

[2083] 曲げとせん断を受ける PC パイルの耐力評価に関する研究

正会員 〇渡辺史夫 (京都大学工学部)
 正会員 六車 熙 (京都大学工学部)
 正会員 西山峰広 (京都大学工学部)

1. 序

本研究は、曲げモーメントとせん断力を受けてせん断破壊を起こすPC杭の耐力算定の方法について論じたものである。通常のコンクリート部材との相違は、PC杭が中空円筒断面であることとプレストレスによりコンクリートに元圧縮応力が生じている点であり、種々の計算が若干複雑となるが、基本原理さえ確かなものであれば耐力算定は可能である。以下、本研究の概略を述べる。ここでは、せん断ひび割れを①腹部せん断ひび割れ②曲げせん断ひび割れ③せん断ひび割れの3つに分類し、①に対しては弾性理論を②および③に対してはKaniのTooth Theory¹⁾を元圧縮応力の存在する場合に拡張して適用した。せん断補強筋の無い場合のせん断耐力(アーチ機構耐力)に対しては、KaniのRemaining Arch Theory¹⁾を上と同様に拡張適用した。せん断補強筋の補強効果は、従来の長方形せん断補強筋に対する補強効果式に低減係数を乗じることにより表した。最後にここで誘導した諸耐力式による計算結果と実験結果とを比較した。

2. 腹部せん断ひび割れ耐力

せん断力Qによりコンクリートに生じる最大せん断応力 τ_{max} は、弾性論より(1)式で与えられ、 τ_{max} と断面重心軸位置プレストレス応力 σ_g により生じる第1主応力がコンクリート引っ張り強度 F_t に一致するという条件(式(2))より腹部せん断ひび割れ耐力 Q_{ws} が(3)式として得られる。

$$\tau_{max} = \frac{4(r_2^2 + r_2r_1 + r_1^2)Q}{3(r_2^2 + r_1^2)A} \quad (1) \quad \sqrt{\left(\frac{1}{2}\sigma_g\right)^2 + \tau_{max}^2} - \frac{1}{2}\sigma_g = F_t \quad (2)$$

$$Q_{ws} = \sqrt{F_t(F_t + \sigma_g)} \frac{3(r_2^2 + r_1^2) \cdot A}{4(r_2^2 + r_2r_1 + r_1^2)} \quad (3) \quad A: \text{杭断面積} \quad r_1: \text{杭内半径} \quad r_2: \text{杭外半径}$$

3. コンクリート片持ち梁の折損条件による曲げせん断ひび割れおよびせん断ひび割れ耐力

a) PC鋼材の集中化 : 図1に示すように、PC鋼材の配置半径 r_s と同じ半径を持ち断面積も一致する鋼管に置き換え、さらにこの鋼管と同じ断面2次モーメントと断面積を持つ圧縮および引っ張り側に等量配筋された集中鉄筋に置き換えると、等価鋼管の厚さ t は(4)式で、鋼管および集中鉄筋の断面2次モーメントは(5)および(6)式で与えられる。(5)および(6)式を等置することにより集中鉄筋間隔 h が(7)式で得られる。また、集中鉄筋片側1本の断面積 A_s は(8)式で与えられる。

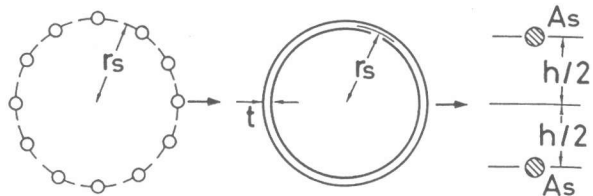


図1. 鋼材の集中化

$$t = \frac{\sum A_{sp}}{2 \cdot \pi \cdot r_s} \quad (4) \quad I_1 = \frac{\pi}{4} \left\{ \left(r_s + \frac{t}{2} \right)^4 - \left(r_s - \frac{t}{2} \right)^4 \right\} \quad (5) \quad I_2 = \frac{1}{4} h^2 \cdot A_{sp} \quad (6)$$

$$\Sigma A_{sp} : \text{P C鋼材断面積の総和} \quad h = \sqrt{\frac{4I_1}{\Sigma A_{sp}}} \quad (7) \quad A_s = \frac{\Sigma A_{sp}}{2} \quad (8)$$

