

[159] 直交異方向性正方形スラブの荷重変形特性に関する 実験および解析手法

正会員 森村 毅 (近畿大学工学部)

8.1 序論

鉄筋コンクリートスラブ (以後RCスラブと称する) の弾塑性解析理論は、二つの方途から発展して来た。一つはJohansenの降伏線理論を¹⁾発展させた解析理論であり、もう一つは、最近の電子計算機の発達によって発展した有限要素法による積層モデルを用いた極限解析理論である。

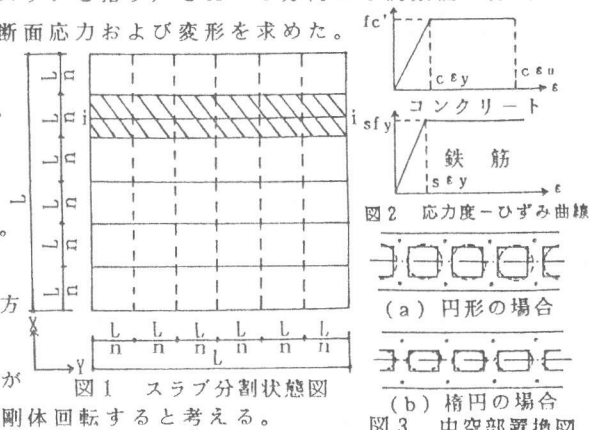
Johansenの降伏線理論は1943年に体系化され、²⁾我国では、1952年坂博士によって紹介された。この方法は、現在でもRCスラブの終局耐力算定法の一つとして重宝されている。しかし、周辺固定RCスラブの場合は実験値と一致せず、スラブ厚によってはJohansenの降伏線理論の数倍に達することがある。この原因はスラブ内に生ずる面内圧縮力のアーチ作用の影響であることが1958年のA.J.Ockelestonの研究発表³⁾により判明した。それ以後、面内圧縮力に関する研究が進み、周辺固定RCスラブに面内圧縮力を考慮した終局耐力算定法がいくつか発表された。⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾中でも、有名なのが1964年にR.Parkによって発表された剛塑性帯板法による理論を展開して終局耐力を求める方法である。以上のようにJohansenの降伏線理論はRCスラブの終局耐力を求める方法として発展したが、降伏線理論を弾塑性範囲まで展開させた解析手法が1977年のP.Desayi⁸⁾、1982年の小森氏⁹⁾によって発表された。P.Desayiは荷重変形曲線をJohansen荷重と以後に分け、Johansen荷重までは板理論を、Johansen荷重以後は面内圧縮力を考慮した降伏線理論を適用し、仮想仕事式を用いて求めている。小森氏は口、田、田型の帯スラブ (以下部材と称する) に変動面内圧縮力を導入したe函数法を降伏線理論に適用して荷重変形曲線を求めている。さらに、筆者は直交異方向性RCスラブに降伏線理論を展開させて、直交異方向性RCスラブの荷重変形曲線式を求める方法を1983年に発表した¹⁰⁾。この方法は終局耐力までを、ひび割れ荷重以前、ひび割れ荷重以後からJohansen荷重、Johansen荷重以後の三段階に分け、各段階ごとに変形仮定を用いて、各段階の荷重変形曲線を求めたものである。その結果、実験値と比較するとよく合うことがわかった。しかし、提案式はひび割れ荷重以後からJohansen荷重までの範囲で若干波を打ちながら上昇する欠点が見られた。そこで、本論文は、その欠点を修正するための解析手法として、ひび割れ荷重以前と以後の二段階に分け、変形仮定法の概念を適用して、荷重変形曲線式を求め、過去の耐力実験で得た荷重変形曲線と比較検討したので報告するものである。

8.2 解析手法

以下に示す直交異方向性正方形RCスラブの荷重変形解析は、解析手法の単純化を計るため、過去の耐力実験によるひび割れ進展状況を参考にして変形仮定(1),(2)を設け、それに従って、初期から終局耐力までのスラブ変形状態をスラブ中央変位の進展ごとに順次モデル化し、そのモデル化されたスラブ変形状態に仮想仕事式を適用して式の誘導を行ったものである。この解析では、図1のように一辺L、スラブ厚Hの直交異方向性正方形RCスラブ (中空スラブ、充実スラブを指す) をX・Y方向とも偶数個に分割した部材の集合体と考え、その中から任意部材を抽出して断面応力および変形を求めた。

