

[2016] コンクリートのテンションステイフネスを考慮した RC 部材の純ねじり解析

正会員 ○二羽淳一郎 (山梨大学工学部)

正会員 檜貝 勇 (山梨大学工学部)

1. 序論

ねじりモーメントを受けるRC部材の強度と変形に対する最近の研究は、Hsuら〔1〕、および岡本ら〔2〕のように、作用するねじりモーメントをRC部材の周囲に沿って分布する一様なせん断流に置換え、またRC部材を2方向に配筋された板と考えて、軸方向鉄筋および横方向鉄筋の引張力と、斜めに作用するコンクリートの圧縮力により、作用するせん断流に抵抗するとしたものが提案されている。

その際に、斜めに作用する圧縮力を受け持つコンクリートの強度-変形関係は、斜めひびわれの発生のため、強度、剛性ともに低下する、いわゆる軟化挙動を示すと予測し、Hsuはここに、RC板の面内せん断実験より得られたCollinsらの〔3〕のコンクリートの軟化特性モデルを適用している。

このように、せん断流に対する力の釣合と、コンクリートの軟化特性を結び付けることにより、純ねじりにおいては、Hsuらが、また組合せねじりにおいては、岡本らが、それぞれその終局ねじり耐力を算定する方法を提示し、成果を得ているのである。

しかしながら、これらの方法において問題がないわけではない。例えば、図-1にHsuの解析方法による、純ねじりを受けるRCはりのねじりモーメント-ねじれ角関係を示す。図-1より明らかなように、最大ねじりモーメントに対しては、かなり精度良く推定できているのであるが、ねじりモーメント-ねじれ角関係に着目すると、斜めひびわれの発生までは、実験データのねじり剛性が高いのに比較して、計算値ではこの傾向を追跡できていない。また、図-2には、作用するねじりモーメントの増加に伴う、コンクリートの軟化係数 η の変化を示した。図中にTS無視として示したものが、Hsuの方法による解析結果である。この解析において用いられているコンクリートの軟化係数 η は、Collinsらの提案による式(2)で計算されるパラメータ λ の逆数である。

$$\eta = 1 / \lambda \tag{1}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\epsilon_l + \epsilon_t + 2\epsilon_d}{\epsilon_d}} - 0.3 \tag{2}$$

ここに、 ϵ_l は部材の軸方向平均ひずみ、 ϵ_t は部材の横方向平均ひずみ、 ϵ_d はコンクリートの斜め圧縮ひずみ(主ひずみ)であって、 ϵ_l 、 ϵ_t はいずれも引張を正、 ϵ_d は圧縮を正としている。

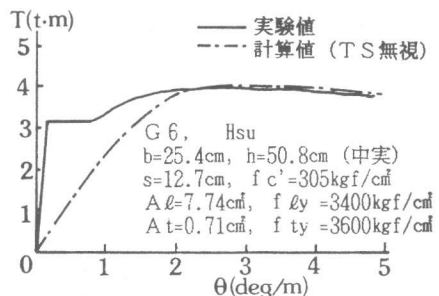


図-1 ねじりモーメント-ねじれ角関係

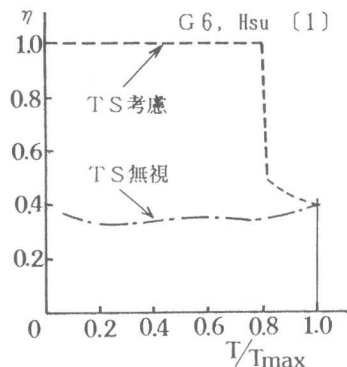


図-2 ねじりモーメントの増加にともなう軟化係数 η の変化

Collins らは、RC板の変形挙動をコンクリート表面で平均的に測定することにより、式(2)の λ を得ている。

λ の具体的な意味は、図-3に示すように、RC板に ε_ℓ 、 ε_t 、 ε_d が一樣に作用している状態を考え、モールのひずみ円を考えるとき、モールのひずみ円の直径を主圧縮ひずみで割ったものが、(2)式の $\sqrt{\quad}$ 内の第1項であることから、このひずみ円の直径と主圧縮ひずみの比を一つの軟化の尺度としていることが再解できる。つまり、斜めひびわれ幅が拡大すれば、当然 ε_ℓ 、 ε_t は増加するが、これによってコンクリートの軟化が進むと考えるわけである。

