

論文  
 [2019] 鉄筋コンクリート造スラブにおける鉄筋の抜出しに関する検討

正会員 岩原昭次 (熊本工業大学)

§ 1. はじめに

RC造スラブの長期たわみに及ぼす影響として、コンクリートのクリープと乾燥収縮の他に、ひびわれ後の端部引張鉄筋の抜出しが無視できないことが既往の実験データの蓄積から明らかにされているものの、定量的評価方法については明確になっているとはいえない。この種の研究は経時的な抜出しをどのようにするかにかかっているが、これについては、現在、2つの手法が示されている。一つは小森等<sup>(x2)</sup>によるもので、鉄筋の引張応力とは別途に与えられた平均付着応力から鉄筋応力の分布区間を定めて鉄筋の抜出し量を算出する方法であり、土橋・杉野目等の研究<sup>(x2)</sup>にも利用されている。もう一つは持続載荷実験から得られたデータをもとにして鉄筋の抜出しを何らかの経時的曲線式で直接に評価する方法であり、小柳<sup>(x3)</sup>によって提案されている。

これら二つの手法は極めて簡便である点で非常に有用であるが、算定方法が付着応力問題における経時的な力学的メカニズムに及んだ結果としてのものでないことが欠点である。

本研究は、以上の研究手法とは異なり、付着応力一すべり関係の基本式から出発し、鉄筋の抜出しに関する定式化を行う事を目的に、その妥当性を既往の実験結果で検討し、更に長期設計荷重下における弾性解の適用範囲及び定着域について若干の考察を行った。

§ 2. 一軸引張の経時的付着問題の解

2-1. 解析モデル

解析モデルは図1(a)、(b)に示すような両引き試験体と片引き試験体である。

2-2. 記号と仮定

定式化にあたって用いた記号を表1に示す。

また仮定は次の通り。

- ① コンクリートと鉄筋の断面重心位置は一致し、部材は湾曲しない。
- ② 軸方向の変形のみ考慮し、それと直角方向の変形は無視する。
- ③ コンクリートと鉄筋の平均変形の差を相対すべり量とする。
- ④ コンクリート応力および鉄筋応力はそれぞれの断面で均一に分布する。
- ⑤ コンクリート及び鉄筋各々の応力一ひずみ関係は弾性とする。
- ⑥ 付着応力一すべり関係において、一度塑性域が生じたならば、その区域が広がるがあっても、せばまることはないとする。
- ⑦ 付着応力一すべり関係は完全弾塑性とする。

2-3. 付着応力すべり関係 (弾塑性領域)

時間と共に進行する場合の付着応力一すべり関係においては塑性域が時間と共に変動し、またその区域における付着応力も変動すると考えられる。ここでは、二つの経時的な付着応力の変動を仮定⑥の下で、(2-1、2)式のように表示する。

