

論 文

[1027] 環状コンクリート構造物に対する Compensation Plane 法の適用

正会員 ○賀茂 友裕 (名古屋大学大学院)

正会員 田辺 忠顯 (名古屋大学工学部)

1. まえがき

Compensation Plane 法(以下 CPMと略す)は、マスコンクリートの温度応力を簡易にかつ精度よく推定しうる方法として、昭和61年度改訂のコンクリート標準示方書にも盛り込まれ、実構造物に適用した例もいくつか報告されている。しかし、同法が適用できる構造物は現在のところ一方向に連続している壁あるいはブロックのみであり、より複雑な構造物に対する適用性はいまだ検討されていない。

本研究では、タンクなどに代表される環状構造物に対して同法を適用するに当たり、新たな定式化を行い、32ケースの数値実験から外部拘束係数の分布図を作成した。また同定された外部拘束係数を用いて CPMによる計算を行い、その精度を有限要素法による解析値と比較した。

2. 環状構造物に対する CPM

2. 1 仮定

従来の CPMは、断面内に垂直な方向のひずみが直線分布をなすこと(平面保持則)を有限要素法による解析及び実測から確認し、それを計算の前提としている。今回、環状構造物に CPM を適用するに当たり、より直感的に理解し易いと思われる次のような仮定を行った。

- ・軸対称体だから変形は、 $r z$ 面内でのみおこる。

- ・軸体断面は温度変化により全ての材令で剛体的に変形する。(図-1参照)

図-2はこの仮定の妥当性を検証するために、軸体断面($1m \times 1m$)の変形を有限要素法により解析した結果である。この図からすべての材令に対して断面はほぼ剛体変形を満足していることが確認でき、上記の仮定は妥当なものだと言える。

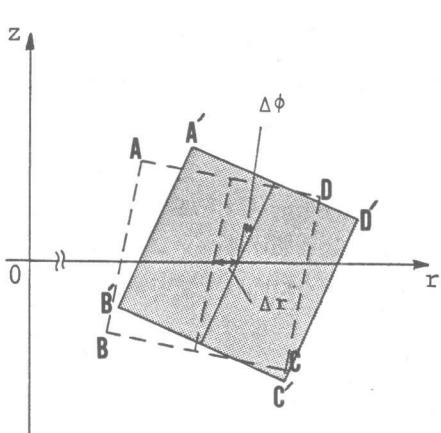


図-1 軸体断面の剛体変形

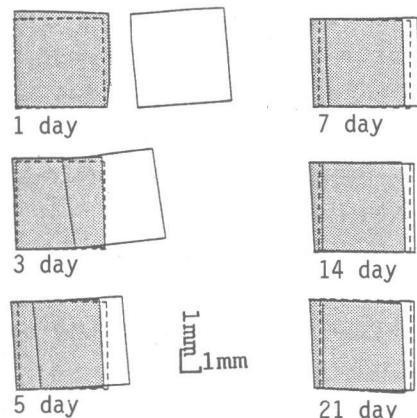


図-2 断面変形の有限要素解析結果

2. 2 定式化

図-1に示すように、環状構造物の断面の重心を通るように r 軸を、それに垂直に z 軸をとる。まず岩盤などの拘束を全く受けていない場合を考える。断面 $\square A B C D$ が温度変化 $\Delta T(r, z)$

により $\square A'B'C'D'$ に剛体変形したとする。以下に添字₁、_Rはそれぞれ、内部拘束作用及び外部拘束作用により生じたものであることを示し、また添字_Eは弾性成分を示す。この変形は r 方向の水平変位増分 Δr_1 と $r z$ 面内の回転角増分 $\Delta \phi_1$ の2量により表され、点(r, z)における断面に垂直な方向の全ひずみ増分は次式で表される。

$$\Delta \varepsilon(r, z) = (\Delta r_1 + \Delta \phi_1 z) / r \quad (1)$$

ここで注意すべき点は、はりの場合と異なって、上式のひずみ増分を断面内で連ねて得られる曲面は平面ではない。しかし、変位増分を連ねて得られる曲面は平面をなしている事である。このときの内部拘束ひずみ増分は、引張を (+) として次のように表せる。

$$\Delta \varepsilon_{e1}(r, z) = \Delta \varepsilon(r, z) - \alpha \Delta T(r, z) \quad \alpha : \text{線膨張係数} \quad (2)$$