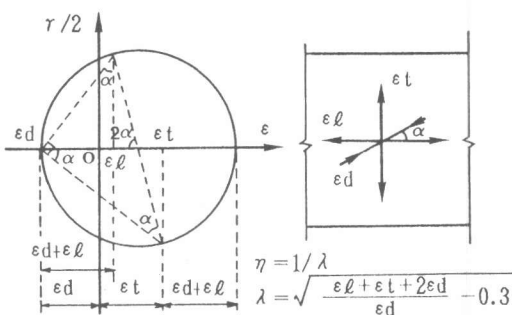


図-3 モールのひずみ円と軟化係数 η

λ の逆数である軟化係数 η は、全く軟化していない場合に1、完全に強度を失えば0となり、本来 $0 \leq \eta \leq 1$ の範囲にあるものである。また、上記の仮定から、作用するねじりモーメントが増加して、RC部材の斜めひびわれ幅が拡大するとともに軟化の程度が進んでいくと考えられるので、 η は減少していくはずである。しかしながら、図-2を見るかぎり、 η はそのような傾向を示さず、ねじりモーメントが小さい段階から終局状態に至るまで一貫してほぼ0.4程度の値を示しているのである。

これは、解析において、 ε_ℓ や ε_t をそれぞれ部材の軸方向、横方向の平均ひずみと見なさず、すべて鉄筋ひずみとしていることに起因するものと考えられる。つまり、ひびわれ間のコンクリートの引張力に対する抵抗、すなわちテンションスティフネスを無視しているために生じた結果と考えられる。

以上の考察に基づき、ひびわれ発生前はコンクリートの引張抵抗を考慮し、ひびわれ発生以後はひびわれ間のコンクリートの引張抵抗を考慮することとした。また、軸方向および横方向の変形は平均ひずみとして取扱うこととした。

2. 斜めひびわれ発生前のRC部材のマクロ的な力の釣合

テンションスティフネスを考慮して、斜めひびわれ発生以後のRC部材の強度-変形関係を追跡していくためには、まず前提として、斜めひびわれ発生までのRC部材の強度-変形関係を明らかにしておく必要がある。

斜めひびわれ発生前のRC部材に対しては、以下の仮定を行った。

- (1)斜めひびわれ発生前は、鉄筋の影響は小さく、作用するねじりモーメント、あるいはそれから生じるせん断流に対しては、コンクリートのみで抵抗する。
- (2)ねじりモーメントのみが作用する状態では、各コンクリート壁は純せん断の状態にあり、したがってコンクリートの斜め圧縮力、あるいは斜め引張力の作用方向は部材軸から45度の角度をなす。
- (3)斜めひびわれが発生していないので、コンクリートは軟化しない。

ねじりモーメントを受けるRC部材の解析方法としては、基本的にHsuが提案している方法を用いた。すなわち、①コンクリートの斜め圧縮力の傾斜角度 α 、②各コンクリート壁を流れるせん断流の通路厚 t_d 、③コンクリートの軟化係数 η の3変数を収束させることにより行った。し

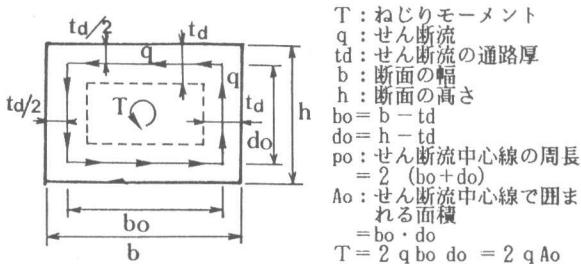


図-4 ねじりモーメントを受ける長方形断面

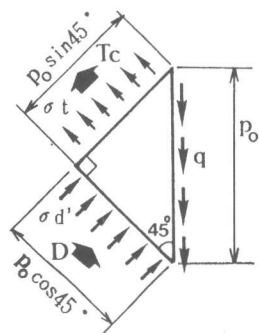


図-5 斜めひびわれ発生前の力の釣合

かし、斜めひびわれ発生前では、上記の仮定により、 $\alpha = 45$ 度、 $\eta = 1$ (非軟化) となり、せん断流の通路厚 td のみを収束させればよいことになる。

図-4に、ねじりモーメントを受ける長方形 RC 断面を示す。作用するねじりモーメント T を図-4に示すようにせん断流 q に置き換えると、断面外縁からせん断流中心線までの距離の2倍がせん断流の通路厚 td となる。