A. 弾性域 ( $a \leq x \leq l, S \leq S_y$ )

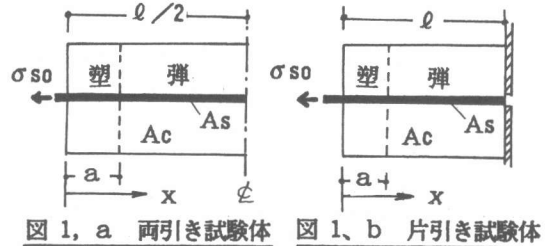


図 1, a 両引き試験体 図 1, b 片引き試験体

表1 記号

t: 経過日数	S: 相対すべり量
S <sub>y</sub> : 降伏時相対すべり量	τ: 任意位置の付着応力
P <sub>s</sub> (σ <sub>s</sub> ): 任意位置における鉄筋力 (鉄筋応力)	P <sub>so</sub> , P <sub>co</sub> (σ <sub>so</sub> , σ <sub>co</sub> ): 加力点 (x=0) における鉄筋力, コンクリート力 (鉄筋応力, コンクリート応力)
A <sub>s</sub> , A <sub>c</sub> : 鉄筋断面積, コンクリート断面積	p = A <sub>s</sub> /A <sub>c</sub>
E <sub>s</sub> : 鉄筋のヤング係数	E <sub>c</sub> = E <sub>c</sub> / (1 + φ <sub>c</sub> ): コンクリートの有効弾性係数
n = E <sub>s</sub> /E <sub>c</sub>	φ: 鉄筋の周長
l: 定着長	k <sub>c</sub> : 経時的付着剛性 (= k <sub>c</sub> · K <sub>0</sub> )
K <sub>0</sub> : 初期付着剛性	k <sub>1</sub> : 経時的付着剛性低下率
τ <sub>y</sub> : 付着強度	a: 弾塑性境界位置
τ <sub>a</sub> : 弾塑性境界位置における付着応力	φ <sub>c</sub> : クリープ係数
ε <sub>sh</sub> : 乾燥収縮歪	

$$\tau = k_t S \quad (1)$$

B. 塑性域 ( $0 \leq x \leq a$ ,  $S > S_y$ )

○塑性域が経時的に進展する場合・・  $\tau = \tau_y$  (2-1)

○塑性域が経時的に進展しない場合・  $\tau = \tau a$  (2-2)

但し、 $k_t = k_1 K_0$  (3)

ここで、(2-2) 式中の  $\tau a$  は塑性域と弾性域の境界位置  $x = a$  における付着応力を示す。また、 $a$  の値は仮定⑥によって経時的に大きくなってもし小さくなることはないとする。

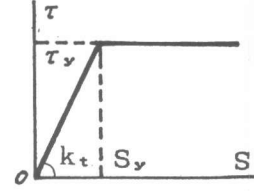


図2 付着応力-すべり関係

2-4. 経時的付着剛性低下率  $k_1$

$k_1$  は付着クリープを考慮するための付着剛性低下率である。付着クリープについてはその存在が考えられているものの、現在のところよく分っていないのが実情である。ここでは、クリープ歪や乾燥収縮歪がクリープ係数で近似的に表示され得ることから類推して付着剛性の経時変化を、簡単に

$$k_t = k_1 K_0 \quad k_1 = \frac{1}{1 + \eta \phi_t} \quad (4)$$

で表せると仮定し、パラメータ  $\eta$  は終局時付着剛性値と終局クリープ係数とから決定できるものとする。ここでは、文献4で  $k_\infty = 0.5 K_0$  程度になることを参考にして、便宜的に  $1 / (1 + \eta \phi_\infty) = 0.5$  より、次式を用いることとする。

$$\eta = 1 / \phi_\infty \quad (5)$$

2-5. コンクリートのクリープと乾燥収縮

コンクリートのクリープは有効弾性係数法で、また乾燥収縮歪  $\epsilon_{sh}$  は  $\phi_t$  に比例するとする。

$$E_t = E_c / (1 + \phi_t) \quad \epsilon_{sh} = k_{sh} \phi_t \quad (6)$$

但し、 $k_{sh}$  は実験データなどをもとにして定まる比例定数。

2-6. 付着問題の基礎式

A. 弾性域 ( $a \leq x \leq l$ )

$$\frac{d^2 S_e}{dX^2} = \frac{1 + nP}{E_s A_s} \psi k_t S_e \quad \frac{d S_e}{d x} = \frac{1 + nP}{E_s} \sigma_{se} - \frac{nP}{E_s} \sigma_{s0} + \epsilon_{sh} \quad (7, a, b)$$

B. 塑性域 ( $0 \leq x \leq a$ )

$$\frac{d^2 S_p}{d x^2} = \frac{1 + nP}{E_s A_s} \psi \tau_p \quad (\text{一定}) \quad \frac{d S_p}{d x} = \frac{1 + nP}{E_s} \sigma_{sp} - \frac{nP}{E_s} \sigma_{s0} + \epsilon_{sh} \quad (8, a, b)$$

但し、 $S_p$  と  $\sigma_{sp}$  は塑性域の、 $S_e$  と  $\sigma_{se}$  は弾性域の相対すべり量と鉄筋応力を表す。

