

# [2042] 鉄筋コンクリート梁部材の塑性ヒンジモデル

正会員 畑中 重光 (名古屋大学工学部)  
 正会員 〇三輪 隆治 (清水建設構造設計部)  
 正会員 谷川 恭雄 (三重大学工学部)  
 正会員 小坂 義夫 (名古屋大学工学部)

## 1. まえがき

RC部材の曲げ変形挙動は、破壊集中域、すなわち塑性領域の挙動に大きく支配される。筆者らは既報<sup>[1][2]</sup>において、純曲げおよび曲げせん断を受けるRC梁の塑性領域の回転能力およびその広がりについて論じ、さらに、部材の塑性変形解析時における留意点、とくに、コンクリートの応力( $\sigma$ )—ひずみ( $\epsilon$ )関係の適用性を検討した。本報では、まず、塑性領域内のモーメント( $M$ )—曲率( $\phi$ )関係として、便宜上、構成素材の $\sigma$ — $\epsilon$ 関係から求められた結果をそのまま用いた場合について、部材の塑性変形能に及ぼす部材長( $l_s$ )、塑性域長さ( $l_p$ )、および塑性領域におけるM— $\phi$ 関係の影響を解析的に調べる。次いで、既報<sup>[1][2]</sup>の実験結果に基づき、上記の要因間の関係を取り入れた塑性ヒンジモデルを構築し、これを適用して、RC部材の変形能を確保するための、とくに、曲げ圧縮部コンクリートの靱性の効果について論ずる。

## 2. RC部材の塑性変形挙動に関する事例解析

### 2.1 解析方法

#### (1) 解析プログラムの概要

塑性領域のM— $\phi$ 関係から部材の材端たわみを求めるための解析プログラムのフローチャートを図-1に示す。M— $\phi$ 関係を用いて、塑性領域端での塑性回転によるたわみ角およびたわみを算定し、塑性回転による材端たわみを求める。これに弾性回転量を加えることにより全回転変形による材端たわみが算定される。なお、ここでは、塑性領域( $l_p$ )内の

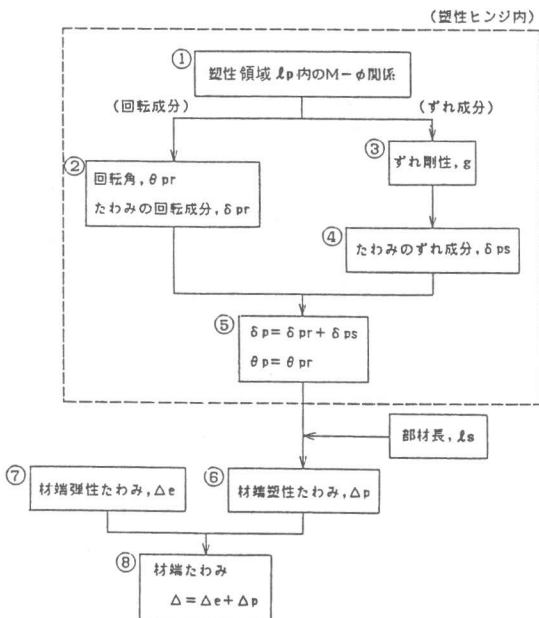


図-1 RC部材の材端たわみ算定プログラムのフローチャート

表-1 解析に用いたパラメータの値

$P_t$	$\sigma_c$ ※	$l_s$	$l_p$	$B_0$
3	2	4h	0.5h	100
	5			
2	0	6h	1.0h	300
	2	8h	1.5h	
1	0			$\infty$
	2			

[Notes]  $P_t$ : Tensile reinforcement ratio(%),  
 $\sigma_c$ : Lateral confining stress (kgf/cm<sup>2</sup>),  
 $l_s$ : Length of shear span,  $l_p$ : Length of plastic zone, h: Height of beam,  $B_0$ : Asymptotic value of apparent shear modulus g(kgf/cm<sup>2</sup>), ※:  $F_c' = 250$  kgf/cm<sup>2</sup> ( $F_c'$ : Compressive strength of plain concrete).

