

# [153] 長柱挙動の Nathan による計算方法と実験の対照

正会員 ○粕谷伸男(三井建設土木部)  
 正会員 山崎 淳(東京都立大学工学部)

## 1. 研究目的および結論

材料・幾何非線形を伴う鉄筋コンクリート長柱の挙動の能率的な計算法である Nathan の方法による予測と、断面  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$  の供試体による試験結果を対照した。試験は座屈基本半波長の半分の片持梁供試体に偏心軸力を加え、計算予測による不安定終局限界状態を再現しようとした。初期ひびわれをも含む三回の試験の結果、実測終局荷重は予測値の  $80 \sim 90\%$  となり、終局破壊モード、コンクリートおよび鉄筋の圧縮ひずみと引張ひずみの傾向には総じて不整合はみられないことに照らせば、計算手法ならびに実験手法ともに、個々に改良が必要な点は多々あるものの、基本的には健全なものと結論された。

## 2. 問題およびその挙動

対象とする問題は、対称半波長座屈形状について、断面配筋および長さを定めた部材の端部に加えることのできる軸力と曲げモーメントの組合せ、すなわち部材端軸力  $N$ ・部材端モーメント  $M$  の Interaction Diagram を求めること。図-1、2参照、ならびに終局限界状態のモードを知ることである。

部材端の境界条件が任意に変化する場合の厳密な解析は対象外である。種々の設計手法に用いられているような座屈形状に応じて基本半波長部分の強度から換算できる場合に限定する。

問題とする挙動は、図-3に示すように部材端での軸力とモーメントが比例関係を保ちつつ増加するに従って中央断面のモーメントが付加モーメントによって増幅される現象である。中央断面が断面破壊に至る時点での端部組合せ応力は、中央断面の組合せ応力の軌跡と断面強度をあらわす曲線の交点から水平線を左へ伸ばし、載荷径路線との交点で示される。不安定現象の場合はより複雑であり後述の図-14のようになる。種々の載荷径路について図-4のように順次部材端部組合せ応力の点を求めてそれらを結べば、ある長さの部材の端部組合せ応力 Interaction Diagram が得られるわけであるが、材料・幾何非線形を伴う変形の計算解法の手順が繁雑となる。

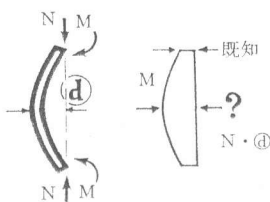


図-1 幾何非線形長柱の問題

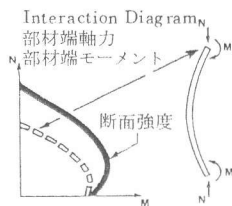


図-2 部材端応力

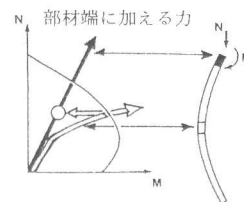


図-3 中央断面付加モーメント

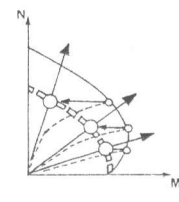


図-4 種々の載荷径路

## 3. 本解法の特徴

Galambos<sup>1)</sup>が鋼構造の Beam-Column の解析に用いた CDC (Column Deflection Curve) を Nathan<sup>2)</sup>が、プレストレスト・コンクリート部材に適用した方法は、後の5節に示す手順によるが、以下の特徴がある。

- (1) 反復収束計算をしない。
- (2) 画像機能付対話型計算機を用いれば、長柱挙動と計算過程が視覚的にとらえられる。
- (3) 誤差の起因が認識でき、精度の制御が可能。
- (4) 部材の終局限界状態での危険断面の状態がわかる。
- (5) 計算の能率化のための後述5節(3)項の計算の物理的意味は、図-10の載荷径路を想定していることになる。これは実際の構造載荷試験では困難な方法であるので数値シミュレーションの利点である。

#### 4 CDCの力学的意味

図-5のうちの個々のCDCは、軸力 $N$ とスパン中央断面のモーメント $M$ （または、軸力作用線からのたわみ）を与えたときの釣合を保つ柱の形状をあらわす。その場合の部材長さは、反復収束なしに計算できる。

図-5のCDC群図は、軸力 $N$ を支え、中央断面での軸力作用線からのたわみが、ゼロと可能最大値（断面破壊に対応）の間の種々の値になるときの釣合を保てる柱のすべての形状を、選んだいくつものものであらわしている。それぞれのCDCの長さは異なっている。

