-2 に示す様なコンクリートおよび鉄筋の応力-ひずみ関係 ($S-S$ 関係) 上の構造変数である。次に (8) 式において適當な R^* をいくつか假定し、(5),(6) 式を用いて β, α_i を算出した。この時、式中の $\frac{\partial R}{\partial R_i}$ の計算は、微小区間の平均変化率を用いて近似した。なお、 R の分布の上すそを問題とする場合（せん断設計用の最大モーメント等）には β の値は負の数となる。こうして求めた $\beta-\alpha_i$ 関係（図-8）から必要な β に対する α_i の値を読み取った。基本とする β 値には、 $P_F = 10^{-5}$ に對応する $\beta = 4.27$ を用いた。また、 α_i の符号の正負は、構造変数 R_i の変動方向と終局域性能 R のそれとの正逆を表わすが、各 R_i が R の変動に及ぼす影響度を比較する場合、その絶対値を α_i と呼ぶことにする。

対象とする終局域性能 R には、断面のモーメント-曲率関係上の終局域指標点、すなわち図-3 に示す、i) 降伏点 (記号 Y)、ii) モーメント最大点 (M)、iii) 残力ブロック係数 $k_0 k_3$ 最大点 (K)、iv) 筆者等が提案している断面内合力 ($C=T$) 最大点 (L)、および v) 壓縮線ひずみが 0.3% となる点 (.3) 以上の各モーメント、曲率、および吸収エネルギー (原点と Y 点および各指標点を結ぶ四角形の面積) を用いた。

假定断面は、図-4 に示す単筋長方形梁で、鉄筋比 P_t は 4 種類である。寸法 b, d および鉄筋断面積 A_s の変動は考慮していない。構造変数 R_i として図-2 に示す 5 種を用いた。 R_i の平均値 (\bar{R}_i) および変動係数 (V_i) の値は、既往の研究を参考にして表-1 の様に定めた。変動係数の値は、コンクリートおよび鉄筋ごとにそれぞれ段階の値を假定した。各変数の分布は、負の数をとらない最も実際的な分布形として、全て対数正規分布を假定した。また各変数間の相関性は考慮せず、全て独立とした。

(3-2) 各構造変数が断面性能の変動に与える影響度

各構造変数が断面の終局域性能の変動に与える影響度 (α_i) について、種々の要因による変化を考察した。以下に示す図は全て、各終局域指標点におけるモーメント、曲率および吸収エネルギーに対する各構造変数の α 値を示したものである。 α 値が負の場合には各点の右上にマイナス符号を付けた。

① 終局域指標点の種類による変化 (図-5)

〈モーメント〉 モーメント変動には、各指標点の違いによる差はほとんど見られず、いずれも降伏

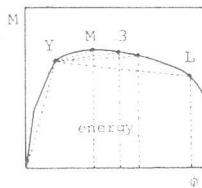
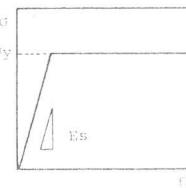
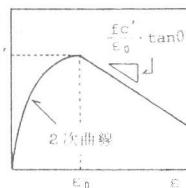


図2 コンクリートおよび鉄筋の構造変数

図3 M-φ 関係略図

表1 計算に用いた構造変数の統計量

R_i	\bar{R}_i	V _i		
		low	mid	high
$f_{c'}$	$290 \text{ (kg/cm}^2)$	5%	10%	15%
ϵ_0	1.74×10^{-3}	7%	12%	17%
$\tan\theta$	0.340	15%	25%	35%
σ_y	$4025 \text{ (kg/cm}^2)$	2%	5%	8%
E_s	$2.1 \times 10^5 \text{ (kg/cm}^2)$	4%	8%	12%

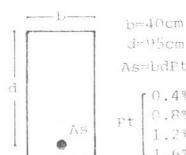


図4 假定断面

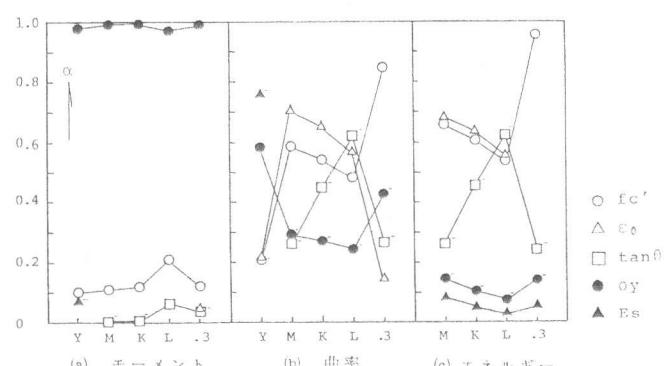


図5 影響度 α の各指標点の種類による変化
($P_t=0.8\%$, V_{mid} , $\beta=4.27$)