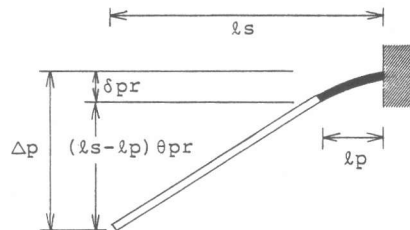


図-2 塑性回転による材端たわみ

M-φ関係として便宜上、構成素材のσ-ε関係を用いて解析的に求められた結果を用いることにする。

塑性領域の回転による部材たわみ(Δp)の概念図を図-2に示す。また、本解析では近似的に、ずれ変形は塑性領域内のみに生ずるものとする(すなわちΔs=δps)。

### (2) 解析パラメータ

解析で取り上げたパラメータおよびその値を表-1に示す。

図-3~5に、それぞれ、解析に用いた曲げ圧縮部コンクリートのσ-ε曲線(高さ一辺長比(H/D)が2の角柱体より実測される曲線に対応)、これを用いて得られる塑性領域のM-φ関係、および部材長(ℓs)と塑性域長さ(ℓp)の一例を示す。なお、梁断面は、梁幅(b)を10cm、梁せい(h)を20cm、有効せい(d)を18cm、主筋の降伏強度を4000kgf/cm<sup>2</sup>とし、単筋(引張鉄筋比Pt)とした。図-3および4中の記号σ<sub>L</sub>はコンクリートに加わる横拘束圧を示し、例えば、本解析で用いた梁断面の場合、ピッチが5cmのφ4mm軟鋼あばら筋を配置することによってσ<sub>L</sub>=4kgf/cm<sup>2</sup>程度の拘束圧が得られる<sup>[3]</sup>。

塑性領域での塑性曲率(φ<sub>p</sub>)は図-6に示すように一様であるとした。また、塑性領域内のずれ変形を考慮する場合には、図-7に示すように曲率に応じてずれ剛性(g)を低下させてたわみを算定した。

### (3) 曲率延性率と変位延性率

ここでは、部材断面および部材全体の塑性変形能(延性)を定量的に評価するため、それぞれにつき、以下のような延性率を用いる。すなわち部材断面の延性率(μ<sub>φ</sub>)として、降伏時の曲率(φ<sub>y</sub>)に対するSR点(圧縮側コンクリートの破壊が進み、引張側鉄筋のひずみが戻りはじめる時点<sup>[4]</sup>)の曲率(φ<sub>SR</sub>)の比(μ<sub>φ</sub>=φ<sub>SR</sub>/φ<sub>y</sub>)を、また、部材全体の延性率(μ<sub>δ</sub>)として、最大モーメント断面の降伏時の材端たわみ(δ<sub>y</sub>)に対する最大モーメント断面がSR点に達した時点での材端たわみ(δ<sub>SR</sub>)の比(μ<sub>δ</sub>=δ<sub>SR</sub>/δ<sub>y</sub>)を用いる。図-4からも分かるように、SR点の耐力は最大耐力のほぼ80%である。

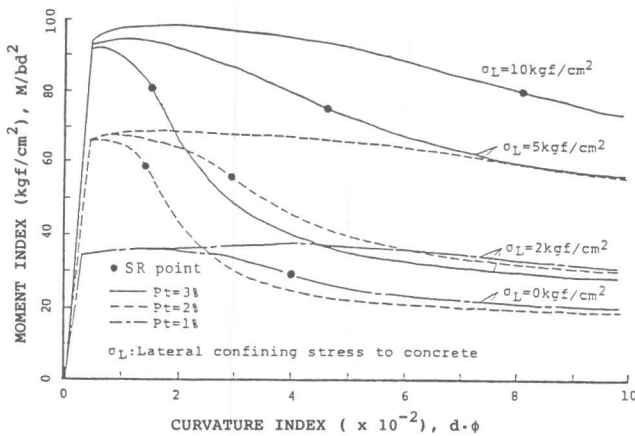


図-4 塑性領域のM-φ関係

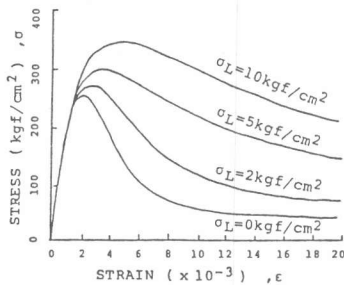


図-3 コンクリートのσ-ε関係

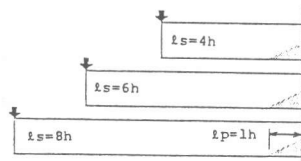


図-5 部材長(ℓs)および塑性域長さ(ℓp)