したがって、断面内の図心に関する軸力増分 ΔN 、曲げモーメント増分 ΔM は、次式により求められる。

$$\Delta N = \int_A \Delta \varepsilon_{e1} E(t) dA \quad \Delta M = \int_A \Delta \varepsilon_{e1} E(t) z dA \quad (3)$$

ここに、 $E(t)$ は材令 t_1 から t_2 までのヤング係数、 dA は断面の微小面積

この軸体には外力が働いていないから $\Delta N = 0$ 、 $\Delta M = 0$ が成り立つ。式(1)、(2)を式(3)に代入し、タイムステップ内でヤング率を一定とすれば、次式を得る。

$$\begin{Bmatrix} \Delta r_1 \\ \Delta \phi_1 \end{Bmatrix} = [A]^{-1} \begin{Bmatrix} \int_A \alpha \Delta T dA \\ \int_A \alpha \Delta T z dA \end{Bmatrix} \quad [A] = \begin{bmatrix} (1/r)dA & 0 \\ 0 & \int_A (z^2/r)dA \end{bmatrix} \quad (4)$$

マトリクス $[A]$ の非対角項 $\int_A (z/r)dA$ は、図-1 のように座標軸をとると明らかに零となる。

岩盤等の外部拘束作用による r 方向変位増分、及び $r z$ 面内の回転角増分を Δr_R 、 $\Delta \phi_R$ とすると、外部拘束ひずみ増分は次式で表される。

$$\Delta \varepsilon_{eR}(r, z) = (\Delta r_R + \Delta \phi_R z) / r \quad (5)$$

ここで、外部拘束のない状態での変位増分、回転角増分と外部拘束作用によるそれとの比によって外部拘束係数を次のように定義する。

$$R_N = -\Delta r_R / \Delta r_1 \quad R_M = -\Delta \phi_R / \Delta \phi_1 \quad (6)$$

完全拘束状態のとき、 $\Delta r_R = -\Delta r_1$ 、 $\Delta \phi_R = -\Delta \phi_1$ だから $R_N = R_M = 1$ 、また内部拘束状態のとき $\Delta r_R = \Delta \phi_R = 0$ だから $R_N = R_M = 0$ となる。上式で定義した R_N 、 R_M が従来の CPM の R_N 、 R_M と実質的に等しいものであることを以下に示す。従来の CPM での外部拘束係数の定義は次のようにであった。

$$R_N = \Delta N_R / \Delta N_0 \quad R_M = \Delta M_R / \Delta M_0 \quad (7)$$

ΔN_0 ；完全拘束軸力増分 ΔM_0 ；完全拘束曲げモーメント増分

ΔN_R ；拘束作用による軸力増分 ΔM_R ；拘束作用による曲げモーメント増分

完全拘束軸力とは、構造物を外部拘束作用により温度変化を受ける前の状態に戻すために必要な軸力の事であるが、 $r \gg \Delta r_1$ であることを考慮すれば、それは Δr_1 を拘束した場合に生じる軸力増分に相当し、

$$\Delta N_0 = - \int_A (\Delta r_1 / r) E(t) dA \quad (8)$$

また拘束作用による軸力増分は、

$$\Delta N_R = \int_A (\Delta r_R / r) E(t) dA \quad (9)$$

したがって、

$$R_N = \Delta N_R / \Delta N_0 = -\Delta r_R / \Delta r_1 \quad (10)$$

となって、式(6)と式(7)は一致する。 R_M についても同様である。

このとき外部拘束応力増分はこれらの係数を用いて次のように求められる。

$$\Delta \sigma_R = -E(t) (R_N \Delta r_i / r + R_M \Delta \phi_i z / r) \quad (11)$$

