

## [68] セメントモルタルの曲げ強度の確率論的考察

正会員○大岸佐吉 (名古屋工業大学工学部)

正会員 小野博宣 (中部大学工学部)

高津 学 (名古屋工業大学工学部)

武田祥志 (名古屋工業大学大学院)

### 1. まえがき

セメントベーストおよびモルタルの多数試験体について曲げ試験を行うと、強度値はある値を中心としたバラツキを示す。これは破壊が材料中にランダムに存在する欠陥部分を起点として発生し、強度は材料の平均的な性質としてではなく、材料中に含まれる最大欠陥により支配されるためである。つまり材料の強度値は確定値とみなすべき量ではなく、統計的な量として把握されるべきものと理解される。また強度値のバラツキは、試験体寸法、変形速度など各種の因子に支配されるので、確率統計手法により、これらの影響を明らかにする必要がある。これに関して既にいくつかの研究例がある。<sup>1)~12)</sup>本研究はセメント系複合材料の破壊挙動の本質を確率統計論的に明らかにするため、第1段階としてセメントベーストおよびモルタルの曲げ強度の確率的統計性質に及ぼす試験体数・変形速度・試験体寸法・調合比・材齢および混和剤の影響を実験的に検討したものである。

### 2. 強度の確率論的研究

材料が完全ぜい性破壊モードを示す場合、強度の確率分布はワイブル分布を示すことが多く、強度の非破壊確率の2重対数、 $\ln(-\ln(1-P))$ 、と強度の対数、 $\ln(S)$ 、との関係は直線（ワイブル分布）で表示される。

$$\ln(-\ln(1-P)) = \ln(b) + m \ln(S) \quad (1)$$

P : 実測破壊確率 S : 強度

m : ワイブル係数 b : 定数

ただし小さい方からn番目の強度  $S_n$  に対応する破壊確率 P ( $S_n$ )、の算定には次式(2)を用いた。 N : 試験体総数

$$P(S_n) = n/(N+1) \quad (2)$$

$Y = \ln(-\ln(1-P))$  とし最小2乗法により m, b を求めた。

$$\left\{ \begin{array}{l} m = \frac{\sum(Y_i \ln S_i) - (1/n) \sum \ln S_i \sum Y_i}{\sum(\ln S_i)^2 - (1/n)(\sum \ln S_i)^2} \\ b = \exp((\sum Y - m \sum \ln S_i)/n) \end{array} \right.$$

### 3. 実験方法

#### 3.1 試験項目 セメントベーストおよびモルタルにおける

- 1) 強度分布の試験体数及び混和剤の影響
  - 2) 強度分布の変形速度依存
  - 3) 強度分布の試験体寸法依存
  - 4) 強度分布の調合依存
  - 5) 強度分布の材齢依存
- の5項目を試験した。

#### 3.2 調合・養生・材料 使用したセメントは普通ポルトラ

ンドセメント (O 表4 強度分布の調合依存の実験 (材齢28日))

社製、 $\rho = 3.10$ ,

比表面積 = 3240

 $(\text{cm}^2/\text{g})$ , 圧縮強さ  
 $\sigma_{28} = 40.6(\text{N/mm}^2)$ ,

Number of specimens	C/W/S by weight	Size of specimen (mm)	Crosshead speed (mm/sec)
W/C=0.35	C/W/S=1/0.45/1		
24	1/0.30 /0		
24	1/0.375/0		
24	1/0.45 /0		
24	1/0.45 /1.0	40×40×160	$1.6 \times 10^{-3}$
24	1/0.45 /1.5		
24	1/0.45 /2.0		

表1 強度分布の試験体数依存の実験 (材齢28日)

Number of specimens	Size of specimen (mm)	Crosshead speed (mm/sec)
W/C=0.35	C/W/S=1/0.45/1	
53 * 28	52	40×40×160 $1.6 \times 10^{-3}$