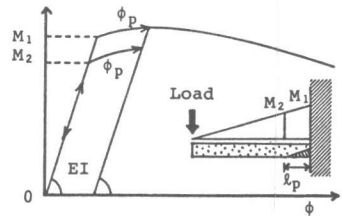


図-6 塑性曲率の進行

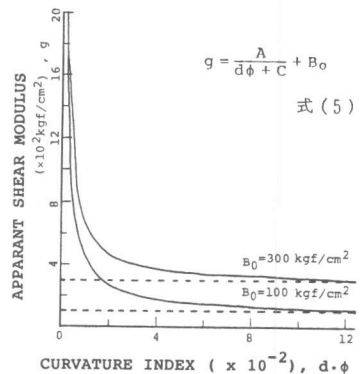


図-7 ずれ剛性

変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) は曲率延性率 ( $\mu_\phi$ ) の関数として以下のように求められる。

$$\mu_\delta = \frac{\delta_p + \delta_y}{\delta_y} = 3(\mu_\phi - 1) \frac{l_p}{l_s} \left(1 - \frac{l_p}{2l_s}\right) + 1 \quad (1)$$

## 2.2 解析結果

### (1) 回転による材端たわみ

図-8 および 9 に、変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) に及ぼす各要因の影響を示す。ここで、 $\mu_\delta$  の値は、曲率延性率 ( $\mu_\phi$ ) を用いて (1) 式から求めたものである。

ここでは、延性率指標として SR 点を用いたが、前節で述べたように SR 点での耐力は最大時のおよそ 80% である。より健全な塑性ヒンジの回転性能の評価指標としては、たとえば、SR 点での塑性変形量に対して 2 分の 1 の塑性変形量が生じている点 (1/2 SR 点と呼ぶ) を曲率延性率 ( $\mu_{\phi/2}$ ) として用いることが考えられ、この場合約 90% 以上の耐力保持が期待できる。1/2 SR 点を終局点とした場合の曲率延性率 ( $\mu_{\phi/2}$ ) を用いた場合の変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) の算定式を以下に示す。

$$\mu_\delta(\mu_{\phi/2}) = \frac{3}{2}(\mu_\phi - 1) \frac{l_p}{l_s} \left(1 - \frac{l_p}{2l_s}\right) + 1 \quad (2)$$

一般に、 $\mu_{\phi/2}$  を用いて得られる変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) の値は  $\mu_\phi$  を用いた場合のおよそ 2 分の 1 になる。

### (2) ずれによる材端たわみ

図-10 に荷重 (P) - 材端たわみ ( $\delta$ ) 曲線に及ぼす塑性領域内のずれ変形 (以下、単に、ずれ変形と呼ぶ) の影響を示す。ここで破線は、ずれ変形を無視した (すなわち、ずれ剛性  $g = \infty$ ) 場合、実線は図-7 に示すようなずれ剛性低下を考慮した (ただし、漸近値  $B_0 = 100$  を用いた) 場合である。図によれば、降伏時のたわみは、ずれ剛性が小さいほど増加し、その程度は  $l_s$  が小さいほど顕著である。

### (3) たわみの成分分解

塑性領域内および材端のたわみについて成分分解を行うと、それぞれ図-11 (a) および (b) のようになる。これらの図によれば、ずれ変形成分は塑性領域内ではかなり大きいものの、材端では部材長 ( $l_s$ ) の増加に伴って減少し、 $l_s = 8h$  の場合では  $l_p$  の値にかかわらずおよそ 10% 程度である。しかし、 $l_s = 4h$  の場合のように部材長が短い場合には部材端においてもずれ変形成分が大きい。

以上より、 $l_s/l_p$  比が大きい場合には、延性率に及ぼすずれ変形の影響は小さいといえるが、 $l_s/l_p$  比が小さい場合 (たとえば、 $l_s/l_p < 4$  のような場合) には、その影響が大きく、降伏時のたわみの増加によって延性率が低下するため、回転変形のみで延性率を評価すると、若干、危険側の値を与えることになる。