(8, a, b) 式について、塑性域が経時的に進展する場合  $\tau_p = \tau_y$  (付着強度)、進展しない場合  $\tau_p = \tau a (< \tau_y)$  である。

2-7. 境界条件と連続条件

A. 境界条件

(両) の場合・・・  $\sigma_{sp}|_{x=0} = \sigma_{s0}$   $S_e|_{x=l/2} = 0$  (9)

(片) の場合・・・  $\sigma_{sp}|_{x=0} = \sigma_{s0}$   $\sigma_{se}|_{x=l} = 0$  (10)

B. 連続条件 ( $x = a$  で) [(両), (片) 共に共通]

○塑性域が経時的に進展する場合

$$\sigma_{sp}|_{x=a} = \sigma_{se}|_{x=a} \quad S_p|_{x=a} = S_e|_{x=a} = S_y \quad (11, a, b)$$

○塑性域が進展しない場合

$$\sigma_{sp}|_{x=a} = \sigma_{se}|_{x=a} \quad \tau a = \tau e|_{x=a} \quad Sp|_{x=a} = Se|_{x=a} \quad (12, a, b, c)$$

但し、上式中の(両)は両引き試験体を、(片)は片引き試験体を、(両・片)は両試験体に共通であることを示す。

### 2-8. 付着問題における一般解

弾性域及び塑性域の一般解は(7, a, b)式及び(8, a, b)式から次のとおり。

$$S_e = C_1 e^{\alpha x} + C_2 e^{-\alpha x} \quad \frac{1+n p}{E_s} \sigma_{se} - \frac{n p}{E_s} \sigma_{s0} = \alpha (C_1 e^{\alpha x} - C_2 e^{-\alpha x}) - \epsilon_{sh} \quad (13, a, b)$$

$$S_p = \frac{1+n p}{2 E_s A_s} \psi \tau_p x^2 + C_3 x + C_4 \quad \frac{1+n p}{E_s} \sigma_{sp} - \frac{n p}{E_s} \sigma_{s0} = \frac{1+n p}{E_s A_s} \psi \tau_p x - \epsilon_{sh} + C_3$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{1+n p}{E_s A_s} \psi k_t} \quad (14, a, b)$$

但し、 $C_1 \sim C_4$ は積分定数で未知数。

### 2-9. 弾塑性付着問題の解

解は(13)式と(14)式の間数について、境界条件に対し両引き試験体の場合(9)式を、片引き試験体の場合(10)式を用いるのが異なるが、連続条件に対し両引きと片引き試験体の区別なく塑性域が経時的に進展する場合(11)式を、進展しない場合は(12)式を適用して求める。未知量は積分定数 $C_1 \sim C_4$ の他に塑性域が経時的に進展する場合 $a$ であり、進展しない場合 $\tau a$ である。

ある時刻 $t_n$ における解は、経過日数0日では未知量は $a$ であり、ある経過時刻においては最初に $\tau a$ を計算し、もし $\tau a \geq \tau y$ である時には塑性域が経時的に進展するとして $\tau p = \tau y$ として解き、 $\tau a < \tau y$ の時は改めて塑性域が経時的に進展しないとして解く。塑性域が経時的に進展しない場合 $\tau a$ が未知量となるが、その際 $a$ は既知量として扱い、経過時刻 $t_n$ の前時刻 $t_{n-1}$ において求めた値を用いる。

### 2-10 平均付着応力

平均付着応力 $\tau_{av}$ は両引き試験体の場合 $0 \leq x \leq l/2$ の弾塑性域で(15)式、片引き試験体の場合 $0 \leq x \leq l/2$ で(16)式となる。

$$\tau_{av} = \frac{2 \tau_a a}{l \cosh \alpha (l/2 - a)} + \frac{2 E_s A_s}{l (1+n p) \psi} \left( \frac{1}{\cosh \alpha (l/2 - a)} - 1 \right) \left( \frac{\sigma_{s0}}{E_s} + \epsilon_{sh} \right) \quad (15)$$

$$\tau_{av} = \frac{A_s \sigma_{s0}}{\psi l} \quad (16)$$

上2式から、 $\tau_{av}$ は両引き試験体の場合経時的に変動するが、片引き試験体の場合弾塑性状態及びコンクリートのクリープや乾燥収縮の影響に関係なく決まり一定であることが分かる。