\* ;AE/water-reducing agent(0.1%Cwt)

表2 強度分布の変形速度依存の実験 (材齢28日)

Number of specimens	Size of specimen (mm)	Crosshead speed (mm/sec)
W/C=0.35	C/W/S=1/0.45/1	
24	0	0.416
24	24	0.83
24	24	1.6
24	24	$4.16 \times 10^{-3}$
24	24	8.33
24	24	41.6
0	24	83.3

表3 強度分布の試験体寸法依存の実験 (材齢28日)

Number of specimens	Size of specimen (mm)	Crosshead speed (mm/sec)
W/C=0.35	C/W/S=1/0.45/1	
24	24	20×20×80
24	24	30×30×120
24	24	40×40×160
24	24	60×60×240
24	24	80×80×320

表4 強度分布の調合依存の実験 (材齢28日)

Number of specimens	Size of specimen (mm)	Crosshead speed (mm/sec)	Test age (days)
W/C=0.35	C/W/S=1/0.45/1		
24	24		3
24	24		7
24	24	40×40×160	1.6 × 10 <sup>-3</sup>
24	24		28
24	24		91

細骨材には豊浦標準砂 ( $\rho = 2.64$ , 吸水率 = 0.2 (% / wt)) を用いた。調合・試験体寸法・試験体数・材齢は各試験とも表 1 ~ 表 5 に示す。練り混ぜにはモルタルミキサーを使用。打ち込み後、3 ~ 5 時間経過したときキャッピングをして、 $20^{\circ}\text{C}$ , RH = 80 % の恒温恒湿実験室内で気中養生をし、24時間後に脱型し、重量を測定した後、水中養生 ( $20^{\circ}\text{C}$ ) を行い、表 1 ~ 表 5 に示す材齢で試験を行った。

**3.3 試験方法** 所定の材齢に達した試験体を、湿润状態で重量測定し、スパンを試験体はり高の 3 倍、2 点集中荷重間隔をスパンの 1/4 にセットし、表 1 ~ 表 5 に示すクロスヘッドスピードで降下させ、2 点集中曲げ試験を行った。オートグラフの記録紙より最大荷重  $P_{\max}$  を読みとり最小 2 乗法により式(1)の  $m$  を求めた。

#### 4. 実験結果と考察

##### 4.1 強度分布の試験体数及び混和剤依存性

図 1 にセメントペーストおよびモルタルの曲げ強度  $\sigma_b$  の度数分布を示す。モルタルの曲げ強度の度数分布はセメントペースト（無混和）のそれよりも狭い範囲にあり、セメントペーストは、前者よりも、大きなバラツキを示した。これは、練り混ぜ時にセメントペースト内に混入された潜入空気により、組織に均一性を欠いたためと考えられる。ペーストに AE 減水剤を添加すると、図 1 中の右曲線に示されるように曲げ強度の度数分布は、強度の高い領域に移行し、ワイブル係数も  $m = 8.7$  (無添加) から  $m = 10.9$  に増大し、組織がより均質化したことが認められる。

図 2 にセメントペーストおよびモルタルの 4 点曲げ試験より得られた非破壊確率の 2 重対数  $\ln(-\ln(1-P))$  と曲げ強度の対数  $\ln(\sigma_b)$  との関係を示す。図中の直線は最小 2 乗法により求めたものである。図 2 によれば、曲げ強度の実験値分布は、セメントペースト、モルタルとともに極めて直線に近く、相関係数においても  $r = 0.977 \sim 0.989$  をとり、ワイブル分布を示している。