b) コンクリート片持ち梁の折損条件 : 引っぱり側鋼材に生じる付着力により、曲げひび割れ間に生じるコンクリート片持ち梁が折れ、曲げせん断およびせん断ひび割れが発生すると仮定する。図2にその概念を示す。クリティカルなコンクリート片持ち梁の有効長さを s 、ひび割れ間隔より決まる断面高さを C_s とすると、付け根の断面1次モーメント Z は(9)式で与えられる。

$$Z = \frac{1}{3} \left\{ \sqrt{r_2^2 - \left(\frac{h}{2} - s\right)^2} - \sqrt{r_1^2 - \left(\frac{h}{2} - s\right)^2} \right\} \cdot C_s^2 \quad (9)$$

この片持ち梁に働く鉄筋付着力を、引っぱり側集中鉄筋位置に働くものと仮定し F で表すと、片持ち梁の折損時の F は、(10)式で与えられる。鉄筋の張力変化が付着力としてコンクリート片持ち梁に伝達されその折損を引き起こす範囲を図2のAA断面とBB断面の間とする。ここでBB断面は引っぱり側集中鉄筋位置コ

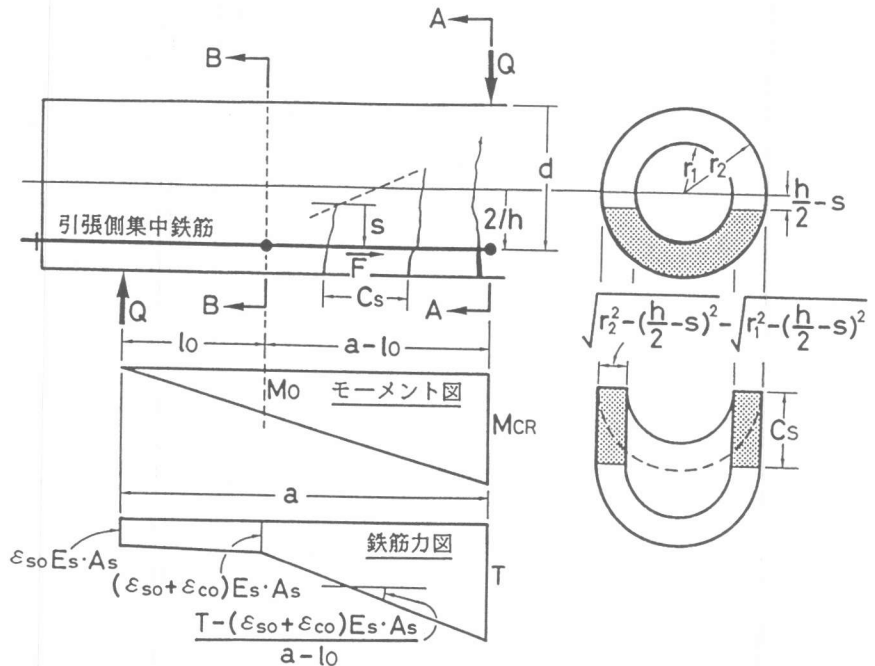


図2. せん断ひび割れ発生機構

ンクリートの軸方向応力が0となる位置(軸方向元応力の無い梁の支点に対応)で、そこでの曲げモーメント M_0 および支点からの距離 l_0 は(11)および(12)式で与えられる。

$$F = \frac{Z \cdot F_t}{s} \quad (10) \quad M_0 = \frac{2I_0}{h} \sigma_g \quad (11) \quad l_0 = \frac{M_0}{M_{CR}} \cdot a \quad (12)$$

I_0 : 杭断面2次モーメント ($= \pi(r_2^4 - r_1^4)/4$) a : せん断スパン長さ
 M_{cr} : 曲げせん断およびせん断ひび割れ時クリティカル断面モーメント

AA断面とBB断面の間での付着力の変化率を一定と仮定すれば(13)式が得られる。

$$\frac{F}{C_s} = \frac{T - (\epsilon_{s0} + \epsilon_{c0}) E_s \cdot A_s}{a - l_0} \quad (13)$$