内部拘束応力増分は、式(2)にヤング係数を乗じて求まるから、結局各Time Stepでの温度分布及び拘束係数 R_N 、 R_M が既知であれば、非常に簡単に温度応力が求められるわけである。

3. 外部拘束係数同定のための数値計算 z

3.1 解析モデル

解析に用いたモデル及び要素分割の一例を図-3に示した。図中の■が被拘束体で、他が拘束体（岩盤）である。コンクリートと岩盤の材料特性は文献(1)に基づき表-1のように設定し、コンクリート打設時温度及び外気温は 20°C 一定とした。解析に用いたのは三角形リング要素による軸対称温度応力解析プログラムである。

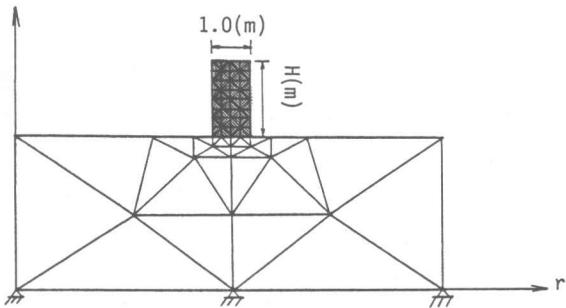


図-3 解析モデル

3.2 解析水準

解析におけるパラメータとしては、コンクリートの材令28日でのヤング係数 E_c (単位セメント量 $200, 300, 400\text{kg/m}^3$ の3種類の配合) と、岩盤のヤング係数 E_r ($10,000\sim430,000\text{kg/m}^2$ の4水準)との比 E_c/E_r 及びコンクリートの寸法として $L = 2\pi r$ ($r=15\text{m}$ と 25m の2水準) と打設高さ H (1m と 2m の2水準) の比 L/H を考慮した。またコンクリートの厚さは 1m のみを考えたため断面形状は2種類である。実施した解析ケースは32ケースとなり、これらをまとめて表-2に示した。

4. 外部拘束係数の同定

4.1 算出方法

各材令毎の Δr_i 、 $\Delta \phi_i$ は式(4)を用いて求められるので、ここでは Δr_R 、 $\Delta \phi_R$ の求め方について述べる。外部拘束ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{eR}$ は、拘束のある状態でのひずみ増分 $\Delta \varepsilon_e$ から内部拘束ひずみ増分 $\Delta \varepsilon_{ei}$ を差し引いて得られる。即ち

$$\Delta \varepsilon_{eR} = \Delta \varepsilon_e - \Delta \varepsilon_{ei} \quad (12)$$

式(5)を式(12)に代入し断面内で積分する事により次式を得、材令毎の外部拘束係数が算出できる。

$$\begin{cases} \Delta r_R \\ \Delta \phi_R \end{cases} = [A]^{-1} \left\{ \int_A (\Delta \varepsilon_e - \Delta \varepsilon_{ei}) dA \right\} \left\{ \int_A (\Delta \varepsilon_e - \Delta \varepsilon_{ei}) z dA \right\} \quad (13)$$

表-1 コンクリート、岩盤の材料特性

配合	1	2	3	岩盤
単位セメント量(kg/m^3)	200	300	400	—
打設温度($^{\circ}\text{C}$)	20			—
断熱温度上昇式	K	31.0	41.8	52.4
$T(t) = K(1 - e^{-Kt})$	α	0.56	0.98	1.39
密度(kg/m^3)	2.463	2.312	2.320	2.60
比熱(kcal/kg/C)	0.29	0.31	0.31	0.25
熱伝導率(kcal/m/h/C)	2.50			1.94
熱伝達率($\text{kcal/m}^2/\text{h/C}$)	10			
熱膨張係数($\times 10^{-6}/\text{C}$)	10			
ヤング係数($\times 10^{-6}\text{kg/cm}^2$)	A: 9.4239	7.6174	4.3540	解析上の
$E_c = t/(A+Bt)$ $t:\text{日}$	B: 2.4385	2.4121	2.1320	パラメータ