### §3. 既往の実験結果に対する検討

昭和53年に小柳博士等が行った両引き試験体と片引き試験体の長期持続載荷実験結果<sup>(23)</sup>を利用し、§2で示した定式化の妥当性を検討する。試験体一覧を表2に示す。

解析に用いられた材料定数は次のとおりである。

$$E_s = 2.00 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \quad A_s = 0.71 \text{ cm}^2 \quad \psi = 3 \text{ cm} \quad E_c = 2.55 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \quad A_c = 36 \text{ cm}^2$$

$$K_o = 3750 \text{ kgf/cm}^2 \quad k_1 = 1/(1 + \phi_t/3) \quad \tau y = 35 \text{ kgf/cm}^2$$

$$\phi_t = 0.75t/(10.5 + 0.25t) \quad (\phi_\infty = 3) \quad \epsilon_{sh} = 1.67 \phi_t \times 10^{-4} \quad (\epsilon_{sh\infty} = 5 \times 10^{-4})$$

ここで瞬時弾性剛性 $K_o$ と付着剛度 $\tau y$ の値は、長期載荷実験と同時に行われた瞬時載荷実験結果と本論の定式化による解析結果とを比較・検討をして定めたものである。

乾燥収縮の影響が入っているため、解析値にはクリープと乾燥収縮が考慮されている。また、図5に片引き試験体の加力端の変位量についての実験結果と解析値の比較を示す。但し、片引き試験体では図6に示すような $(u_s - u_c)$ の測定になっているので、解析値もそれに合わせて求めている。その際、コンクリート変位は試験体中央で0としてある。なお、解析における $(u_s - u_c)$ の値は加力端の拔出し量の約95%程度となった。また、片引き試験体の実験結果は乾燥収縮の影響を除いてあるので、解析値についてもそれを除いてある。

表3には両引き試験体の主な経過日数での鉄筋の伸びについて、表4には片引き試験体の変位 $(u_s - u_c)$ 値について実験結果と解析値との比較を示す。なお、表3と表4は恒温・恒湿室と地下室の別なく、加力レベル毎で平均化したものである。

解析にあたっての加力端鉄筋応力 $\sigma_{so} = 2075, 1091 \text{ kgf/cm}^2$ は表2中の実荷重の平均値を採用している。また、小柳によれば、片引き試験体の鉄筋の拔出しに関する実験において、荷重直後から経過日数1日までの拔出し量の増加が著しく、これを整理して平均すると荷重直後の約0.32倍になるという。この現象は現在では加力端近くの付着劣化によると推定できるが、本定式化においてはこれが考慮されていないので、この影響は単に、初期鉄筋の伸びあるいは $(u_s - u_c)$ 値に0.32を乗じ、経過日数1日後の解析値に加えることにし、その値を表3及び表4中に[ ]内に示してある。

表2 試験体一覧表 (両引き・片引き試験体)

I	シリーズ	$\ell$	$\sigma_{so}$	試験場所	シリーズ	$\ell$	$\sigma_{so}$	試験場所		
	A								B	C
II	A	40	2000	恒温・恒湿室 ( $20 \pm 2^\circ\text{C}$ ) ( $60 \pm 10\% \text{RH}$ )	V	A	40	2000	地下室	
	B	20	(2110)			B	20	(2040)		
	C	20				C	20			
III	A	40	1000			VI	A	40		
	B	20	(1126)				B	20		
	C	20					C	20		
VII	A	40	1000	VII	A	40	1000			
	B	20	(1056)		B	20	(1056)			
	C	20			C	20				

(注1)  $\ell$ : 定着長さ (cm),  $\sigma_{so}$ : 加力端鉄筋応力 ( $\text{kgf/cm}^2$ )  
 (注2)  $\sigma_{so}$ の数値は設計値であり、実際に作用した荷重は( )内に示す。