T : クリティカル断面での引っ張り側集中鉄筋力 ϵ_{s0} : プレストレスによるPC鋼材伸びひずみ ϵ_{c0} : プレストレスによるコンクリート軸ひずみ E_s : PC鋼材弾性係数

c) 曲げせん断およびせん断ひび割れ耐力 : クリティカル断面でのモーメントの釣合より、 $\frac{T}{M_{cr}} = \frac{M_{cr}}{j} = \frac{M_{cr}}{(0.8 \cdot d)}$ となる。jは応力中心距離で $j = 0.8 \cdot (r_2 + 0.5 \cdot h)$ で与える。式(10)、(12)および(14)を式(13)に代入することにより、 M_{cr} に関する2次方程式 $M_{cr}^2 - B \cdot M_{cr} + C = 0$ が得られ、これを解いて、式(15)が得られる。

$$M_{cr} = \{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}\} / 2, \quad M_{cr} > M_0 \quad (15)$$

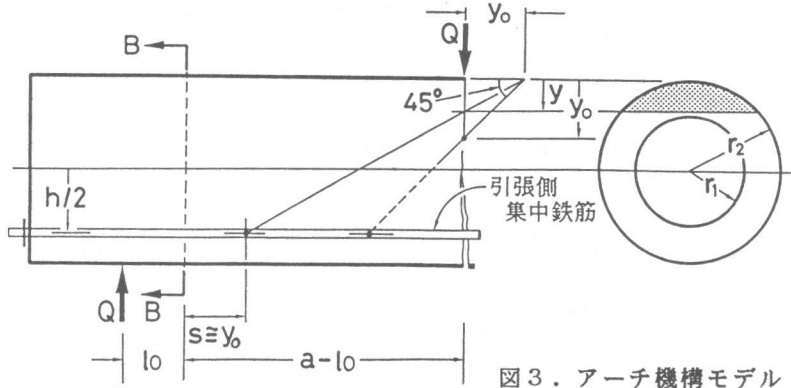
$$d = r_2 + 0.5h \quad B = \{(\epsilon_{s0} + \epsilon_{c0}) E_s A_s + \frac{F}{C_s} \cdot a\} \cdot 0.8d \quad C = \frac{F}{C_s} \cdot a \cdot M_0 \cdot 0.8d$$

既往の研究により、曲げせん断ひび割れおよびせん断ひび割れに対しては $s = 0.15d$ および $s = 0.12d$ が最も適合性のよいことが確認されている²⁾のでこれらの関係を用いて(14)式より、曲げせん断ひび割れ耐力 Q_{bs} およびせん断ひび割れ耐力 Q_s は式(16)および式(17)で与えられる。

$$Q_{bs} = M_{cr} / a, \quad s = 0.15d \quad (16) \quad Q_s = M_{cr} / a, \quad s = 0.12d \quad (17)$$

4. アーチ耐力の計算

a) 基本仮定 : Kaniの理論に図3に示す幾何学的条件の修正を行う。すなわち、Kani理論に於ける梁の外端部支点が図3. に示すBB断面にあるものと仮定する。ここで、BB断面は引っ張り側集中鉄筋位置コンクリート軸方向応力が零となる断面で、そこでのモーメント



ト M_0 は(11)式で与えられている。図3. に於て3角形の相似条件より(18)式が得られ、それを変形して支点からBB断面迄の距離 l_0 は(19)式で与えられる。

$$\frac{y}{y_0} = \frac{r_2 + h/2}{a - l_0 + y_0 - s} \cong \frac{r_2 + h/2}{a - l_0} \quad (18) \quad l_0 = a - \frac{y_0}{y} (r_2 + \frac{h}{2}) \quad (19)$$

y_0 : 曲げ破壊時圧縮域深さ y : アーチ破壊時圧縮域深さ

b) コンクリート圧縮合力 : アーチ破壊に対応する圧縮域深さ y に対するコンクリート圧縮合力 C_c は、 $C_c = \alpha \cdot F_c \cdot A_c$ となる(20)で与えられる。ここで、 A_c は図4. に示す圧縮域コンクリ

一断面積で(21)式で与えられ α および β は平均圧縮応力係数および合力位置係数である。

$$A_c = r_2^2 \cos^{-1} \left(\frac{r_2 - y}{r_2} \right) - (r_2 - y) \sqrt{2yr_2 + y^2} \quad (21)$$

$y < r_2 - r_1$ の場合は別途計算式を考慮。

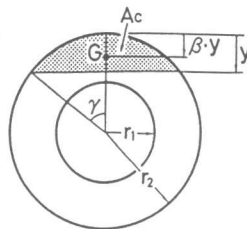


図 4.