強度 α_y の α はコンクリート強度 fc' のそれに比べて圧倒的に大きい。 $\alpha_{te'}$ は曲率の大きな時点での指標点である γ 点で他の 2 倍程度となる以外、いずれの指標点についてもほぼ同じ値である。(図-5 a)

〈曲率〉 モーメントとは異なり、 α 値の傾向は指標点の定義により、 γ 点、 δ 点およびその他の 3 種類に分類できる。 γ 点では鉄筋の構造変数 e_{sy} の影響が圧倒的であり、 δ 点は $\alpha_{te'}$ が大きく α_{ay} がそれに次いでいる。 M, K および L 点では、コンクリートの構造変数の影響を大きく受ける。また曲率あるいはコンクリートひずみが増大する、 M, K, L の順に α_{tan} は急増し、他の影響度は減少する。(図-5 b)

〈エネルギー〉 モーメントに比べて曲率の変動¹⁾ がかなり大きなことを反映して、各指標点とも概ね曲率と似た傾向を示すが、曲率の場合以上にコンクリートの構造変数の影響度が大きい。これは α_y の値は、モーメントで 0.95 以上、曲率で 0.3 ~ 0.4 とかなり大きな値であったが、両者の符号が逆すなわち、 α_y 変動によるモーメントと曲率の変動方向が逆であることから、両者の稍に近いエネルギーには α_y の影響度は小さくなる事を示す。(図-5 c)

② 鉄筋比 Pt による変化 (図-6)

〈モーメント〉 いずれの指標点についても Pt が増すほど α_{ay} は減少し、他の α (特に $\alpha_{te'}$) が増加する。これは Pt の増加によってコンクリートの負担が増大するためと考えられ、 Pt の変動に対する α の変化は、 γ 点が小さく、 M, K, δ が同程度で γ 点が最も大きい。(図-6 a~c)

〈曲率〉 γ 点では Pt が増すほどコンクリートの構造変数の影響が増し α_e は減少した。しかし、他の指標点では Pt が変動しても各 α 値はほとんど変化せず、 Pt の影響は受けない。(図-6 d~f)

〈エネルギー〉 モーメントとは逆に各指標点とも Pt が増すほど鉄筋の構造変数および fc' の影響が増し、他は減少する。 Pt の変動に対する各 α の変化の割合は、特に α_y のそれが大きい。(図-6 g h)

③ 変動係数 (V_{conc}, V_{steel}) による変化

表-1 に示したコンクリートおよび鉄筋の各構造変数の変動係数のうち一方を固定して (mid) 他方のみを変化させた。この時、同一材料の変動係数は全て同時に変化させ、 V_{conc} および V_{steel} で表記することにする。

〈モーメント〉 V_{conc} あるいは V_{steel} のいずれか一方を増加させると、増加した変動係数に対する α は増

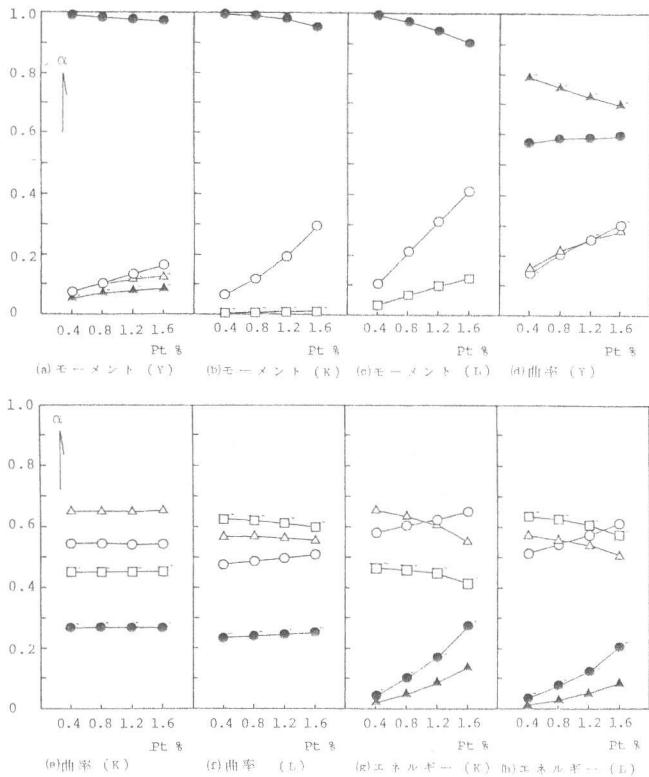


図 6 影響度 α の鉄筋比による変化 ($V_{mid}, \beta=4.27$)