図 3, 図 4 にセメントペーストおよびモルタルの試験体総数  $N$  のうちから、無作為に抽出した試験体  $n$  本の曲げ強度の確率分布曲線における平均勾配  $m$  (ワイブル係数) と無作為抽出数  $n$  との関係を示す。セメントペーストの場合、抽出試験体数が  $n > 15$  では、 $m = 7 \sim 12$  と安定する。モルタルの場合、抽出試験体数が  $n > 25$  において  $m = 11 \sim 20$  の範囲でばらつく。この  $m$  はセメントペーストの値よりも大きい。つまりある程度の試験体数を越えると、セメントペースト、モルタルとともに、本来それぞれの材料が示す曲げ強度の分布性状を示すといえる。すなわちセメントペーストおよびモルタルの 4 点曲げ試験において、信頼性のある曲げ強度を得るための下限試験体数は、それぞれ、15 個、25 個程度であると考えられる。よって以下の試験では、いずれの場合も同条件の試験体数は、セメントペースト、モルタルとも 24 個とした。なお試験体の無作為抽出は疑似乱数により行った。

##### 4.2 強度分布の変形速度依存性

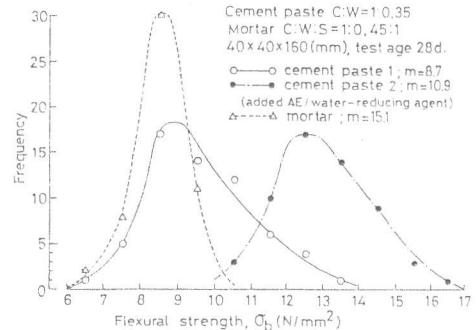


図 1 曲げ強度の度数分布

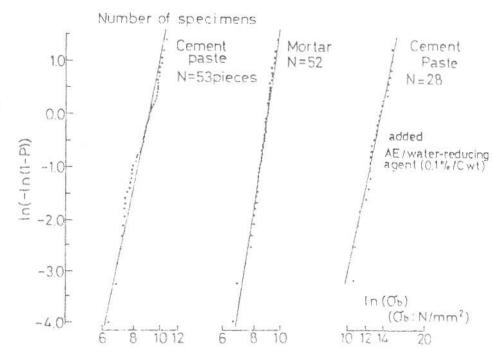


図 2 曲げ強度分布

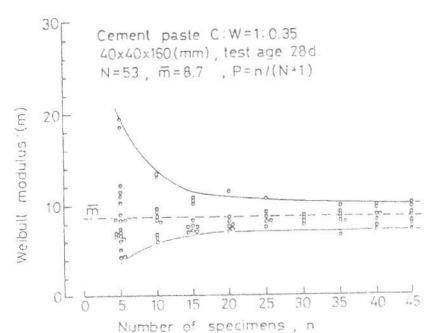


図 3 試験体数  $n - m$  (Paste)

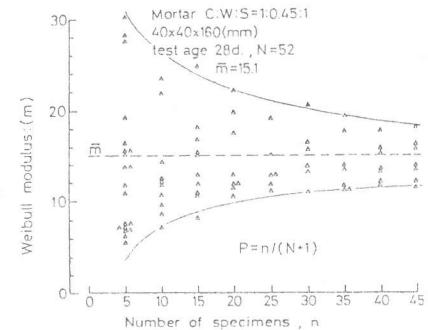


図 4 試験体数  $n - m$  (Mortar)

図5にモルタルの6段階の変形速度における曲げ強度の確率分布を示す。ペーストの図を省略するが同じ傾向を示した。どの速度下でもワイブル分布を示す。

図6にセメントペーストおよびモルタルの4点曲げ試験における変形速度と平均曲げ強度  $\bar{\sigma}_b$  の関係を示す。本実験での変形速度が  $(0.416 \sim 83.3) \times 10^{-3}$  (mm/sec) の範囲では、セメントペースト、モルタルとも変形速度が大なるにつれて、曲げ強度  $\sigma_b$  は増大する傾向を示す。