この断面を展開してマクロ的な力の釣合を考えたのが、図-5である。この場合、せん断流から生じるせん断力 ($q \times po$)、コンクリートの斜め圧縮力 D 、斜め引張力 Tc の間には次の関係が成り立つ。

$$D \sin 45^\circ + Tc \cos 45^\circ = q po \quad (3)$$

$$D \cos 45^\circ = Tc \sin 45^\circ \quad (4)$$

$$\text{ここに、} D = \sigma d' td po \cos 45^\circ, Tc = \sigma t td po \sin 45^\circ \quad (5)$$

式(3)~(5)より、

$$D = Tc, \quad \sigma d' = \sigma t \quad (6)$$

$$\therefore \sigma d' = q / td \quad (7)$$

ただし、 $\sigma d'$ 、 σt はそれぞれ斜め方向のコンクリートの平均圧縮応力および平均引張応力であり、 po はせん断流中心線の周長である。

3. 斜めひびわれ発生前におけるせん断流の通路厚の決定

弾性理論によれば、閉合型のねじりを受ける部材の単位長さ当たりのねじれ角 θ は各コンクリート壁の部材軸に垂直な方向のせん断ひずみ r が一定の場合、式(8)により計算できる〔4〕。

$$\theta = \frac{r po}{2 Ao} \quad (8)$$

さらに、各コンクリート壁は、ねじりにより実際には図-6に示すように変形するので、各コンクリート壁の主方向の曲率 ϕ と単位長さ当たりのねじれ角 θ の間には、式(9)の関係が成立する〔4〕。

$$\phi = \theta \sin 2\alpha \quad (9)$$

今、 $\alpha = 45$ 度と仮定しているので、結局、 ϕ と θ の関係は次のようになる。

$$\phi = \theta \quad (10)$$

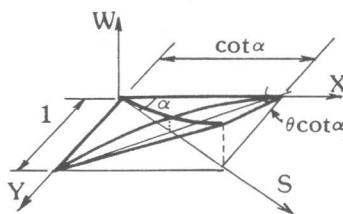


図-6 ねじりモーメントを受けるコンクリート壁の変形状態

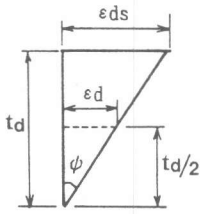


図-7 ねじりを受けるコンクリート壁の曲率 ϕ と曲げひずみ分布

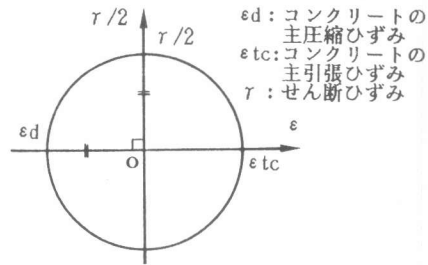


図-8 純せん断状態のモールのひずみ円

また、ねじりモーメントを受けるコンクリート壁の主方向の曲率 ϕ と圧縮側のコンクリート表面ひずみ（圧縮縁ひずみ） ϵ_{ds} の間には、せん断流の通路厚 t_d を介して式(11)の関係が成立している（図-7）。

$$\epsilon_{ds} = t_d \phi \quad (11)$$

さらに、各コンクリート壁が純せん断状態にあると近似すれば、せん断流の中心線で定められる断面のひずみ状態も図-8に示すような状態となる。

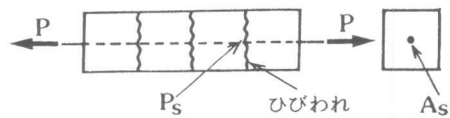
よって、部材軸に垂直な方向のせん断ひずみ γ は $2\epsilon_d$ となるが、図-7より $\epsilon_d = \epsilon_{ds}/2$ の関係があるので、結局 $\gamma = \epsilon_{ds}$ となる。以上の式(11)、(10)、(8)より、 t_d は次のように定まる。

$$t_d = \frac{\epsilon_{ds}}{\phi} = \frac{\epsilon_{ds}}{\theta} = \frac{2A_o}{r p_o} \gamma = \frac{2A_o}{p_o} \quad (12)$$

仮定した t_d が式(12)から算定される t_d と収束するまで、繰返し計算を行い、斜めひびわれ発生におけるねじりモーメントとねじれ角の関係を定めることとした。