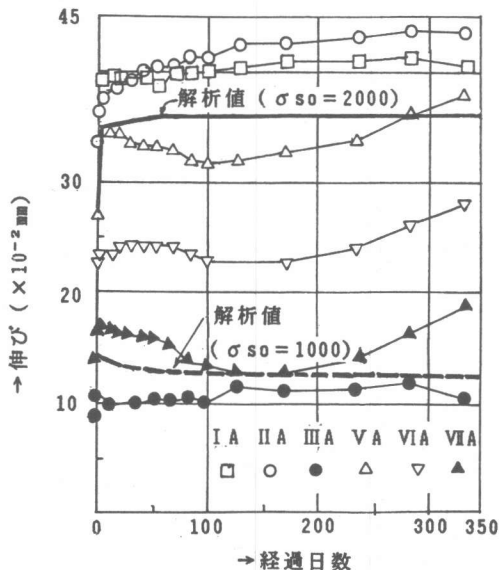


図3 鉄筋の伸び量  
(両引き試験体、定着長さ40cm)

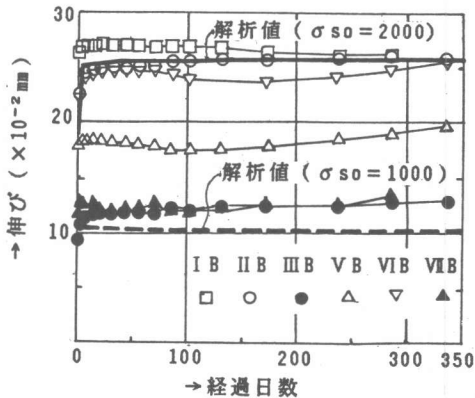


図4 鉄筋の伸び量  
(両引き試験体、定着長さ20cm)

#### § 4. 片引き試験体の弾性解と弾塑性解との比較

鉄筋の拔出し量の算定は、弾塑性解析においては本定式化のような比較的簡略な方法によっても数値計算に頼らざるを得ないが、弾性解析ならば、やや複雑な式となるものの、次式で片引き試験体の場合鉄筋の拔出し量が算定できる。

$$S_0 = \frac{1}{\alpha \sinh \alpha} \left\{ \frac{\sigma_{so}}{E_s} (np + \cosh \alpha l) - \epsilon_{sh} (1 - \cosh \alpha l) \right\} \quad (17)$$

そこで、上式が適用できる応力レベルの範囲を調べるために、上式と弾塑性解析の結果とを比較した。解析モデルの材料定数や断面寸法は§ 3で示したものと同じであるが、但し、定着長をRC構造計算規準<sup>25)</sup>に示された長さ $35d = 35\text{cm}$ としている。加力端鉄筋応力 $\sigma_{so}$ は $2.0 \sim 2.6\text{tf/cm}^2$ とした。この加力レベルは定着域が弾塑性状態となるものである。計算結果を図7に示す。但し、計算結果は瞬時の鉄筋の拔出し量について、次の比率で示してある。

$$\lambda = \frac{\text{弾塑性解析値}}{\text{弾性解析値}} \quad (18)$$

表3 両引き試験体の鉄筋の伸びの解析結果

		経過日数(日)				
		0	3	129	336	
両引き試験体	$\sigma_{so} = 1091$ kgf/cm <sup>2</sup> $l = 20\text{cm}$	計	9.90	9.88	9.82	9.82
				[13.05]	[12.99]	[12.99]
		実	10.6	12.1	12.2	13.8
		計/実	0.93	0.82	0.80	0.71
	$\sigma_{so} = 2075$ kgf/cm <sup>2</sup> $l = 20\text{cm}$	計	18.84	18.92	19.50	19.56
				[24.95]	[25.53]	[25.59]
		実	20.2	23.4	23.5	24.4
		計/実	0.93	0.81	0.83	0.80
	$\sigma_{so} = 1091$ kgf/cm <sup>2</sup> $l = 40\text{cm}$	計	13.48	13.32	12.20	12.26
				[17.63]	[16.51]	[16.57]
		実	11.3	13.6	12.1	14.7
		計/実	1.19	0.98	1.01	0.82
$\sigma_{so} = 2075$ kgf/cm <sup>2</sup> $l = 40\text{cm}$	計	25.74	25.94	27.26	27.42	
			[34.82]	[36.14]	[36.30]	
	実	26.9	33.8	34.5	37.7	
	計/実	0.96	0.77	0.79	0.73	
		[1.03]	[1.05]	[0.96]		