2-1 基本仮定

1. コンクリートおよび鉄筋の応力度-ひずみ度曲線は、図2(a)(b)のように考える。
2. スラブ断面は、変形後も平面とする。
3. ひび割れ後は、引張側コンクリート強度を無視する。
4. スラブ断面内に生ずるねじれの影響は無視する。
5. 解析に用いる中空断面は図3のように等断面積の正方形・長方形に置換してもちいる。
6. ひび割れ荷重以後、二方向共スラブの中央線から広がる剛域の両端からスラブ両端までの各部材の変形は剛体回転すると考える。



2-2 変形仮定 (1)ひび割れ荷重以前のスラブ変形状態は相対する固定辺の中点を互いに結んだ中央線の交点で折れ曲がる図4に示す十字型の曲げ変形をすると考える。X・Y方向の任意部材はY・X方向中央部材に直交して存在するため、i 端部とi'点を通るii'部材で表し、全部材の中央たわみ量は δ (0

$\leq \delta \leq \delta_{cr}$ に比例するものとする。

(2) ひび割れ荷重以後のスラブ変形状態は、ひび割れが入った位置に面内圧縮力が生ずると考え、スラブ中央変位 δ が進むごとに十字型の変形状態から曲げ降伏型の変形状態に向って逆三角形型の剛域(曲げ無限大の部分)が広がって行き、スラブ中央部がある変位に達したとき、曲げ降伏線型の変形状態が形成される。それ以後は、スラブ中央変位が進んでも曲げ降伏線型の変形状態のままと考える。図5は、上述した変形状態の中で中央変位が δ_c 時の状態をさすが、X・Y方向の任意部材は、剛域の両端 i からスラブ両端 i までを直線で結んだ部材で構成され、任意部材の中央変位量 $i\delta_c$ は δ_c に比例するものとする。

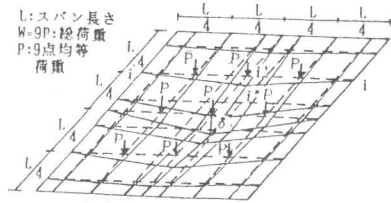
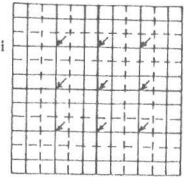
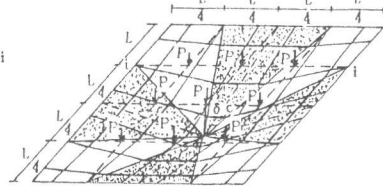


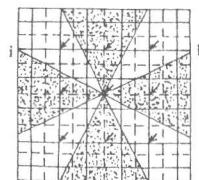
図4 ひび割れ荷重までのスラブ変形状態図



(b) 十字型変形図



(a) 変位進行図



(b) 十字型変形図

図5 ひび割れ以降のスラブ変形状態図

2-3 準備計算 1) 断面二次モーメントの計算

図6(b)(c)よりX・Y方向の断面二次モーメント iI_g は

$$iI_g = L(H^3 - \alpha \cdot h^3) / (12n) + 2Pt \cdot (L/n)h(K-1)(H/2 - Dt)^2 \quad (1)$$