4. コンクリートのテンションスティフネスの評価方法

テンションスティフネスについては、現在各方面で精力的に研究が進められている。しかしながら、ねじり解析においてはかなり複雑な多変数の収束計算を行うので、計算手法の簡便さを考慮し、便宜的ではあるが、取扱いの容易な CEB-FIP モデルコードの「有効ヤング係数」の考え方を適用することにした。



$$P = P_s = A_s \sigma_s = A_s E_s \epsilon_s = A_s E_{sm} \epsilon_m$$

図-9 ひびわれの発生したRC要素の力の釣合

一方向に配置された鉄筋を含むコンクリート要素に鉄筋軸方向の引張力が作用した場合を考える（図-9）。

ひびわれ発生後、作用する引張力 P はひびわれ面では鉄筋のみにより受け持たれるが、ひびわれ間では鉄筋とコンクリートの付着が良好であれば、コンクリートの引張力によっても抵抗されたがって部材全体の平均ひずみ ϵ_m はひびわれ位置での鉄筋ひずみ ϵ_s よりも小さくなる。すなわち、有効ヤング係数を E_{sm} とすると次の関係が成立する。

$$P = A_s E_s \epsilon_s = A_s E_{sm} \epsilon_m = A_s \sigma_s \quad (13)$$

ただし、 A_s 、 σ_s はそれぞれ鉄筋断面積および鉄筋応力である。

CEB-FIP モデルコードによれば、有効ヤング係数 E_{sm} は式(14)のように与えられる。

$$E_{sm} = \frac{E_s}{1 - (\sigma_{s.cr} / \sigma_s)^2} \quad (14)$$

ただし、 $\sigma_{s,cr}$ はひびわれ発生直後のひびわれ面における鉄筋応力である。

式(13)と式(14)から、平均ひずみ ϵ_m と鉄筋応力 σ_s の関係は式(15)のように求まる。

$$\sigma_s = \frac{E_s \epsilon_m}{2} \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2 \sigma_{s,cr}}{E_s \epsilon_m} \right)^2} \right) \quad (15)$$

したがって、CEB-FIP モデルコードの有効ヤング係数を適用するためには、ひびわれ発生直後のひびわれ面における鉄筋応力 $\sigma_{s,cr}$ を求めておく必要がある。

5. 斜めひびわれ発生時のねじりモーメントの算定

斜めひびわれ発生直後のひびわれ面での鉄筋応力を算出するためには、あらかじめ斜めひびわれ発生時のねじりモーメント T_{cr} を算出しておかなければならない。

斜めひびわれ発生ねじりモーメントを算定する式は、現在までにいくつか提案されているが、その精度は必ずしも十分ではない。本解析においては、斜めひびわれ発生前の段階では、コンクリートを弾性体と考え、ねじりモーメントにより生ずる断面の曲げひずみ分布を図-7に示すごとく仮定しているので、引張側のコンクリート表面ひずみ(引張縁ひずみ)が、コンクリートの曲げ強度に対応するひずみとなったときに、斜めひびわれが発生すると仮定した。

コンクリートの曲げ強度は $f_b = 1.00 f_c' \frac{2}{3}$ 、コンクリートのヤング係数は $E_c = 40,000 f_c' \frac{2}{3}$ とした〔5〕。

したがって、引張側のコンクリートの表面ひずみ(引張縁ひずみ)が f_b / E_c となったときに、斜めひびわれが発生すると考え、この表面ひずみを設定して、斜めひびわれ発生前の解析を行い、斜めひびわれ発生ねじりモーメント T_{cr} を算出した。

6. 斜めひびわれ発生直後のひびわれ面における鉄筋応力の算定

斜めひびわれ発生時のねじりモーメント T_{cr} は5.に述べた方法により算出できる。したがって、次に、コンクリートのテンションスティフネスを考慮した鉄筋応力と平均ひずみの関係式(式(15))に必要な斜めひびわれ発生直後のひびわれ面における鉄筋応力 $\sigma_{s,cr}$ を算出する。

ひびわれ面では、コンクリートのテンションスティフネスを考慮しなくともよいので、この場合は、 H_{su} により提案されている解析方法〔1〕にしたがって計算を行った。

7. テンションスティフネスを考慮したねじり解析

収束変数を t_d 、 α 、 η として繰返し計算によりねじりモーメント-ねじれ角関係を求めていく。この手法は基本的に、 H_{su} らの方法と同様である。ただし、軸方向ひずみ、横方向ひずみを平均ひずみと考え、これらより鉄筋応力を算定する場合にテンションスティフネスを考慮している点が本解析の特徴である。