図7にセメントペーストおよびモルタルのワイブル係数mと変形速度の関係を示す。セメントペースト、モルタル共に、この変形速度の範囲ではmの値は各々一定値をとり、モルタルのmの方がセメントペーストのmよりも大きく、組織の均質性が高いことを示している。一般に破壊強度に及ぼす載荷速度の影響を表わす理論式は次式(3)で示される。

$$\sigma_{str} = \bar{\sigma} / \bar{\sigma}_0 = (\dot{\sigma} / \dot{\sigma}_0)^{1/m} \quad (3)$$

ここに  $\sigma_{str}$  は応力負荷速度が  $\dot{\sigma}$  なる場合の破壊強度の比、 $\bar{\sigma}_0$  は基準となる破壊強度、 $\dot{\sigma}_0$  は基準時の応力負荷速度を示す。図7より求めたセメントペーストおよびモルタルのm値を用い、基準応力速度を  $\dot{\sigma}_0 = 0.73$  (kg f/cm<sup>2</sup> · s), その時の曲げ強度を  $\bar{\sigma}_0$  として式(3)より  $\bar{\sigma} / \bar{\sigma}_0$  を求めた。これと  $\dot{\sigma} / \dot{\sigma}_0$  の関係を実験値とともに図8に示す。実験値と理論値は全般的によく適合している。またワイブル係数mの増大につれて、曲げ強度の載荷速度依存性が小さくなることを示している。

#### 4.3 強度分布の試験体寸法依存性

図9にセメントペーストおよびモルタルの試験体はり高とワイブル係数mの関係を示す。両硬化体とともに、はり高が20~80 mmの範囲では、mは断面寸法に依存せず、それぞれ一定値を示す。材料の強度のバラツキがワイブル分布に従うとすると、曲げ強度は試験体の有効体積の  $1/m$  乗に反比例し、次式で示される。

$$\sigma_b = (V_0 / V)^{1/m} \cdot \sigma_{bo} \quad (4)$$

ここに  $V_0$  は基準となる試験体有効体積、 $\sigma_{bo}$  は基準寸法はりの曲げ強度である。図9より求めたセメントペーストおよびモルタルのm値を用い、理論式(4)より求めた  $\sigma_b$  と、はり高の関係を図10に示す。セメントペーストおよびモルタルの曲げ強度の実験値は小寸法ほど大であり、曲げ強度の実験結果は、寸法の依存式(4)にほぼ適合している。

#### 4.4 強度分布調合依存

図11にセメントペーストの水セメント比(W/C)とワイブル係数mを示す。mの値は(W/C)に依存していない。図12にモルタルの(S/C)と  $\bar{\sigma}_b$  との関係を示す。(S/C)の大なるにつれ、

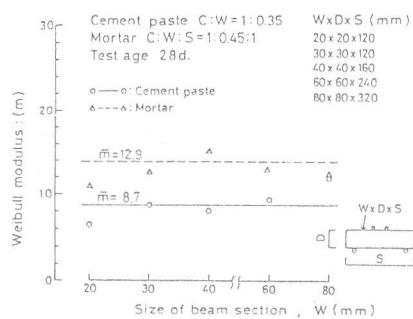


図9 試験体寸法とm

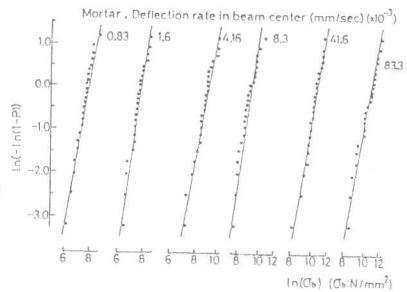


図5 曲げ強度分布(変形速度依存)

Cement paste C:W=1:0.35  
mortar C:W:S=1:0.45:1  
40x40x160 (mm), test age 28d.

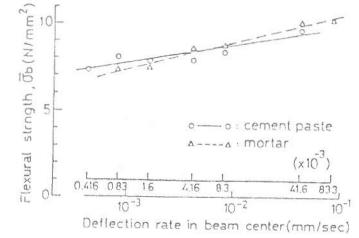


図6 変形速度と曲げ強度

Cement paste C:W=1:0.35  
mortar C:W:S=1:0.45:1  
WxDxS=40x40x160 (mm)  
test age 28d.