ただし、K:ヤング係数比、Dt=Dc、 $\alpha = S \cdot h/L$ 、S:穴の全個数、

$\alpha_x, \alpha_y = 1, \alpha = 0$ は穴方向、穴に直交方向、充実の断面を表す。

2) ひび割れモーメントの算定

ひび割れモーメントは図7の応

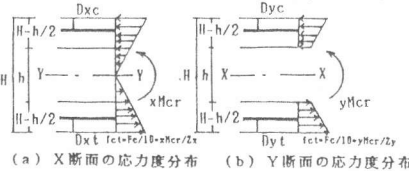
力度分布図より求めると

$$M_{cr} = 0.2 \cdot I_g \cdot F_c / H \quad (2)$$

ただし、 I_g はL/n当りのス

ラブ中央部分の断面二次モー

メント、 F_c は4週間圧縮強度



(a) X断面の応力度分布 (b) Y断面の応力度分布

図7 ひび割れモーメント M_{cr}

2-4 ひび割れ荷重までの荷重変形曲線

ひび割れ荷重までのスラブ変形状態は、変形仮定(1)に示し

た様に十字型の変形状態になると考え、その変形状態を構成して

いる部材の中から i 部材を取り上げて部材端曲げモーメント iM 、

部材角 iR を求めると図8から

$$iM = 6Ec \cdot iK \cdot iR = 24Ec \cdot iI_g (2i-1) \cdot \delta / (n \cdot L)^2, \quad iR = 2(2i-1) \cdot \delta / (n \cdot L) \quad (3)$$

スラブ全体の仮想仕事式から、外力仕事 $U_e =$ 内力仕事 U_i 。よって、ひび割れ荷重までの荷重変形曲線式は

$$W = U_i / (U_e / 9P) = 864 \cdot \delta / n^2 \cdot L^3 \cdot (iI_{xg} + iI_{yg}) \sum_{i=1}^{n/2} (2i-1)^2 \quad (4)$$

2-5 ひび割れ荷重時のスラブ中央変位量 δ_{cr} の算定

ひび割れ荷重時のスラブ中央変位量 δ_{cr} は

$$(2) = (3) \text{ から } \delta_{cr} = 0.2 F_c \cdot L^2 / (24Ec \cdot H) \quad (5)$$

2-6 ひび割れ荷重以後の荷重変形曲線式の誘導

ひび割れ荷重以後のスラブ変形状態は、変形仮定(2)に示したように、図4(a)はひび割れ荷重時即ち

十字型変形状態時の中央変位量 δ_{cr} から j' 番目に進行した変位量 δ_c を示している。これに対し、図4(b)は

スラブ内の剛域の進行状態も j' 番目に進行した様子を示している。

1) 断面応力の算定式 スラブを構成している部材から任意の i 部材を取り上げて、その応力状態を図9

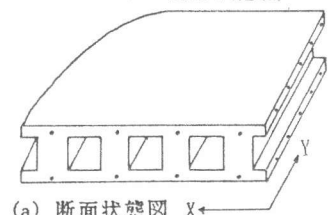
のように考えると断面の釣合いから次式が得られる。

ここでは、 $c_{ey} \leq c_{ec} \leq c_{eu}$ の場合のみ表す。

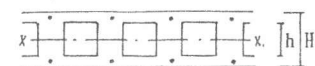
$$iN = f_c' (L/n)C - f_c' (c_{ey} / c_{ec}) / 2 (L/n)C - \alpha \cdot Ec \{ C - (H-h)/2 \} \cdot c_{ec} \cdot (L/n) / 2 + Pc (L/n)H \cdot Es (C-Dc) \cdot c_{ec} / C - Pt (L/n)H \cdot Es \cdot c_{ec} \cdot (H-C-Dt) / C \quad (6)$$

$$iM = f_c' (L/n)C (H-h) / 2 - f_c' C' (L/n) (H/2 - C + C' / 3) / 2 - f_c \cdot (L/n) \alpha \cdot \{ C - (H-h) / 2 \} (H/6 + h/3 - C/3) / 2 + Pc (L/n)H \cdot s_{fc} (H/2 - Dc) + Pt (L/n)H \cdot s_{ft} (H/2 - Dt) \quad (7)$$

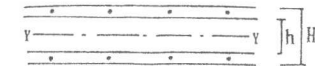
ただし、 $0.1F_c/E_c \leq c_{ec} < c_{ey}$ の場合は、式中の C', f_c', c_{ey} を C, f_c, c_{ec} に置換すると求とまる。