## 3. RC 部材の塑性ヒンジモデルとその適用性

### 3.1 塑性領域のモデル化

#### (1) 回転変形成分

塑性領域における回転変形成分、すなわち、破壊領域 ( $l_p$ ) 内での  $M-\phi$  関係を定量的に求めるためには、素材の  $\sigma-\epsilon$  関係を用いて解析的に得られる断面の  $M-\phi$  関係を適用すべき領域 ( $l_m$ 、適用領域と呼ぶ)、および適用領域と破壊領域 ( $l_p$ ) の関係を定式化する必要がある。この定式化に関しては、既に一連の実験式が得られている。ここでは、

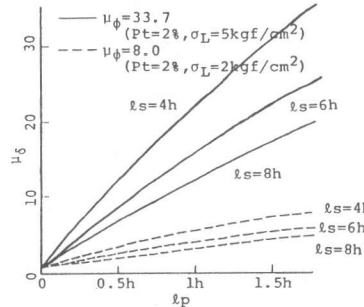
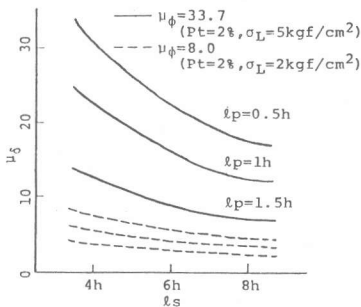


図-8 変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) に及ぼす部材長 ( $l_s$ ) の影響 図-9 変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) に及ぼす塑性域長さ ( $l_p$ ) の影響

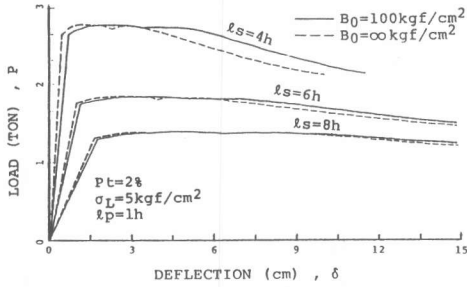
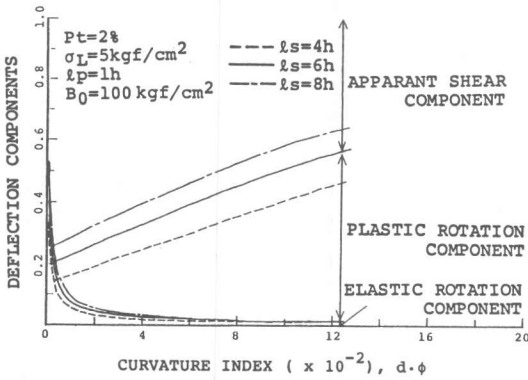
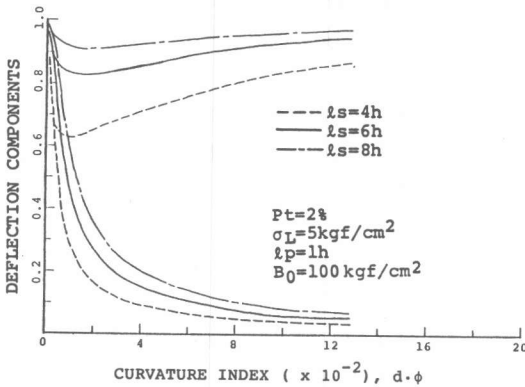


図-10 P-δ曲線に及ぼすずれ変形の影響(部材長 $\ell_s$ を変化させた場合)