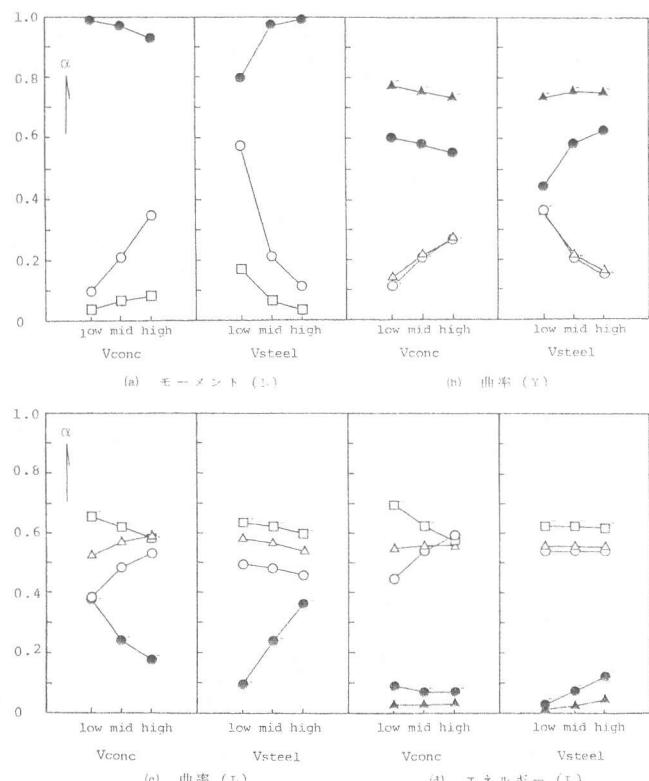


図 7 影響度 α の変動係数による変化 ($Pt=0.8\%, \beta=4.27$)

加し他方の α は減少する。 v_{conc} の変化による α の変化は直線的だが、 v_{steel} の変化によるそれは v_{steel} の小さい場合に著しい。 v_{conc} および v_{steel} のいずれの変化に対しても、特に $a_{fc'}$ の変化が大きい。(図7-a)

〈曲率〉 Y点は、 v_{conc} が増えると $a_{fc'}$ および a_{θ} が増加し他の α は減少する。 v_{steel} が増えると v_{conc} とは逆の傾向を示すが、 E_s の変化は小さい。他の指標点は v_{conc} の増加に対して $a_{fc'}$ a_{θ} は増加、 $a_{tan\theta}$ は減少し、 $a_{\phi\theta}$ は激減する。 v_{steel} の増加に対しては $a_{\phi\theta}$ の増加が大きい。(図7-b,c)

〈エネルギー〉 いずれの指標点も、 v_{conc} の増加に対して $a_{fc'}$ が増加、 $a_{tan\theta}$ が減少し、他の α の変化は小さい。 v_{steel} の増加に対しては、鉄筋の構造変数の α が増大し、コンクリートのそれはあまり変化しない。(図7-d)

④ 安全性指標 β による変化

〈モーメント〉 安全性を $\beta = 3 \sim 4.8$ とすると、いずれの指標点についてもこの範囲内の β に対する α 値はほぼ同一である。Y点は $\beta = -6 \sim 6$ にわたってほとんど α は一定であるが、他の指標点では分布の下す $\beta = 3 \sim 4.8$ より上す $\beta = -3 \sim -4.8$ に対する $a_{fc'}$ 値が若干大きい。(図8-a)

〈曲率〉 β の増加に対し Y点の α はほぼ同一だが、他の指標点では $a_{tan\theta}$ は減少し他は若干増加する(図8-b)

〈エネルギー〉 いずれの指標点も曲率と同様の傾向を示すが、鉄筋の構造変数の変化が大きい。(図8-c)