c) 鋼材負担軸方向合力 R_n と内力のモーメント R_m : R_n および R_m は等価鋼管の仮定 (図 1) を用いて求める。鋼材は弾性域にあるものと仮定し、中立軸深さ y 、断面曲率 ϕ に対する R_n と R_m を図 5 に従って求める。任意位置の等価鋼管軸方向応力 σ_{ps} は式 (22) で R_n は σ_{ps} を円周に沿って積分することにより式 (23) で与えられる。式 (23) より曲率 ϕ は式 (24) で表される。

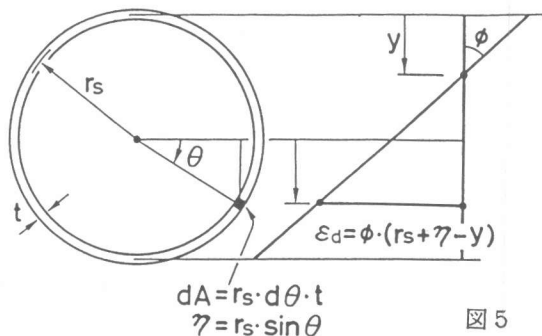


図 5

一方、 R_m は先と同様の積分を行うことによって、 ϕ の関数として (25) 式で与えられる。

$$\sigma_{ps} = \{ \phi(r_s - y) + \epsilon_{s0} + \epsilon_{c0} \} E_s + \phi E_s r_s \sin \theta \quad (22)$$

$$R_n = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2\sigma_{ps} dA = 2\pi r_s t E_s \{ \phi(r_s - y) + \epsilon_{s0} + \epsilon_{c0} \} \quad (23)$$

$$\phi = \left\{ \frac{R_n}{2\pi r_s t E_s} - (\epsilon_{s0} + \epsilon_{c0}) \right\} \frac{1}{r_s - y} \quad (24)$$

$$R_m = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 2\sigma_{ps} \eta dA = 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_{ps} r_s^2 \sin \theta t d\theta = \pi r_s^3 t E_s \phi \quad (25)$$

t : 等価パイプ肉厚 η : 中心軸からの距離 ϕ : 断面曲率 ϵ_{s0} 、 ϵ_{c0} : プレストレスによる鋼材伸びひずみおよびコンクリート圧縮ひずみ

d) アーチ耐力の計算手順 : ステップ 1. y_0 より小さな y を仮定する。ステップ 2. (20) および (21) 式によりコンクリート圧縮合力 C_c を求める。ステップ 3. $R_n = C_c$ とおいて (24) 式より ϕ を求める。ステップ 4. 得られた ϕ を (25) 式に代入して R_m を求める。ステップ 5. アーチ耐力時クリティカル断面モーメント M_{ar} を式 (26) により計算する。ステップ 6. (19) 式により得られる支点から B B 断面までの距離 l_0 とモーメント分布より求まる $l_0 = a \cdot (M_0 / M_{ar})$ が等しければ計算を終了し等しくなければ y を再仮定してステップ 2. に戻る。以上の手順によりアーチせん断耐力 Q_{ar} は式 (27) で得られる。

$$M_{ar} = R_m + C_c (r_2 - \beta y) \quad (26)$$

$$Q_{ar} = \frac{M_{ar}}{a} \quad (27)$$

5. せん断補強筋の補強効果 (スパイラル筋の場合)

図 6. に示すように、材軸に θ の角度を持つ斜めひび割れを横切るせん断補強筋がせん断力を負担すると仮定する。この斜めひび割れがパイル最上縁鋼材および最下縁鋼材と交わる A 点および B 点間の材軸方向長さを $2 \cdot l_s$ で表す。ここで、A B 点間の中点から斜めひび割れに沿って任

意の距離（材軸方向に計って x ）だけ離れた点でのせん断補強筋の効果について考える。図より $r_w \cdot \sin\beta = x \cdot \tan\theta = x \cdot r_w / l_s$ となり式(28)が得られる。

$$x = l_s \sin\beta \quad (28)$$

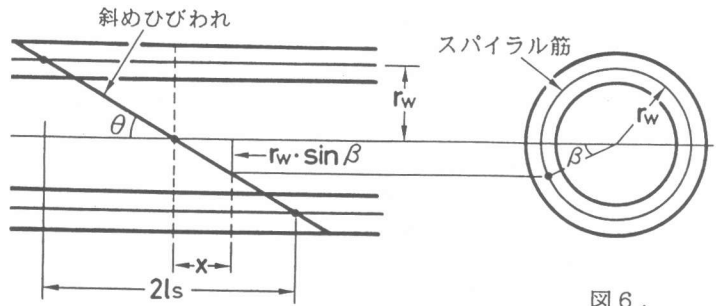


図 6.