(a) 塑性領域内での変形成分の比



(b) 部材端での変形成分の比

図-11 たわみの成分分解

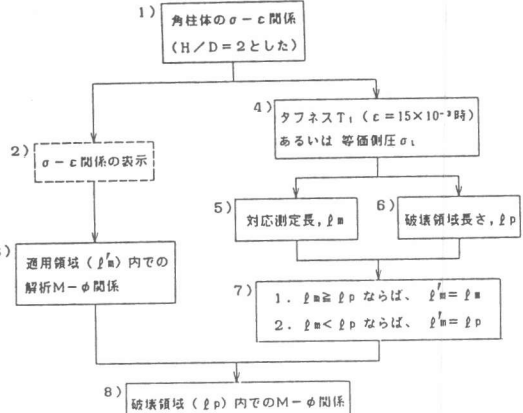


図-12 塑性領域のM-φ関係算定プログラムのフローチャート

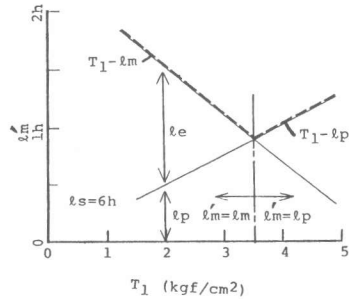


図-13 解析によって得られるM-φ関係の適用領域( $\ell_m'$ )

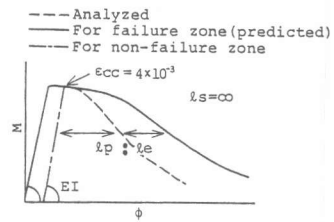


図-14 塑性領域のM-φ関係の推定方法

これらの実験式を用いてモデルを作成した。

コンクリートの $\sigma-\epsilon$ 関係から塑性領域におけるM- $\phi$ 関係を求めるまでのフローチャートを図-12に示す。以下、フローチャートの概要を4)項以後について述べる。

4) コンクリートの $\sigma-\epsilon$ 関係より、 $\epsilon = 15 \times 10^{-3}$ 時のタフネス( $T_1$ ,  $\sigma-\epsilon$ 曲線下の面積)を求める。

5) タフネス( $T_1$ )より、次式を用いて対応測定長( $\ell_m$ )を求める。ここに、対応測定長とは、解析によって得られる断面の曲率と等価な平均曲率を与える、部材の破壊集中域付近の曲率測定域の長さである<sup>[1]</sup>。

$$\ell_m = \begin{cases} (3.40 - 0.18\ell_s/h) - (0.62 - 0.04\ell_s/h)T_1 & (4h \leq \ell_s \leq 8h) \\ 2.00 - 0.34 T_1 & (\ell_s > 8h) \end{cases} \quad (3)$$

6) タフネス ( $T_1$ ) より、破壊領域長さ ( $l_p$ ) を求める。

$$l_p = (0.27 - e^{-l_s/h+1.8}) T_1 \quad (l_s \geq 4h) \quad (4)$$

7) 解析したM- $\phi$ 関係を適用する領域 ( $l'_m$ ) を  $l_m$  と  $l_p$  の値の大小関係により決定する。 $l_m$  および  $l_p$  と  $T_1$  の関係を図-13に示す。 $l_m < l_p$  となる領域 ( $l_s$  にかかわらず、 $T_1$  がおよそ3.5以上) では、 $l_p$  内のM- $\phi$ 関係が極めて延性的であるため  $l'_m = l_p$  としても、部材の延性評価に支障はないといえる。ただし、この近似によって、解析値は  $l_p$  内の延性を若干、過大評価することになる。

8)  $l_p$  内のM- $\phi$ 関係を求める。 $l'_m = l_p$  の場合は、解析して得られたM- $\phi$ 関係が塑性領域におけるM- $\phi$ 関係に対応する。 $l'_m = l_m$  の場合は、図-14に示すように、解析によって得られたM- $\phi$ 曲線の包絡線(破線)と除荷曲線(一点鎖線)より、 $l_p$  内のM- $\phi$ 曲線(実線)を推定できる。ここで除荷曲線は、非破壊領域 ( $l_e$ ) のM- $\phi$ 曲線であり、既報<sup>[1][2]</sup>で述べたように、圧縮ひずみ ( $\epsilon_{cc}$ ) の値が  $4 \times 10^{-3}$  になる時点を除荷開始点とした。