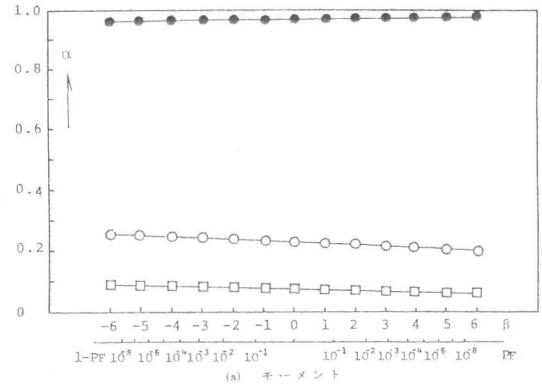
4 まとめ

2次モーメント理論を用いて、コンクリートおよび鉄筋の応力-ひずみ関係($s-s$ 関係)上の構造変数の変動が、鉄筋コンクリート単筋梁断面の終局域性能の変動に及ぼす影響度 α を調べ、以下の結論を得た。

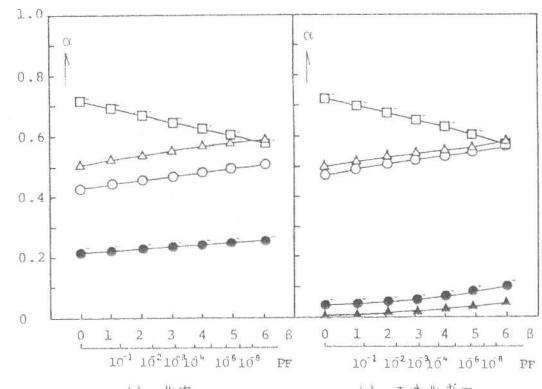
- (1) モーメント変動には鉄筋降伏強度 σ_y の影響度が圧倒的に大きく、コンクリート強度 f_c' のそれは小さい。また影響度 α の値は終局域指標点によらずほぼ等しい。エネルギー変動への影響度は曲率変動のそれに似た傾向を示すが、曲率以上にコンクリートの構造変数の影響度が増し、鉄筋のそれは小さい。(3-2-①)
- (2) 鉄筋比が増すと、モーメント変動に関する σ_y の影響度は減少して f_c' の度合が増すが、エネルギー変動に関しては逆に鉄筋の構造変数の影響度が増してコンクリートのそれは小さくなる。(3-2-②)
- (3) コンクリートあるいは鉄筋の構造変数のいずれか一方の変動係数 v のみを増加させると、モーメント変動に関しては v を増した変数の影響度が増し、他のそれは減少する。エネルギー変動に関しては、コンクリートの v の増加に対して f_c' の影響度は増加し、コンクリートの無次元化下降勾配 $tan\theta$ の影響度は減少するが、鉄筋の v の増加に対しては、鉄筋の構造変数の影響度は増し、他のそれはほとんど変化しない。(3-2-③)
- (4) 安全性指標 β によってモーメント変動に関する各影響度はあまり変化しないが、曲率およびエネルギー変動に関しては、 β を大きく取るほど $tan\theta$ の影響度は減少し、他のそれは増加する。(3-2-④)

(参考文献)

- 1) 鈴木 中塚 出口 コンクリート工学年次講演会論文集 pp265-268 1980
- 2) 鈴木 中塚 菊池 建築学会大会学術講演梗概集 pp1539-1540 1981,9
- 3) 鈴木 中塚 菊池 同 上 pp1679-1680 1982,10
- 4) 鈴木 中塚 同 上 pp1791-1792 1979,9
- 5) C.A.Cornell, Jour.of ACI, Vol.66, No.12, pp974-985 Dec. 1969
- 6) A.H-S Ang & C.A.Cornell, Proc.ASCE, STS pp1755-1769 Sep. 1974
- 7) A.M.Hasofer & N.C.Lind, Proc.ASCE, EM1 pp111-121 Feb. 1974
- 8) N.C.Lind, Proc.ASCE, EM2 pp273-284 Apr. 1977
- 9) 武山 鈴木 戸谷 土木学会年次学術講演会講演概要集 PP7-8 1981,10
- 10) 戸谷 尾坂 鈴木 同 上 PP3-4 1981,10
- 11) 白石 古田 中野 土木学会論文報告集 第311号 pp1-12 1981,7
- 12) 伊藤学 土木学会誌 第60巻10号 pp35-43 1975,10
- 13) 水野俊一 コンクリート工学 Vol.19, No.9 pp91-103 1981,9
- 14) 青木義次 モーメントコンクリート No.384, pp22-29 1979,2
- 15) 山田 邦 GRC 25, pp37-39, 26, pp21-26 星野 高橋 GRC 25, pp37-39, 26, pp21-26



(a) モーメント



(b) 曲率 (c) エネルギー

図8 影響度 α の β による変化 (Y点, $Pt=0.8\%$, $Vmid$)