(a) 断面状態図 X←



(b) X方向断面図



(c) Y方向断面図

図6 中空スラブ断面図

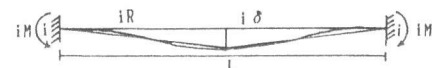


図8 i 部材変形図

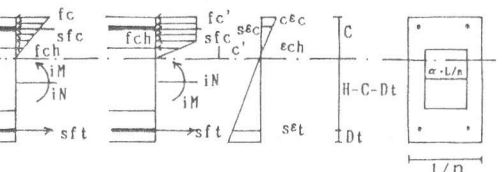
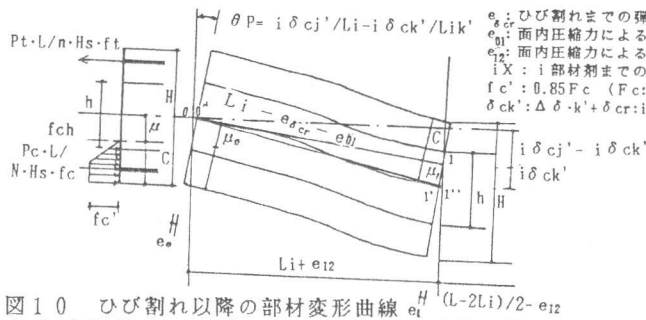


図9 ひび割れ以後の断面応力図



e_0 : ひび割れまでの弾性曲線による縮み量
 e_{01} : 面内圧縮力による01部材の縮み量
 e_{02} : 面内圧縮力による12部材の縮み量
 iX : i部材割までの距離 $= (i-0.5) \cdot (L/n)$
 f_c' : $0.85 F_c$ (F_c : コンクリート強度)
 $\delta ck'$: $\Delta \delta \cdot k' + \delta cr$: i部材がひび割れ荷重後k'回目ではひび割れが入る時の中央変位量
 $\delta cj'$: $\Delta \delta \cdot j' + \delta cr$
 $= \delta c + \delta cr$: ひび割れ荷重後j'回目のスラブ中央減に変位量(全変位量)
 δc : ひび割れ荷重以後のスラブ中央変位量
 $i\theta p$: ひび割れ以後のi部材の回転量

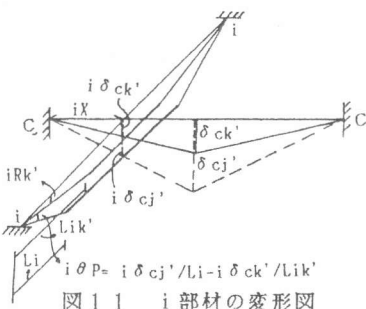


図10 ひび割れ以降の部材変形曲線

図11 i部材の変形図

2) 面内圧縮力の誘導 任意部材のひび割れ間の変形を図10, 図11のように考えると01部材両端のあき

($e_0 + e_1$) は,

$$e_0 + e_1 = \sqrt{(Li + e_{12})^2 + (i\delta c + i\delta cr)^2} - \sqrt{(Li - e_{01} - e_{02})^2 + i\delta ck'^2} \quad (8)$$

高次の微小項を無視し, $e_0 = \mu_0(i\delta cj'/Li - i\delta ck'/Lik')$, $e_1 = \mu_1(i\delta cj'/Li - i\delta ck'/Lik')$, $e_{01} = iN \cdot iX / (iAEc)$, $e_{12} = iN(L-2X) / (2AEc)$, $e_{0cr} = i\delta ck'^2 / 2Li^2$ とおくと $\mu_0 + \mu_1$ は

$$\mu_0 + \mu_1 = \{iNL / (2iAEc) + (i\delta c + i\delta cr)^2 / (2Li)\} / (i\delta cj' / Li - i\delta ck' / Lik') \quad (9)$$

に $\mu_0 = \mu_1 = H/2 - C$, $\delta = iX \cdot \{(\delta c + \delta cr) / Li - Lik' / Lik'\}$, $\Delta = iX\{\delta c + \delta cr\} / Li^2 / \{(\delta c + \delta cr) / Li - (\delta ck' / Lik')\}$ とおいて, iN についてまとめると

$$iN = 4 \cdot iA \cdot Ec \delta (H - 2C - Li \cdot \Delta / L) / L^2 \quad (\text{ただし, } iA \text{ は有効断面積である。}) \quad (10)$$