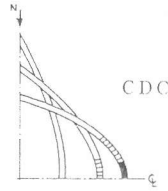


図-5 CDC群

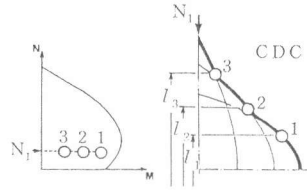


図-8 種々の部材長さの  $e_{max}$

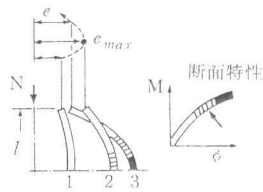


図-6 部材端偏心可能最大値

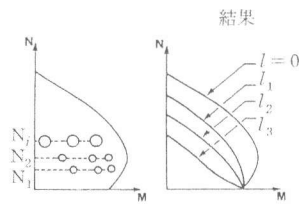


図-9 部材端Interaction Diagram

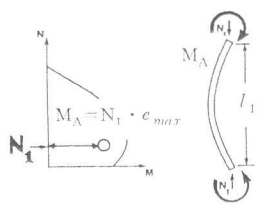


図-7 部材端終局モーメント

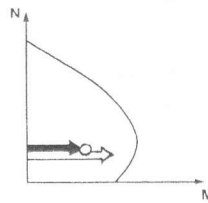


図-10 数値シミュレーションでの荷重径路

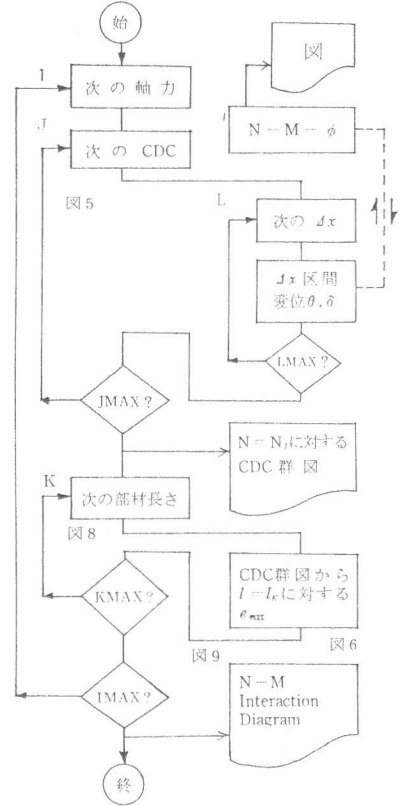


図-11 計算の流れ

#### 5 解法の計算手順

計算手順は以下のとおりであり、流れは図-11に示す。

- (1) 断面の軸力・曲げモーメント・曲率関係、 $N-M-\phi$  関係、を求めておく。
- (2) 図-5参照。ある軸力 $N$ に対するCDC群の作成。中央断面での初期境界条件は既知。通常の曲率の積分による変位の計算。（Timoshenko<sup>39)</sup>）
- (3) 図-6参照。部材長さ $l$ に対する端部偏心量可能最大値を求める。 $y$ 座標が $l$ の水平線とCDC群の交点の $x$ 座標のうち最大値 $e_{max}$ が求めるものであり、端部モーメントは $M_A = N \cdot e_{max}$ である。この過程を現実の荷重試験で行うとすれば、図-10の荷重径路によることになる。
- (4) 終局限界状態となっている長さ $l$ の部材が同定される。図-6では2番目のCDCの長さ $l$ の部分ということになる。ゆえに中央断面でのモーメントが得られ、 $M-\phi$ 関係上の位置もわかる。すなわち材料の状態もわかる。図-6ではモーメントは断面強度に達していないので限界状態は不安定終局限界状態であることがわかる。
- (5) 図-7参照。 $N-M$ 座標上に軸力 $N_i$ に対する長さ $l_i$ の部材の部材端モーメント $M_A$ の値をプロットする。
- (6) 図-8参照。(3)~(5)の手順により、長さ $l_1, l_2, \dots, l_{KMAX}$ の部材について部材端モーメントをプロット。

(7) 図-9 参照。軸力  $N_1, N_2, \dots, N_{IMAX}$  について, (2)~(6) の手順を繰返し,  $N-M$  座標上に,  $KMAX * IMAX$  の点を得る。K が共通の点を結んで, 長さ  $l_K$  の部材の部材端応力 Interaction Curve を得る。