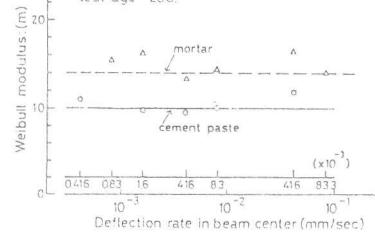


図7 変形速度とm

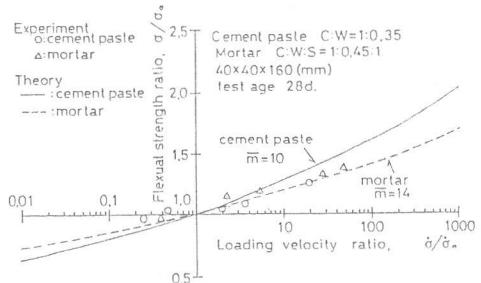


図8 載荷速度と曲げ強度

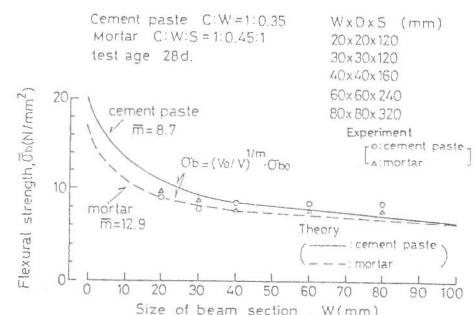


図10 試験体寸法と曲げ強度

$\bar{\sigma}_b$  は低

下する傾

向を示す。

このとき

の (S/C)

とワイブ

ル係数 m

の関係を

示したの

が図 13 である。(S/C) の大  
なるにつれて若干 m は増大  
し、曲げ強度は安定する。

#### 4.5 強度分布材齢依存

図 14 はセメントペースト  
およびモルタルのワイブル  
係数 m と材齢の関係を示  
したものである。m は材齢に

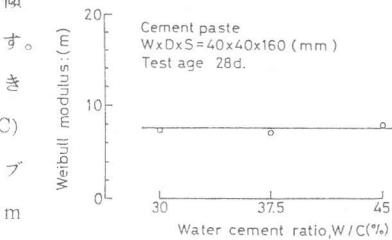


図 11 (W/C) と m

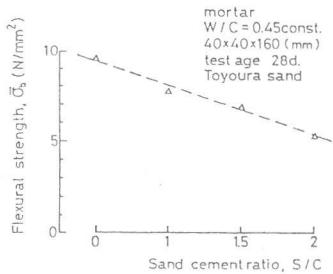


図 12 砂率 (S/C) と曲げ強度

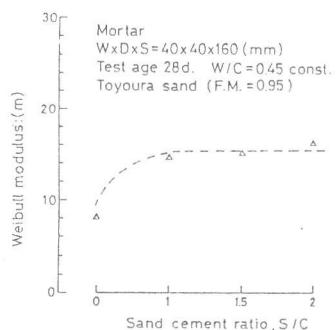


図 13 砂率 (S/C) と m

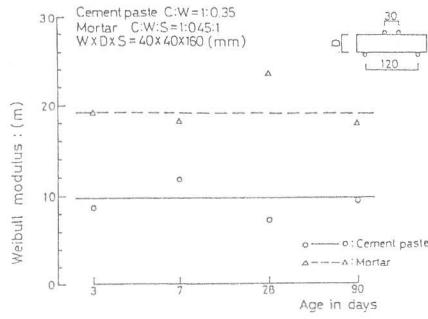


図 14 試験材齢と m

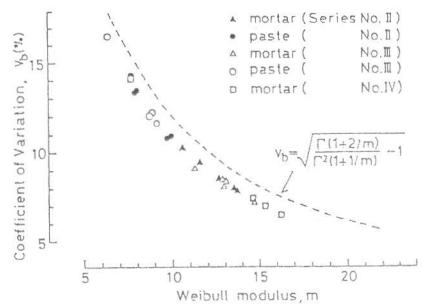


図 15 m と変動係数 (V)