3) 中立軸の算定 $c \varepsilon_y < c \varepsilon_c \leq c \varepsilon_u$ で $s \varepsilon_t < s \varepsilon_y$ のとき (6) = (10) から中立軸 C は

$$\{fc' - fc'^2 \cdot c \varepsilon_y / 2 \cdot c \varepsilon_c\} - \alpha Ec \cdot c \varepsilon_c / 2 + 8 \cdot A \cdot Ec \delta / L^2 \cdot C^2 + \{Pt \cdot HEs \cdot c \varepsilon_c + Pc \cdot HEs \cdot c \varepsilon_c + \alpha Ec (H-h) c \varepsilon_c / 2 - 4 \cdot iA \cdot Ec \cdot \delta (H - Li \cdot \Delta / L) / L^2\} C - \{Pc \cdot HEs \cdot Dc \cdot c \varepsilon_c + Pt \cdot HEs (H - Dt) \cdot c \varepsilon_c + \alpha Ec (H-h) c \varepsilon_c / 8\} = 0 \quad (11)$$

$s \varepsilon_t \geq s \varepsilon_y$ 即ち $sft = sfy$ のときは

$$\{fc' \{1 - fc' / (2c \varepsilon_c \cdot Ec)\} + 8 \cdot A \cdot Ec \delta / L^2 - \alpha Ec \cdot c \varepsilon_c / 2\} C^2 + \{Pc \cdot HEs \cdot c \varepsilon_c \cdot Pt \cdot H \cdot sfy + \alpha Ec (H-h) c \varepsilon_c / 2 - 4iA \cdot Ec \delta \cdot (H - Li \cdot \Delta / L) / L^2\} C - \{Pc \cdot HEs \cdot Dc \cdot c \varepsilon_c + \alpha Ec (H-h) c \varepsilon_c / 8\} = 0 \quad (12)$$

以上の中立軸算定式から得られた結果を(7)に代入すれば iM が求まる。図12 01の iM と iN

4) 有効断面積 iA の算定 ひび割れ荷重以後の部材の断面二次モーメントは, 正負曲げモーメントの大きさによって各位置で異なる。そこで, 部材を一様な断面二次モーメントに換算するため, 有効断面二次モーメント (iIe) を用いた。この有効断面二次モーメントから, それと等価な中立軸距離 (C) を求めて, その圧縮有効断面積を有効断面積と名付け,

iA とした。[ただし $iIe = (Mcr / iM)^3 \cdot iI_g + (1 - (Mcr / iM)^3) \cdot iI_p$]

$$iA = (L/n)C - \alpha (L/n) [C - (H-h) / 2] \quad (13)$$

5) 荷重変形曲線の誘導 (イ) 内力仕事 U_i の算定 ひび割れが入っていない 1 ~ j 番目の部材の内力仕事とひび割れの入っている j + 1 ~ n / 2 番目の部材の内力仕事の総和 U_i を考えると図8, 図12から

$$U_i = \sum_{i=1}^j 48Ec (iI_x g + iI_y g) i\delta cj'^2 / Li + \frac{n}{2} \sum_{i=j+1}^n \{2iM - iN (i\delta cr + i\delta cr)\} \cdot i\theta p \quad (14)$$

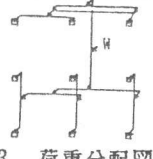
(ただし, $i\theta p = (i\delta cj' - i\delta ck') / Li$)

(ロ) 外力仕事 U_e の算定 剛域の広がり方はいろいろあるが, 今回はひび割れ荷重以後のスラブ中央変位量 δc のとき, $L/2 \cdot \sum_{m=1}^j (1 - 1/V)^{m-1} \cdot 1/V$ だけ広がったと考えた。その中で, $V = 10$ を取りあげて外力仕事 U_e を求め, 荷重変形曲線を誘導した。ただし, V は剛域がスラブ中央から曲げ降伏線型に到達するまでの速度の逆数を表す係数である。

$$U_e = P(\delta cr + \delta c) [3 + 1 / \{2(1/2 - 1/4 \sum_{m=1}^j 2^m / 10^{m+1})\}] \quad (15)$$

よって, $U_e = U_i$ 即ち求める荷重変形曲線式は

$$Wj' = 9U_i / [3 + 1 / \{2(1/2 - 1/4 \sum_{m=1}^j 2^m / 10^{m+1})\}] / (\delta cr + \delta c) \quad (16)$$



§3 計算結果

以上述べた荷重変形曲線式の妥当性を知るために, モルタル小型試験体で振動実験および耐力実験を行い, 計算値と比較検討を行った。振動実験は計算値を求める際, スラブ周辺固定度の影響を考慮する必要があるため載荷以前に行った。又, 耐力実験は図13のように9点均等載荷で行った。