(注) 計算値と実験値の単位： $\times 10^{-2}\text{mm}$

終局時の場合における値、即ち、クリープのみの場合の比あるいはクリープと乾燥収縮とを共に考慮した場合の比も(18)式で示される瞬時の場合とほとんど変わらないため、これらの比は図中に示していない。

図7より、 $\sigma_{so} = 2.4\text{tf/cm}^2$ 程度以下ならば、弾塑性解析結果は弾性解析の約5%増し位にすぎず、

表4 片引き試験体の変位 ( $u_s - u_c$ )の解析結果

		経過日数(日)					
		0	1	7	101	336	
片引き試験体	$\sigma_{so} = 1091$ kgf/cm <sup>2</sup> $l = 20\text{cm}$	計	6.23	6.30	6.67	8.34	8.87
				[8.29]	[8.66]	[10.33]	[10.86]
		実	4.3	5.3	5.7	7.8	8.9
	$\sigma_{so} = 2075$ kgf/cm <sup>2</sup> $l = 20\text{cm}$	計	12.26	16.31	17.03	20.28	21.31
				[20.23]	[20.95]	[24.20]	[25.23]
		実	11.2	14.9	16.2	20.4	23.2
		[1.09]	[1.09]	[1.05]	[0.99]	[0.92]	
			[1.36]	[1.29]	[1.19]	[1.09]	

(注) 計算値と実験値の単位： $\times 10^{-2}\text{mm}$

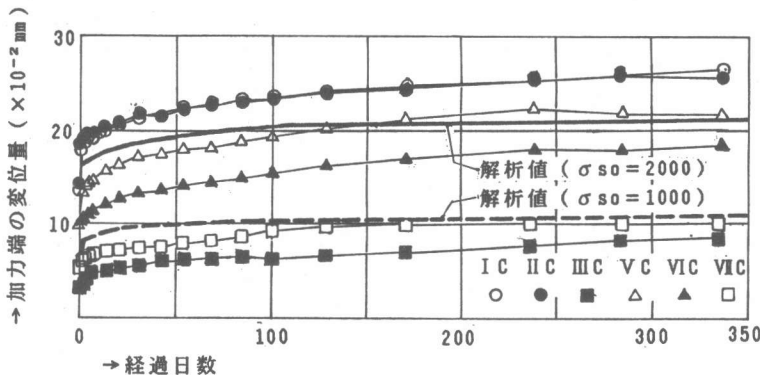


図5 加力端の変位量(片引き試験体、定着長さ20cm)

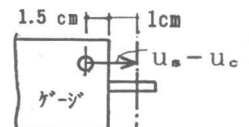


図6 片引き試験体変位間測定位置

長期設計荷重下の鉄筋応力レベル ( $\sigma_{so} = 2tf/cm^2$ )の鉄筋の抜出し量は (17) 式の弾性解析式が適用できることが示されている。

### § 5 片引き試験体における定着域の検討

小森等<sup>x1, x2)</sup>の研究における鉄筋の抜出し量の算定は基本的に定着長  $l$  を (19, a) 式で、鉄筋の抜出し量  $S_0$  は (19, b) 式から算定する。

$$l = \frac{As \sigma_{so}}{\psi \tau_{av}} \quad (19, a)$$

$$S_0 = \frac{l \sigma_{so}}{2Es} \quad (19, b)$$

この両式の欠点は  $\tau_{av}$  を付着応力性状に関係なく任意に決定できることと、 $S_0$  は  $\sigma_{so} =$  一定の場合経時的変位とならない点である。また、(19, b) 式は理論的には付着応力分布が均一の場合、即ち、付着応力状態が塑性状態にある場合に適用できるものであり、長期許容応力度レベルに対して妥当性があるかどうか疑問が残る。そこで § 4 で長期設計荷重程度レベルでは弾性解と弾塑性解とではさほど大きな相違にならないので、弾性解によって定着長の変化による平均付着応力、瞬時抜出し量、終局時抜出し量を検討する。