### (2) ずれ変形成分

塑性領域におけるずれ変形成分を定量的に求めるため、実験によって得られた破壊領域内におけるずれ剛性 ( $g$ ) を数式表示した。ここでは、ずれ剛性 ( $g$ ) が基本的に曲率 ( $d \cdot \phi$ ) の双曲関数で表わされるものとし、とくに影響度が大きい引張鉄筋比 ( $P_t$ ) およびせん断スパン ( $l_s$ ) をパラメータとする下式を得た。

$$g = \frac{A}{d\phi + C} + B_0 \quad (5)$$

ここに、 $A = 4.1$ ,  $B_0 = (99 - 9.5 l_s/h) \cdot 10^5 \cdot P_t^{2.5}$ ,  $C = A/(g_0 - B_0)$ ,  $g_0$ : 初期のずれ剛性

本表示式による計算値と実験結果との比較例を図-15に示す。横補強筋のピッチ ( $S$ ) の影響なども含め、より正確な評価のためには、さらに多くの実験結果に基づく検討が望まれる。

以上により、RC梁の塑性領域の挙動をモデル化できた。この挙動と等価な塑性ヒンジモデルを使って骨組み解析を行うことが可能である。

## 3.2 解析結果

### (1) 部材のたわみ量

前節で述べた塑性ヒンジの力学モデル(図-12参照)と、第2章で述べた解析法(図-1参照)とを組み合わせることによって、素材の応力 ( $\sigma$ ) - ひずみ ( $\epsilon$ ) 関係から部材の荷重 ( $P$ ) - たわみ ( $\delta$ ) 関係を推定することが可能となる。図-16は、曲げ・せん断を受けるRC梁の最大モーメント断面近傍の1.5h区間におけるたわみの実測結果と解析結果とを比較した例である。図によれば、本塑性ヒンジモデルの適用により、比較的良好な推定精度が得られている。なお、図中の破線は、ずれ変形が塑性領域のみに生じるとした場合、一点鎖線は、塑性領域外のずれ変形量の実測値を加えた場合の曲線である。

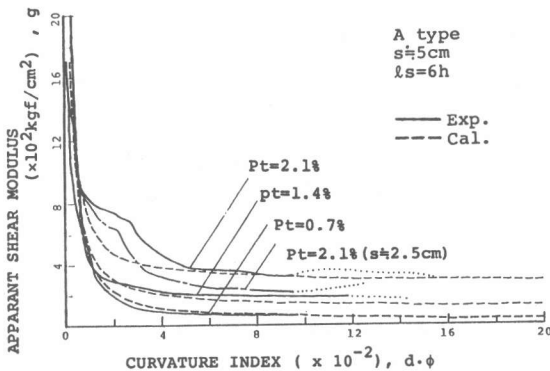


図-15 ずれ剛性 ( $g$ ) の実測値と表示式による値の比較(引張鉄筋比 ( $P_t$ ) の影響)