スパイラル筋のスパイラル軸方向

単位長さ当りの引っ張り力 $T_{sp}(x)$ は、 $f_s(x) \cdot a_s / s$ で表される。そのせん断力方向成分は、 $T_{sp}(x) \cdot \cos\beta$ となり、それを積分することにより、斜めひび割れを横切るせん断補強筋の張力和 Q_r が、式(29)で得られる。

$$\begin{aligned} Q_r &= 2 \int_{-l_s}^{l_s} T_{sp}(x) \cos\beta dx \\ &= 2 \int_{-l_s}^{l_s} T_{sp}(x) \frac{1}{l_s} \sqrt{l_s^2 - x^2} dx \\ &= \frac{2a_s}{s l_s} \int_{-l_s}^{l_s} f_s(x) \sqrt{l_s^2 - x^2} dx \quad (29) \end{aligned}$$

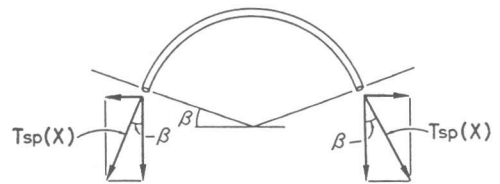


図 7.

$f_s(x)$: スパイラル筋応力

a_s, s : スパイラル筋断面積およびピッチ

ここで、 $f_s(x) = \omega f_y$ で斜めひび割れ領域で一定と仮定すれば Q_r は下式で与えられる。

$$Q_r = \frac{a_s \omega f_y}{s l_s} \left[x \sqrt{l_s^2 - x^2} + l_s^2 \sin^{-1} \frac{x}{l_s} \right]_{-l_s}^{l_s} = \frac{\pi a_s \omega f_y l_s}{s} \quad (30) \quad \omega f_y : \text{せん断補強筋降伏強度}$$

通常の長方形せん断補強筋の場合に対するせん断補強筋負担力 Q_r' は

$$Q_r' = \frac{4 a_s \omega f_y l_s}{s} \quad (31)$$

となり、スパイラルせん断補強筋の補強効果低下率 γ は、 $\gamma = Q_r / Q_r' = \pi / 4 = 0.785$ となる。

6. 諸耐力の試算と実験結果との比較

得られた諸算定式の精度の調査結果を以下に述べる。なお、対象とした実験杭においては、せん断補強筋（スパイラル筋）量のみが $p_w = 0 \sim 1.14\%$ の範囲で変化させてある。

寸法：全長450cmのB種PC杭（14-φ9.2）で、 $r_1 = 12.5\text{cm}$ 、 $r_2 = 20\text{cm}$ 、 $r_s = 16.5\text{cm}$ 、 $\sigma_g = 80\text{kgf/cm}^2$

材料：コンクリートは、 $F_c = 828\text{kgf/cm}^2$ 、 $F_t = 64\text{kgf/cm}^2$ 、 $E_c = 381000\text{kgf/cm}^2$ で鋼材は、SBPD130/145

（φ19）、 $A_{sp} = 0.665\text{cm}^2$ 、 $f_y = 14100\text{kgf/cm}^2$ 、 $f_u = 14900\text{kgf/cm}^2$ 、 $E_s = 2000000\text{kgf/cm}^2$ である。

対象とした杭は中央曲げスパン280cm、両側せん断スパン各60cmの3点荷重により試験された。なお、解析計算に於て平均曲げひび割れ間隔 C_s は、実験にて観察された曲げスパンの平均ひび割れ間隔より $C_s = 23.3\text{cm}$ とした。図8 aに実験によって得られたせん断ひび割れ荷重と各供試杭の