計算結果を図 8 に示す。平均付着応力  $\tau_{av}$  は定着長  $l$  の変化によって大きく変動することは解析的にも肯首できるが、定着長  $l = 25cm$  の場合の瞬時の鉄筋の抜出し量は  $l = 100cm$  の場合の 5% 以下であり、定着長がある程度短くともあまり変化がない。また、クリープのみを考慮した終局時での  $l = 30cm$  の場合における抜け出し量は  $l = 100cm$  の場合の約 1 割強となる。この図 8 の結果から、定着長  $l$  を定めるのに (19, a) 式を適用するのは長期設計荷重レベル程度の鉄筋の抜出し量算定においてさほど大きな理由がなくむしろ、有効な定着長  $l$  として  $l = 35d$  を採用した方がより明快であることが分かる。

### § 6. まとめ

①長期設計荷重下の RC 造スラブにおける端部引張鉄筋の抜出し量は比較的簡単な bi-linear 型の付着応力-すべり関係を定式化した計算でも終局時まで十分検討できる。但し、載荷直後の加力端付近の劣化による影響の評価は別途考慮する必要がある。

②長期設計荷重の応力レベルでは、鉄筋の抜出し量は弾性解析によっても十分近似できる。

③片引き試験体の定着長は本解析の範囲では特に平均付着応力を考える必要がなく  $l = 35d$  として扱っても十分である。

【謝辞】本論文をまとめるに当り、大林組技術研究所 小柳光生博士に資料の提供をいただき、厚く深謝致します。

#### 〔参考文献〕

- 文1) 東洋一、小森清司「鉄筋コンクリート帯スラブの長期たわみに関する実験的研究(2)」、日本建築学会大会講演梗概集(中国)、昭和52年10月
- 文2) 杉野自章、井野智他「使用荷重下における鉄筋コンクリート床スラブたわみの予測計算」日本建築学会構造系論文報告集、第372号、昭和62年2月
- 文3) 小柳光生他「RCスラブの長期におけるひびわれ変形に関する研究(その4)」大林組技術研究所報、No19、1979年 その他
- 文4) 鈴木計夫他「持続荷重時における異形鉄筋とコンクリートの付着特性」日本建築学会近畿支部研究報告、昭和60年3月
- 文5) 日本建築学会「鉄筋コンクリート構造計算規程・同解説」p237、昭和60年

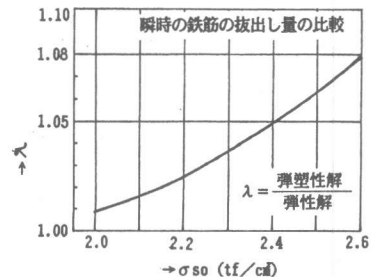


図7 鉄筋の抜出し量の弾性解と弾塑性解の比較 (片引き試験体、 $l = 35cm$ )

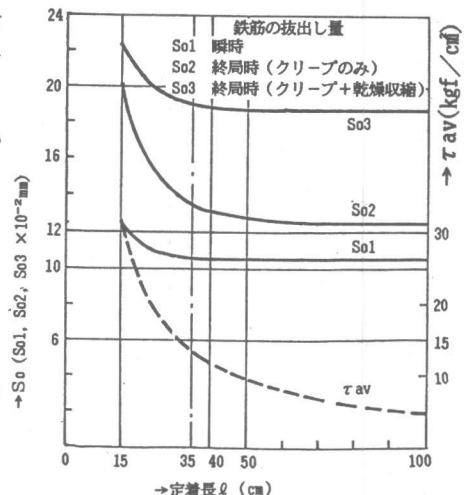


図8 鉄筋の抜出し量  $S_0$  と平均付着応力  $\tau_{av}$  (片引き試験体、弾性解)