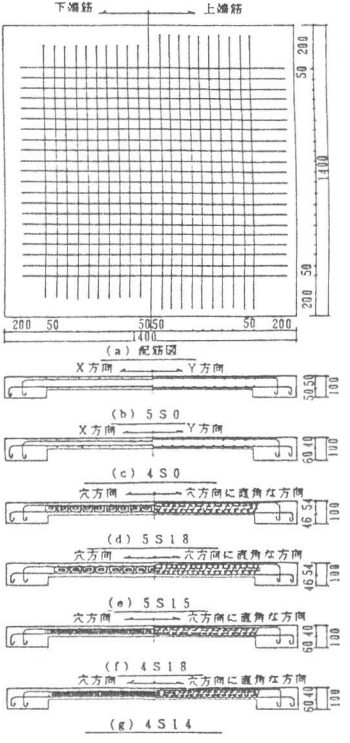


図14 配筋および断面形状図

検討に用いた供試体は図14に示した過去の実験で曲げ破壊した充実スラブ6体と中空スラブ7体の計13体である。配筋は図14(a)に示した様に全供試体共同じて二方向共5cm間隔の複筋である。使用したモルタルと鉄筋の力学的性質は表1に示した。表2は実験値とYan-Kai-CheungとM.S.Cheung法によって求めた固有振動数の比較表である。図15,16,17は充実スラブ, 中空スラブ荷重変形曲線の比較図であり, 実線が実験値, 破線が計算値である。

8.4 考察

1) 表2の固有振動数の比較から, 実験値と計算値の比は, ほぼ1.0に近い。このことから供試体周辺の境界条件は, 完全固定と見なせる。

2) 1)を考慮した計算値の荷重変形曲線は, 全体として実験値を近似している。特に, スラブ厚5cmの充実スラブはよく合っている。

3) 中空スラブの場合, 曲線の傾向は, 実験値をよく表している。しかし, 終局耐力時の変位量にかなりの差が出た。この原因は, 計算値において, 終局耐力付近の中立軸が中空部より上に来るため, 充実スラブと同じになり, 中空部の影響が入ってこないためと考えられる。

4) 剛域の広がり速度は, いろいろと考えられるが, 今回採用した $V=10$ は妥当な値と思われる。しかし, スラブ厚4cmの場合, 計算値の荷重変形曲線が

低めに出る傾向があり, スラブ厚/スパン比によって適当な v を選択する必要も考えられる。

5) 充実スラブNo.2は載荷装置の故障のため図15に示す載荷点で中止した。

8.5 結論

以上の結果, 今回のひび割れ荷重以前と以後の二段階に分けて荷重変形曲線を誘導した修正法は, 当実験範囲内において十分評価できると考えられる。今後は, せん断の問題および長方形スラブにも取り組む積りである。

謝辞 御指導を頂いた広島大学藤谷義信助教受並びに近畿大学松浦誠教授窪田敏行教授と協力を得た近畿大学藤本敬之助教受および構造ゼミ卒業生一同に対し深く謝意を表します。

参考文献

- 1) K.W.Johansen: Yield-line theory. Cement and Concrete Association, London, 1962
- 2) 坂 静雄: 鉄筋コンクリート床版の塑性強度設計法, 建築雑誌, Vol.67, No.792, 1952.11
- 3) A.J.Ockelston: Load test on a three story reinforced concrete building in Johannesburg, The Structural Engineer, 1955.10
- 4) A.J.Ockelston: Arching Action In Reinforced Concrete Slabs, The Structural Engineer, 1958.6
- 5) K.P.Christiansen: The effect of membrane stresses on the ultimate strength of the interior panel in a reinforced concrete slabs, The Structural Engineer, 1963.8
- 6) R.Park: Ultimate strength of rectangular concrete slabs under short-term uniform loading with edges restrained against lateral movement, Pro. Inst. Civil Eng., No.6, 1964.6
- 7) 土橋由造, 坂尻公也: 鉄筋コンクリート床版の終局強度について, 日本建築学会論文報告集, 第277号, 1979.3
- 8) P.Desay and A.B.Kulkarni: Load-Deflection Behavior Of Reinforced R/C Slabs, Journal Of The Structural Division ASCE, Vol.103, No.ST2, Pro. Paper 12761, Feb, 1977
- 9) 小森清司: 鉄筋コンクリートスラブの耐力とたわみ性状に関する研究(3), 日本建築学会論文報告集, 第311号, 1982.1
- 10) 森村 毅: 異方向性鉄筋コンクリートスラブの荷重変形特性に関する実験的研究(その1), 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1983.9
- 11) Yan-Kai Cheung, M.S.Cheung: Flexural vibration of rectangular and other polygonal plate, Proc. ASCE, 1976