### 6. 供試体および試験方法

断面  $10\text{ cm} \times 10\text{ cm}$ 、四隅にかぶり  $10\text{ mm}$  で SD30D10 各 1 本を配置, 粗骨材は  $5 \sim 10\text{ mm}$ 、試験時コンクリート圧縮強度は  $330\text{ N/mm}^2$ 、基本半波長座屈長  $280\text{ cm}$  の対称中心を固定する長さ  $140\text{ cm}$  の片持梁供試体の荷重自由端での軸力偏心は  $2\text{ cm}$ 、半波長と部材横寸法の比は 28。荷重装置は図-12 に示すもので、供試体先端をささむ金具の円孔に鋼製ピンにより荷重し回転自由度をゆるす。荷重用ジャッキの底板と架台に固定の支承板すり合せ部は厚さ  $5\text{ mm}$  のテフロン板同志とし滑り自由度を与える。ジャッキの水平度は装着した水準器を監視しつつ、荷重用ジャッキにかませた手動ジャッキで調整する。荷重治具類の重量はケーブルで吊上げ滑車を通して重錘でバランスさせる。荷重は  $1\text{ ton}$  ピッチで加え、たわみ、コンクリート表面および鉄筋のひずみを測定した。

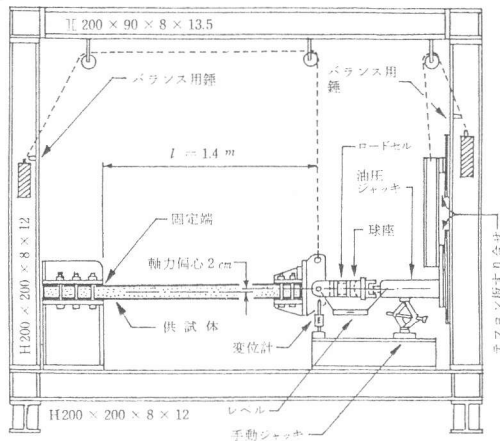


図-12 荷重装置

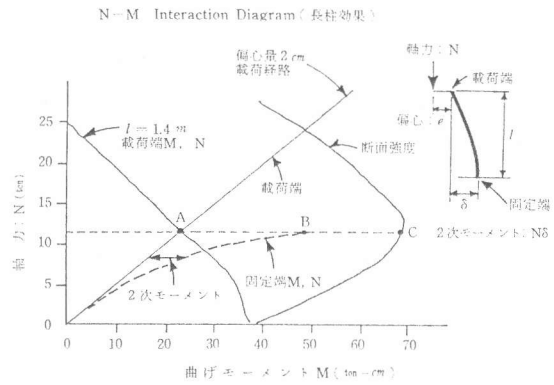


図-13 試験を行う限界状態

### 7. 試験する限界状態

荷重試験を行う限界状態は、計算による予測は不安定現象であり、CDC 群および供試体の変形状態図は図-14 の破線で示すもの。諸量計算値は表-1 にまとめてあるが、終局軸力  $11\text{ ton}$ 、無次元化軸力  $N/N_0 = 0.28$ 、同モーメント  $M/M_0 = 0.67$ 、端部偏心 ( $2\text{ cm}$ ) + 終局たわみ  $= 4.15\text{ cm}$ 。コンクリート圧縮ひずみ  $= 0.0015$ 、引張側鉄筋ひずみ  $= 0.000660$  でいずれも材料破壊に至らない。断面強度および部材端での  $N-M$  図は図-13 に示す。付加モーメントの加わった中央断面の  $N-M$  の軌跡は破線で示され、B 点で断面強度曲線に届かないことが不安定現象を示している。

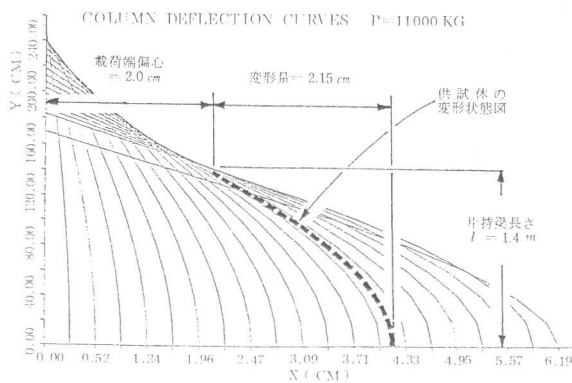


図-14 試験を行う限界状態での供試体および CDC 群

表-1 試験供試体限界状態諸値

部材横寸法 $D$ (cm)	10	終局限界状態	不安定
供試体片持梁長さ (cm)	140	終局軸力 $(t)$	11.0 (0.28 $N_0$ )
座屈半波長 (cm)	280	終局固定端モーメント $(t-cm)$	45.7 (0.67 $M_0$ )
端部軸力偏心 (cm)	2.0	終局変形量 (cm)	2.15
断面強度軸力 $N_0$ (t)	39.8	片縮れコンクリートひずみ	-0.001500
断面強度モーメント $M_0$ (t-cm)	68.0	圧縮側鉄筋ひずみ	-0.001100
		引張側鉄筋ひずみ	0.000660