表-2 解析水準

要因	水準数	水準
L/H	4	160, 97, 80, 49
E_c/E_r	8	1.0, 3.6, 4.4, 12, 22, 36, 37, 44

$$L = 2\pi r \quad (r: \text{図心の } r \text{ 座標})$$

H ; 打設高さ

実際に外部拘束係数の経時変化を見てみると、例えば図-4のようになる。軸拘束係数 R_N は材令とともに漸減するが、ほぼ一定な値となる。これに対し曲げ拘束係数 R_M は材令によって大きく変動し、大きく3つの部分に分けられる。打設から材令15~18(h)の期間I、材令5日までの期間II、その後の期間IIIの3つである。期間I、IIでは急激に減少し、期間IIIではなだらかな減少をする。この様に時刻と共に変化する拘束係数を材令によらない一定値とするために以下のような処理を施した。

- (i)軸拘束係数 R_N は、外部拘束のない状態での変位増分の絶対値にその時刻でのヤング係数を乗じた重み $w_i = |\Delta r_{ii}| \times E(t)$ をつけ全材令で加重平均した。
- (ii)曲げ拘束係数 R_M は、その挙動から3つの領域に分けて平均するのがよいようにも思われるが、期間Iは大変短くかつ期間IIでの値に比べ小さいこと、および従来の方法との整合性を図ると言う観点から、期間I、IIでの値を加重平均(重み $w_i = |\Delta \phi_{ii}| \times E(t)$)して R_{M1} 、期間IIIでの値を加重平均して R_{M2} とした。

4. 2 外部拘束係数

L/H (r/H) を横軸に、 E_c/E_r を縦軸にとり R_N 、 R_{M1} 、 R_{M2} の分布図として図5(a)~(c)を得た。図中に今回の解析で得た値を○印で示した。解析ケースが32ケースであるため緻密な等分布線とは言えないが各々の拘束係数に特徴的なことが読み取れる。以下に各々の特徴とブロック状構造物に対して得られている外部拘束係数 図-6(a)~(c)⁽¹⁾ (R_{NB} 、 R_{M1B} 、 R_{M2B} とする)との比較を行う。但し、ブロック状構造物の外部拘束係数は $L/H=15$ までの範囲でしか与えられていないので、それ以上の L/H での値は等分布線を延長して推測したものである。

R_N は L/H (r/H) が大きいほどまた E_c/E_r が小さいほど大きな値となる。 $L/H=50\sim 200$ ($8\sim 32$) の範囲では、 R_{NB} と今回の R_N はほぼ一致するようであり、 L/H が大きいほど両者は近い値となっている。このことは、 L/H が ∞ の極限においては環状構造物もブロックと見なせることを考えれば納得できる結果である。また $L/H=50$ (8)以下の範囲では R_{NB} より今回の R_N の方がかなり大きい。 $L/H=50$ (8)と言うのは、高さを1mとすれば、半径8m程度の環状構造物でありこのように短半径の構造物の拘束度はかなり大きいものと思われる。また E_c/E_r が小さくなるにつれ、等分布線の傾きは水平に近くなり、このことは、 E_c/E_r が小さいほど R_N に与える影響が L/H の影響より大きくなることを示している。

R_{M1} は、傾向としては R_N に近く、 R_{M1B} が上に凸な等分布線であるのに対し、下に凸な曲線となっている。これは R_N と同様に、曲げ拘束についても E_c/E_r が小さくなるほど L/H より E_c/E_r が卓越するからだと思われる。また L/H が100以下になると、 E_c/E_r によっては負の値となることもある。全体的な値も R_{M1B} と比較して、かなり小さく、ブロック状構造物と比べてこの間の拘束度は小さいようである。

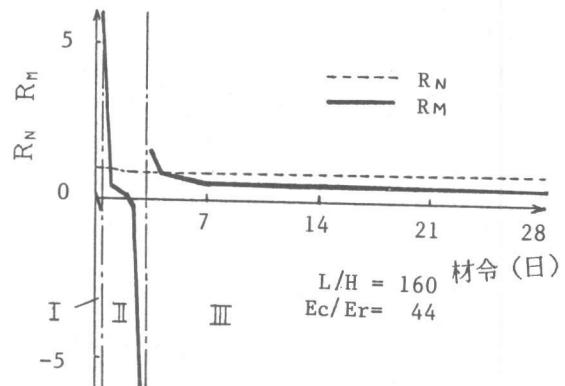


図-4 R_N 、 R_M の経時変化

R_{M2} は、 R_N 、 R_M とは異なった分布形状を示しながらかつ、 L/H が100程度以下では同一の L/H に対して E_c/E_r が大きくなるほど大きくなると言う特異な傾向を示した。