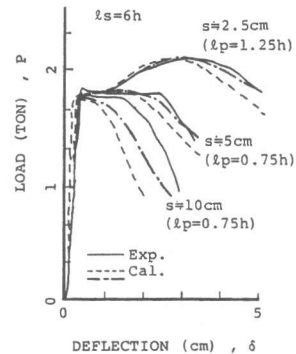


図-16 荷重 ( $P$ ) - 1.5h区間端たわみ ( $\delta$ ) 曲線の実測値と解析値の比較

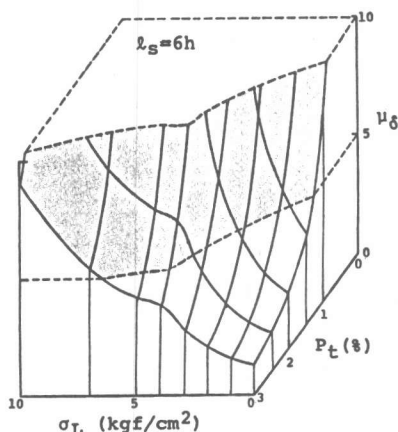


図-1-7 変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) に及ぼす各種要因の影響

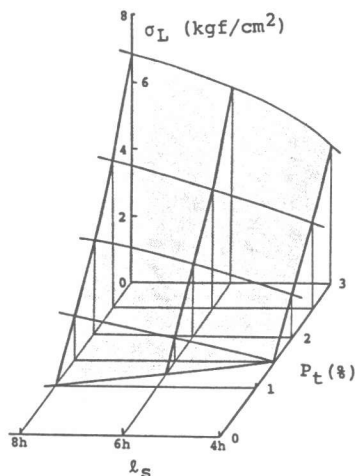


図-1-8 所要横拘束圧 ( $\sigma_L$ ) に及ぼす各種要因の影響

## (2) 変位延性率の保証について

図-1-7は、部材長 ( $l_s$ ) が  $6h$  の場合について、部材の変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) に及ぼす引張鉄筋比 ( $P_t$ ) および側圧 ( $\sigma_L$ ) の影響を示したものである。図によれば、引張鉄筋比 ( $P_t$ ) の減少および側圧 ( $\sigma_L$ ) の増大によって  $\mu_\delta$  の値は著しく増加し、これらの値は一つのなめらかな曲面を形成している。ここで、たとえば部材に5以上の変位延性率が要求されたとすると、図中斜線で示される領域がこれを満足する設計条件を与えることになる。

図-1-8は、各鉄筋比 ( $P_t$ ) および各部材長 ( $l_s$ ) に対して変位延性率 ( $\mu_\delta$ ) 5を得るために必要となる側圧 ( $\sigma_L$ ) をプロットしたものである。図によれば、引張鉄筋比 ( $P_t$ ) および部材長 ( $l_s$ ) の減少に伴って、所要側圧 ( $\sigma_L$ ) が小さくなる、すなわち小さな側圧 ( $\sigma_L$ ) で  $\mu_\delta = 5$  が確保できる。たとえば、 $P_t = 2\%$ 、 $l_s = 6h$  の場合には、所要側圧 ( $\sigma_L$ ) が約  $2 \text{ kgf/cm}^2$  となり、比較的軽微な補強 (今回用いた試験体であれば、あばら筋ピッチを約  $10 \text{ cm}$  とした場合) によって  $\mu_\delta = 5$  が確保されることになる。ただし、ここでは、終局点指標として危険断面のSR点を用いているため、終局点における耐力は最大耐力の約  $80\%$  に低下している。2. 2節で述べたように、耐力をほぼ保持したまま  $\mu_\delta = 5$  が要求されるのであれば、 $\mu_\delta = 10$  に対する  $\sigma_L$  の値、すなわち図-1-7を参照して、 $\sigma_L \approx 4 \text{ kgf/cm}^2$  が所要側圧となる。

## 4. 結論

本研究では、RC梁部材の塑性変形解析の精度の向上を目的として、これまでに筆者らが得た実験結果に基づき、塑性ヒンジの一簡略モデルを提示した。本研究より次のことがいえる。

1) RC梁部材の回転性能を解析的に求める際には、構成素材の応力-ひずみ関係、断面のモーメント-曲率関係、荷重分布 (例えば、モーメント勾配) などが塑性領域の広がりには及ぼす影響を十分に反映させる必要がある。

2) 本報で提示した塑性ヒンジの簡略モデルは、RC梁部材の回転性能を構成素材の応力-ひずみ関係から求める際の解析精度の向上に有効である。

ただし、ここで提示したモデルは、静的荷重を受ける軸力がないRC梁を対象としている。今後、塑性領域の広がりには及ぼす軸力の影響、繰返し荷重下での塑性領域の安定性 (この際、引張り側の破壊も重要となる) についても検討したいと考えている。

[謝辞] 本研究費の一部は、昭和61年度文部省科研費・奨励研究(A)によったことを付記する。

### [引用文献]

- [1] 畑中・小坂・谷川・三輪、純曲げを受ける鉄筋コンクリートばりの破壊集中性、日本建築学会構造系論文報告集、第371号、pp. 27-38、1987。
- [2] 小坂・谷川・畑中・三輪、鉄筋コンクリート梁の塑性ヒンジに関する研究、セメント技術年報、第40巻、pp. 580-583、1986。
- [3] 小坂・谷川・畑中、構成モデルに基づく各種横拘束コンクリートの圧縮特性の統一評価、コンクリート工学年講論文集、第8巻、pp. 365-368、1986。
- [4] 小柳・六郷・岩瀬、RCはりの曲げ破壊過程と曲げじん性に及ぼす材料特性の影響、土木学会論文集、第348号、V-1、pp. 153-162、1984。