スラブ厚	供試体	モルタルの力学的性質		熱処理鉄筋の力学的性質	
		モルタル強度 f_c kg/cm ²	ヤング係数 E_c $\times 10^4$ kg/cm ²	降伏強度 f_y kg/cm ²	ヤング係数 E_s $\times 10^4$ kg/cm ²
50	SS0-1	254	1.48	3409	1.73
	SS0-2	242	1.41	3409	1.73
	SS0-3	360	1.97	2684	2.03
	SS0-4	232	1.68	2684	2.03
40	4S0-1	235	1.39	3471	1.91
	4S0-2	244	1.42	3471	1.91
54	5S18-1	219	1.55	3493	2.09
	5S18-2	245	1.63	3244	1.88
	5S15-1	282	1.76	3449	1.94
40	4S18-1	225	1.49	3260	1.91
	4S18-2	182	1.31	3147	1.75
	4S14-1	246	1.58	3091	1.92
	4S14-2	203	1.45	3484	1.92

表2 振動数比較表

スラブ厚	供試体	実験値 (ω_e)	計算値 (ω_c)	ω_e/ω_c
50	SS0-1	202	220	1.08
	SS0-2	202	215	1.06
	SS0-3	220	248	1.13
	SS0-4	203	229	1.13
40	4S0-1	199	199	1.00
	4S0-2	195	190	0.97
54	5S18-1	232	242	1.04
	5S18-2	238	246	1.03
	5S15-1	236	260	1.10
40	4S18-1	182	170	0.94
	4S18-2	180	161	0.90
	4S14-1	185	177	0.96
	4S14-2	184	166	0.90

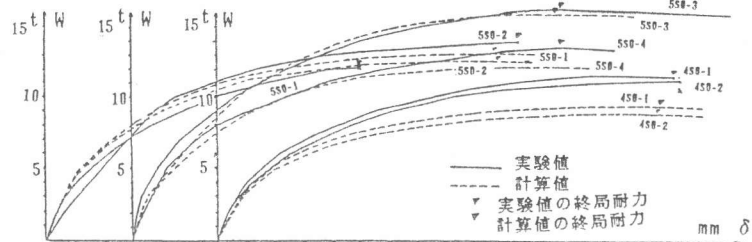


図15 充実スラブの荷重変形曲線

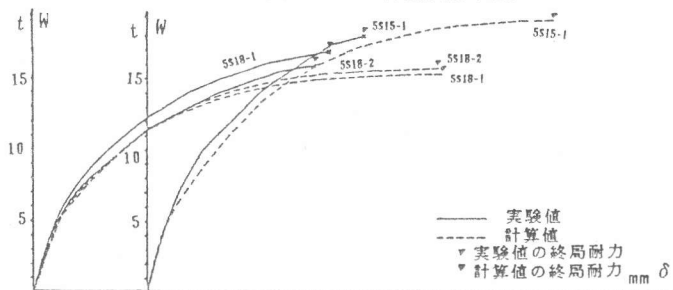


図16 中空スラブ 5S18-1, 5S18-2, 5S18-3 の荷重変形曲線

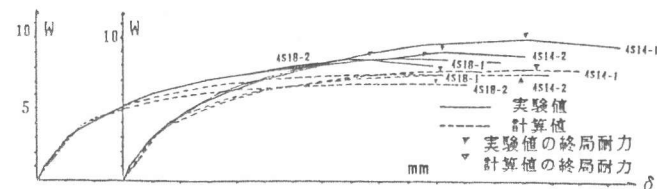


図17 中空スラブ 4S18-1, 4S18-2, 4S14-1, 4S14-2 の荷重変形曲線