## 8 試験結果と評価

2個の供試体で4回の載荷試験（No.1～No.4）を行った。終局荷重，終局たわみ，供試体の状況を表-2に記す。No.1試験では載荷用ジャッキが水平に保てず，14 tonに達したがひびわれすら発生せず参考にならないので以下の検討から除く。No.2はNo.1のやりなおしであり，No.3はNo.2が座屈し，ひびわれ断面となったものを残留変位7 mmで再び載荷したもので，初期不整，予期せぬひびわれがある場合の試験とみなす。No.4はNo.2と同じ条件での再現試験と考える。

荷重・変位関係は図-15のようであり，終局時荷重は9 ton～10.5 ton と計算値の82～95%におさまっているものの，終局時変位は計算値の2.2 cmに対して1.5 cm（No.2）～7 cm（No.4）と相当ばらついている。座屈の様子もNo.2が急激であるのに対し，No.4はゆるやかであった。また計算で予測された終局時変位2.2 cmも必ずしも限界状態ではないようである。荷重・変位関係図が波打っているところは載荷用ジャッキの水平姿勢維持に問題があったため改善が可能である。

荷重・ひずみ関係は図-16，17に示した。圧縮側コンクリート（1点で計測），圧縮側鉄筋および引張側鉄筋（2点の平均）とも実測ひずみが計算値より高めに出現しているが，全体の傾向はおおむね許容できる。

試験結果を通覧すると，個々の現象について説明が必要な点が残されているが，終局破壊モード，荷重，たわみ，コンクリートひずみ，および鉄筋ひずみそれぞれが相互に矛盾するような結果を与えている点は認められない。実測終局荷重は，計算値の82～95%であったが，座屈という不安定現象の予測としては容認し得ると思われる。

ACI Code（ACI 318-77）10.11.5節の設計式による終局荷重の計算値は8.9 tonと実測値に近く，またモーメント割増係数は3.7であり，これは終局変位が，端部偏心（2 cm）×3.7=7.4 cmとなる断面破壊相当と考えていることを示す。No.4の実測値7.0 cmと近い値を示している。しかしモーメント割増係数と断面破壊による予測値と不安定現象とどのように関連づけるべきかについては疑問が残る。

表-2 試験結果

試験番号	供試体番号および状態	終局荷重(t)	終局変形(cm)	備 考
No. 1	No. 1	14.0	1.5	載荷ジャッキ水平度不明
No. 2	No. 1 再 試 験	8.0	1.5	座 屈 急 激
No. 3	No. 1 座屈後再試験	10.5	4.3	初期ひびわれ，初期不整7 mm
No. 4	No. 2	9.2	7.0	座屈ゆるやか

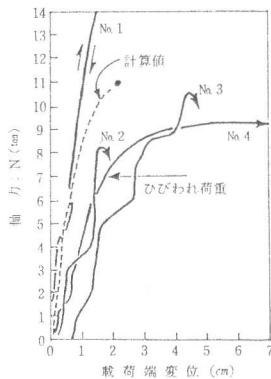


図-15 荷重・変位関係

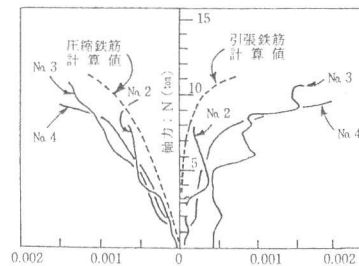


図-16 鉄筋のひずみ

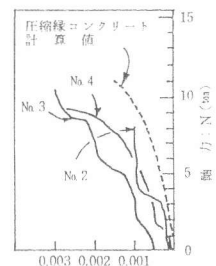


図-17 コンクリート圧縮ひずみ

謝 辞： 本研究は文部省研究費No.56350032（研究代表者 樋口芳朗 東大教授（当時））により行った。解析および実験は第一著者が昭和56年度都立大学卒業特別研究として行った。実験に協力した昭和56年度卒業生 天野（千代田コンサルタント），亀山（住友建設），北尾（佐藤工業），佐藤（野村不動産），谷本（日揮）および昭和56年度修士，時田（清水建設），広中（鹿島建設）の諸氏にお礼申し上げる。

### 参考文献：

- Galambos, T.V. (1968). "Structural Members and Frames," Prentice Hall.
- Nathan, N.D. (1972). "Slenderness of Prestressed Concrete Beam Columns," PCI Journal, Vol.17, No.6.
- Timoshenko, S.P., and Gere, J.M. (1961). "Theory of Elastic Stability," 2nd Edition, McGraw Hill.