解析結果の数例を図-10に示す。図に示した実験データは、いずれもねじりモーメント-ねじれ角関係が明確に与えられていることを条件に、既往の文献〔1〕、〔6〕から抽出したものである。また、今回新たに行った実験データも加えている。なお、図-2において、TS考慮として示した軟化係数の変化も本解析結果の一例である。図-10によれば、斜めひびわれ発生ねじりモーメントの算定に若干の問題は残るものの斜めひびわれ発生前から、終局状態に至るまで、テンションスティフネスを無視した場合に比較して、より現実の挙動に近い予測が可能となっていることが認められる。

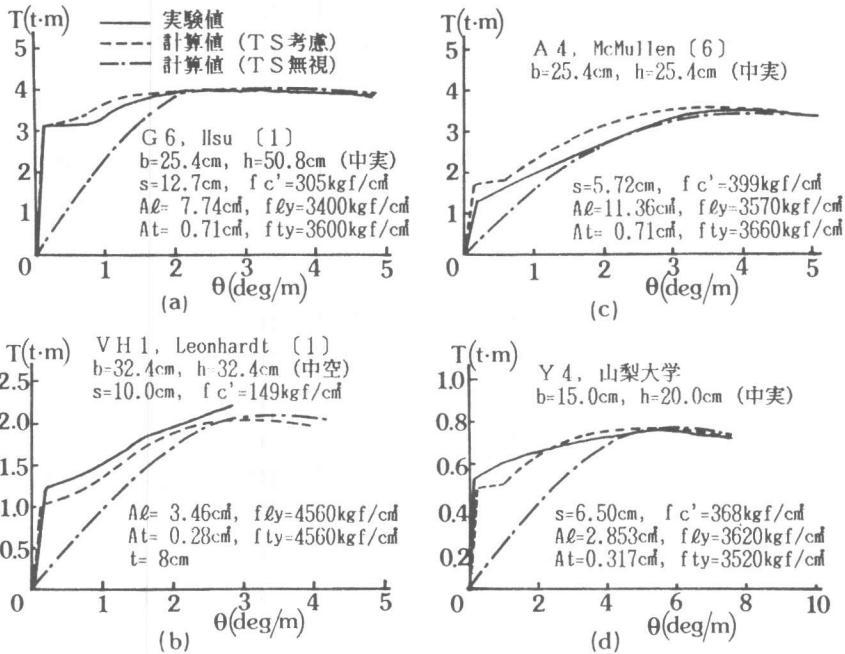


図-10 ねじりモーメント T -ねじれ角 θ 関係

8. 結論

本解析方法の特徴は、従来から提案されているせん断流理論の考え方に、斜めひびわれ発生前ではコンクリートの引張抵抗、斜めひびわれ発生後では、残存しているコンクリートの引張抵抗を付加したものである。テンションスティフネスのモデルについては、とりあえずCEB-FIP モデルコードの式を用いた。本解析により、得られた結果をまとめると以下の通りである。

- (1) ひびわれ発生前の段階におけるねじりモーメント-ねじれ角の関係を精度良く推定することができた。
- (2) 斜めひびわれ発生時のねじりモーメントは、コンクリートの曲げ強度に対応するひずみを用いて予測したが、これについては多少のバラツキが認められた。
- (3) 斜めひびわれ発生以後は、テンションスティフネスを考慮した鉄筋応力と平均ひずみの関係式を用いた。これにより、RC部材のねじりモーメント-ねじれ角関係をより現実に近い形で予測することが可能となった。

参考文献

- 1) Hsu, T.T.C., and Mo, Y.L. : Softening of Concrete in Torsional Members—Theory and Tests, "ACI J.", May-June 1985
- 2) 岡本享久, 長滝重義 : 曲げ・せん断とねじりを同時に受ける鉄筋コンクリート部材の耐力と変形, 土木学会論文集, V-3, 1985.8
- 3) Vecchio, F., and Collins, M.P. : Stress-Strain Characteristics of Reinforced Concrete in Pure Shear, Final Report, IABSE Colloquium, Delft, 1981
- 4) Hsu, T.T.C. : Torsion of Reinforced Concrete, Van Nostrand Reinhold Co. Ltd., 1984
- 5) 岡村 甫 : コンクリート構造の限界状態設計法〔第二版〕, 共立出版, 1984
- 6) McMullen, A.E., and Rangan, B.V. : Pure Torsion in Rectangular Sections—A Re-Examination, ACI J., October 1978