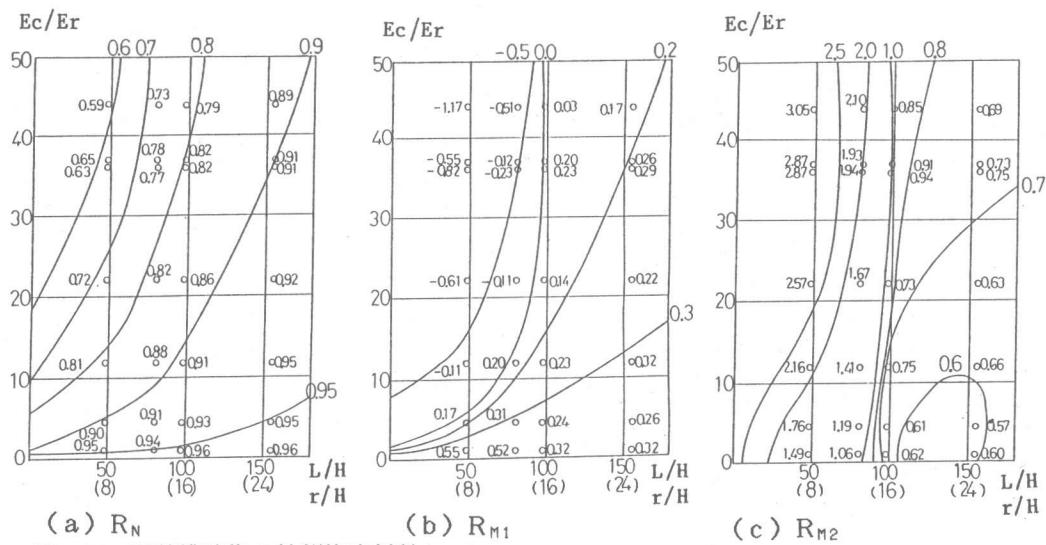


図-5 環状構造物の外部拘束係数

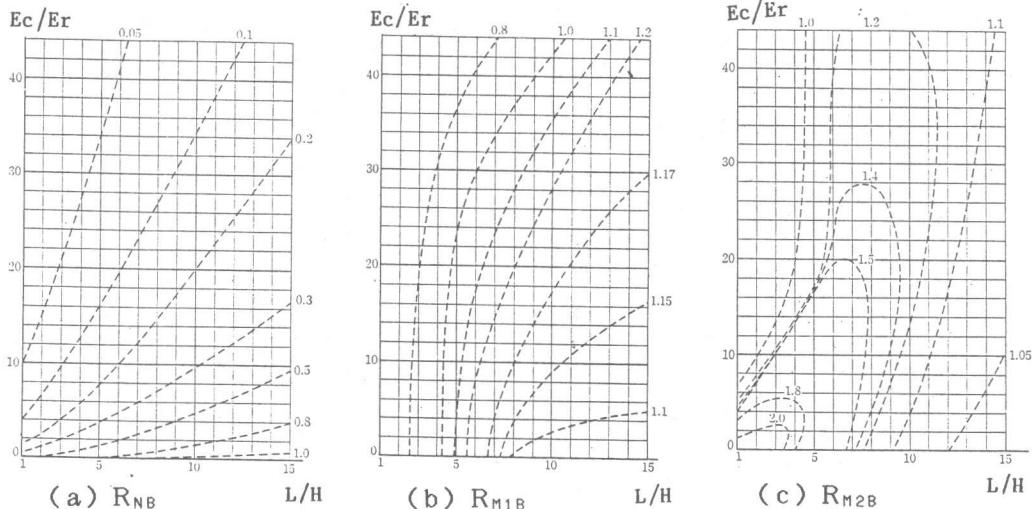


図-6 ブロック状構造物の外部拘束係数

4.3 外部拘束係数の検証

前節で得られた R_N 、 R_M を用いて逆にCPM計算で温度応力を求め、FEMと比較することにより、同定された R_N 、 R_M の妥当性を検討する。両法における温度応力の経時変化を図-7、8に示す。