依存せず一定値をとり、曲げ強度のバラツキは材齢に依存していない。図 15 は、本実験における曲げ強度分布のワイブル係数 m と変動係数 V との実験的関係と、両者間の理論式(5)による値を示したものである。両者ともほぼ同じ値を示している。

$$V_b = \sqrt{\{\Gamma(1+2/m)/\Gamma^2(1+1/m)\}} - 1 \quad (5)$$

$V_b$  : 曲げ強度の変動係数

#### 5. 結論

- 1) 本研究の 5 つの実験シリーズのいずれにおいても曲げ強度はワイブル分布を示す。
- 2) 本実験では、モルタルのワイブル係数 m の値は、14~20、セメントペーストでは 7~10 であり、ペーストは前者よりも気泡混入により組織の均一性を欠くと考えられる。これに AE 減水剤を添加することによりワイブル係数 m と曲げ強度は増大し、組織がより均質化することが認められる。
- 3) セメントペーストおよびモルタルのワイブル係数 m は、共に変形速度に依存せず、前者では  $m = 10$ 、後者では  $m = 14$  の一定値を示す。曲げ強度の実験結果は、応力速度依存の式(3)によく適合している。
- 4) セメントペーストおよびモルタルのワイブル係数 m は、はりの断面が 2 cm 角及至 8 cm 角の範囲では、断面寸法に依存せず、それぞれ一定値を示す。曲げ強度は小寸法ほど大であり、曲げ強度の実験結果は、寸法の依存式(4)にはほぼ適合することが認められる。
- 5) セメントペーストのワイブル係数 m は、 $0.30 \leq C/W \leq 0.45$  の範囲において、C/W に依存しない。またモルタルでは、 $1 \leq S/C \leq 2$  の範囲において、S/C に依存せず一定である。また m は材齢に依存しない。
- 6) ワイブル係数 m と変動係数 V との間の実験的関係と、両者間の理論的関係式(5)は、ほぼ一致している。

本研究の一部は、昭和 60 年度文部省科学研究補助金によったものである。

#### 参考文献

1. R.N.Swamy & C.R.S.K.Rao: Fracture Mech. in Concrete System under Uniaxial Load. Cement and Conc.Res., Vol.13, No.4, 1973.
2. Kameshwar Rao, C.V.S. & R.N.Swamy: A Statistical Theory for the Strength of Concrete. Cement and Conc.Res., Vol.4, No.4, 1974.
3. 永松静也:日本建築学会論文報告集、第 200 号、昭 47, pp.1~8.
4. 永松静也:日本建築学会論文報告集、第 223 号、昭 49, pp.1~8.
5. 永松静也:日本建築学会論文報告集、第 240 号、昭 51, pp.9~19.
6. 谷川恭雄、山田和夫、小阪義夫:材料、26巻、第 290 号、昭 52, pp.1097~1102.
7. 谷川恭雄、山田和夫:日本建築学会論文報告集、第 267 号、昭 53, pp.1~10.
8. 谷川恭雄、山田和夫:日本建築学会論文報告集、第 280 号、昭 54, pp.1~12.
9. 和泉正哲、三橋博三:日本建築学会論文報告集、第 287 号、昭 55, pp.1~13.
10. 和泉正哲、三橋博三:日本建築学会論文報告集、第 288 号、昭 55, pp.1~12.
11. 和泉正哲、三橋博三:日本建築学会論文報告集、第 310 号、昭 56, pp.1~9.
12. 小池狭千朗、林隆浩、加藤善之助:日本建築学会東海支部研究報告集、第 19 号、昭 56, pp.17~24.