せん断補強筋比の関係を示す。同図中には、本計算で得られた曲げせん断ひび割れ、せん断ひび割れおよび腹部せん断ひび割れ荷重が示されており、実験値はほぼ曲げせん断ひび割れ荷重およびせん断ひび割れ荷重計算値の間にあることが解る。これら2種のひび割れの判別の困難なことを考慮すれば、計算の妥当性が認められよう。図8bには、最大耐力の実験値が $p_w \cdot w_f y$ に対して示されている。同図中には $p_w = 0$ の杭に対する計算の結果((20)、(26)式中の α および β は0.85および0.40と仮定した)も同時に示されているが、せん断ひび割れの発生($Q=31.3\text{ton}$)後耐力上昇を示すことなく直ちにアーチが破壊($Q=28.6\text{ton}$)することを示しており、実験結果と対応している。せん断ひび割れ耐力を基本として2つのせん断補強効果式(荒川・大野³⁾および六車・渡辺⁴⁾による)が図8b中に示されているが、大野・荒川式は補強効果を若干小さく見積っている。なお、これら両式の適用に当たっては、 p_w の算定に於て、杭断面管厚の2倍の幅、 $(2 \cdot (r_2 - r_1))$ を持つ長方形断面を仮定しており、せん断補強効果低減係数として $\gamma = 0.785$ を用いている。

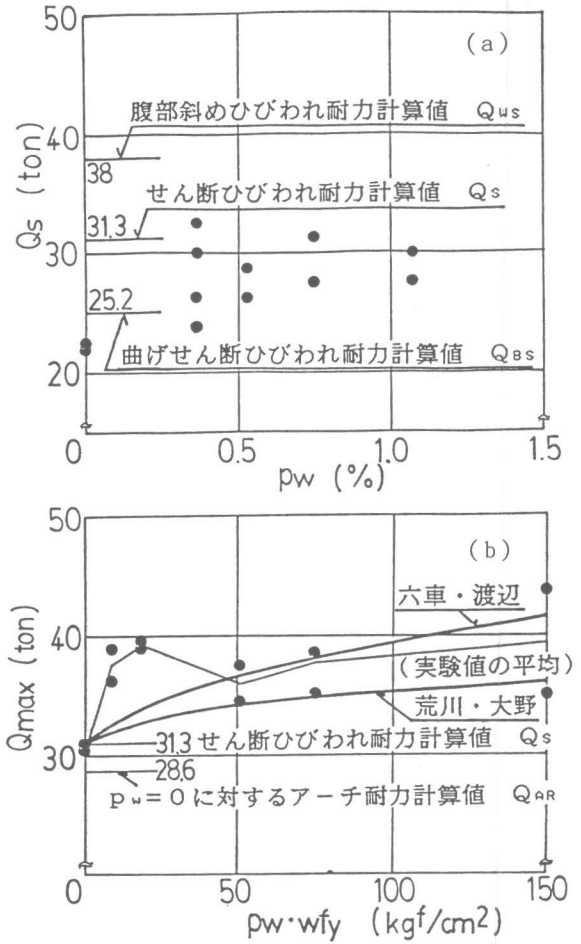


図8. 計算値と実験値の比較

7. 結語

ここで示した方法は、円筒断面を持つPC杭の①腹部せん断ひび割れ耐力、②曲げせん断ひび割れ耐力、③せん断ひび割れ耐力および終局耐力を計算により求めるひとつの手法であるが、実験データも少ない現状では本方法の精度の検証が十分とはいえない。今後の実験的および解析的研究に基づいたより精度の高い諸耐力算定法の確立が望まれる。

[参考文献]

- 1) G.N.J.Kani, "The Riddle of Shear Failure and it's solution", Journal of the ACI, April, 1964, pp.441~467
- 2) 六車、渡辺、河野、上田, "鉄筋コンクリート柱の曲げ付着作用とせん断ひび割れの発生", 日本建築学会近畿支部研究報告集、構造系、昭和57年6月, pp.53~56
- 3) 荒川、大野, "新載荷法による鉄筋コンクリート梁のせん断抵抗について", 日本建築学会論文報告集、昭和32年7月, pp.581~584
- 4) 六車、渡辺, "鉄筋コンクリート柱のせん断抵抗機構に関する研究—その1. せん断ひび割れの発生とせん断補強筋の補強効果", 日本建築学会論文報告集、第332号、昭和58年10月, pp.57~65