図-7は $L/H=160$ 、 $r/H=25$ ($H=1m$)、 $E_c/E_r=3.6$ 、図-8は、 $L/H=80$ 、 $r/H=13$ ($H=2m$)、 $E_c/E_r=44$ であり、図中実線（黒丸）がCPM計算値を、破線（白丸）がFEM解析値を、またA～Eはコンクリート断面内の各位置を表している。両図において、CPMとFEMの差は最大8%程度であり、実用上十分な精度で、両者は一致していると言える。

しかし次のような問題点も明らかになった。

(i)断面中心部分の精度に比べ、周辺部の精度は多少落ちる。これは、断面周辺部ほど剛体変形の仮定が成立しにくく、変動する R_M の影響を受けやすいからと思われる。

(ii)材令初期の圧縮域においては本法の値が FEM より小さな値となる。

これは、材令とともに漸減する軸拘束係数を一定値としたため、このあたりの材令での拘束度を低めに評価しているためと思われる。

5. まとめ

本研究では、環状構造物についての外部拘束係数を同定し、これを使った CPM の精度を FEM と比較した。その結果両者は大変良い一致を示し、この種の構造物に対しても CPM が有効であることが分かった。また、環状構造物の拘束度に関して次のような知見が得られた。

- ① 軸拘束係数は、 L/H が 50 以上になると、ブロック状構造物への拘束係数とほぼ一致する。しかし、 L/H がそれ以下の範囲では、この傾向はくずれ環状構造物の拘束係数の方がかなり大きな値となる。
- ② 材令前半の曲げ拘束係数 R_{M1} は、ブロック状構造物のそれより小さな値をとり、この間の拘束度は小さいと思われる。材令後半の R_{M2} は全体の分布形状も値そのものも、ブロック状構造物のそれとは異なっており両者の比較は困難である。

<参考文献>

- (1)マスコンクリートの温度応力研究委員会：外部拘束係数の同定とそれに基づく温度応力計算方法の提案、JCI、1985.11

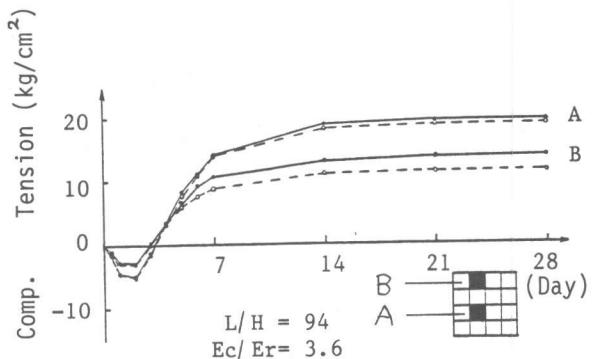


図-7 CPMとFEMの比較(1)

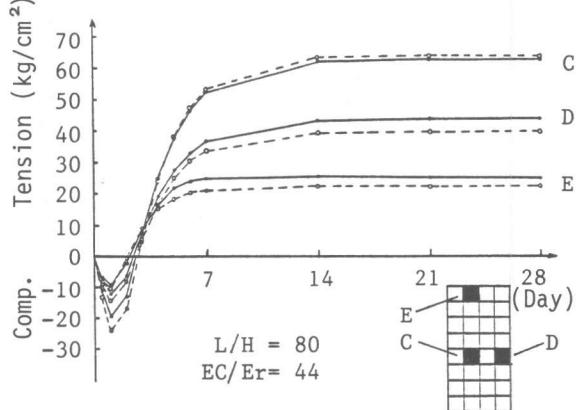


図-8 CPMとFEMの比較(2)