

論文

[2058] 軸力とねじりを受ける鉄筋コンクリート部材の強度  
一変形解析

正会員 ○守屋 紀和 (山梨大学大学院)

正会員 二羽淳一郎 (山梨大学工学部)

正会員 檜貝 勇 (山梨大学工学部)

1. 序論

ねじりモーメントを受ける鉄筋コンクリート部材に対する最近の研究では、作用するねじりモーメントを部材断面の周辺に沿って流れる一様なせん断流に置換え、さらに部材断面をこのせん断流通路厚さだけの厚みをもった仮想の板とみなして2次元的にモデル化する試みがなされている〔1〕。この考え方に基づけば、ねじりの問題は、2方向に補強された鉄筋コンクリート板に面内せん断力が作用する問題に帰着される。この場合、テンションスティフニングを無視すれば、作用するせん断力を2方向の鉄筋引張力とコンクリートの圧縮力で抵抗させると考えればよい。しかしながら、このような考え方では、当然のことながら、ねじりひびわれ発生から終局状態に至るまでの変形挙動を精度良く推定することはできない。

著者らは、既に鉄筋コンクリート部材の純ねじり解析にテンションスティフニングの影響を取り入れる手法を提案しているが〔2〕、今回その手法を軸圧縮力とねじりの組合せ荷重を受ける場合へと応用し、その適用可能性を検討したのでここに報告するものである。

2. ねじりひびわれ発生前の力の釣合

ねじりひびわれ発生前については、以下の仮定を設けることとした。すなわち、①作用するねじりモーメント、あるいはこれをモデル化したせん断流に対してはコンクリートの引張力および圧縮力のみで抵抗するとし、鋼材の影響は無視する、②ねじりひびわれの発生前では部材のひずみは小さく、したがってコンクリートは軟化しない。

この2つの仮定を設け、コンクリートの応力-ひずみ関係、力の釣合条件および変形の適合条件から、解析を行っていく。

圧縮応力 $\sigma_d$ と圧縮ひずみ $\epsilon_d$  (いずれも圧縮を正とする)の間には、式(1)の関係を用いることとした。

$$\sigma_d = \eta f_c' \left\{ 2 \left( \frac{\epsilon_d}{\epsilon_0} \right) - \left( \frac{\epsilon_d}{\epsilon_0} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

式(1)は、Collins らの提案しているものであり〔3〕、 $\eta$ がコンクリートの軟化を表す係数である。ねじりひびわれ発生前ではコンクリートが軟化しないという仮定より、 $\eta = 1$ となる。また、 $\epsilon_0$ は圧縮試験における $f_c'$ に対応するひずみであり、 $\epsilon_0 = 0.002$ とした。

力の釣合については、図-1に示すような力の釣合を考える。ここに、 $\sigma_d, \sigma_t$ はそれぞれコンクリートの平均圧縮応力(圧縮を正)、および平均引張応力(引張を正)である。 $\tau$ は平均せん断応力であり、せん断流 $q$ を通路厚 $t_d$ で除したものである。 $p_o$ はせん断流中心線の周長である。また、 $\sigma_n$ はねじりモーメント

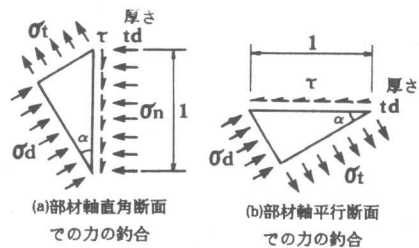


図-1 ひびわれ発生前の力の釣合

トと同時に作用している軸圧縮応力（圧縮を正とする）である。これらの間の力の釣合を考えることにより、以下の関係が得られる。

$$\tau = (\sigma_d + \sigma_t) \sin 2\alpha \quad (2)$$

$$\sigma_n = \sigma_d \cos^2 \alpha - \sigma_t \sin^2 \alpha \quad (3)$$

$$\tan^2 \alpha = \sigma_t / \sigma_d \quad (4)$$

ただし、 $\alpha$ はコンクリートの主圧縮応力 $\sigma_d$ とx方向（部材軸方向）との成す角度である。また、式(3)と式(4)より、

$$\sigma_d = \sigma_t + \sigma_n \quad (5)$$

が得られる。ねじりモーメントTはせん断流中心線が囲む面積を $A_o$ とすると、

$$T = 2 A_o q = 2 A_o \tau t_d \quad (6)$$

で求められる。

### 3. ねじりひびわれ発生条件

2. で考えた力の釣合はいずれも平均応力によるものであった。この平均という意味は、せん断流通路厚 $t_d$ の中での平均という意味である。というのは、ねじりモーメントを受ける板が変形する場合には、実際には図-2に示されるような状態となり、したがって断面には曲率が生じている。これによる曲げ応力を平均化したものが $\sigma_d$ あるいは $\sigma_t$ となるのである。

一方、コンクリートの主応力方向に垂直な断面内の直ひずみ分布を示したものが図-3である。つまり断面のひずみ分布は純ねじりの場合と異なり、ねじりによるひずみ分布に軸圧縮応力によるひずみが加算されることになる。ここに $\epsilon_{nd}$ および $\epsilon_{nt}$ は軸圧縮応力 $\sigma_n$ による主応力方向の圧縮ひずみである。図-3において、引張ひずみが0となる深さをせん断流の通路厚 $t_d$ と仮定した。したがって、厚さ $t_d$ の領域内で圧縮ひずみは、表面ひずみ $\epsilon_{ds}$ から $\epsilon_{nd} + \epsilon_{nt}$ まで、直線的に変化することになるが、ポアソン効果を見れば、 $\epsilon_{nd} + \epsilon_{nt} = \epsilon_n$ となる。

したがって、平均圧縮応力 $\sigma_d$ はこのひずみ分布に対して、式(1)の応力-ひずみ関係を適用することにより、式(7)のように求めることができる。

$$\sigma_d = f_c' \left\{ \frac{\epsilon_{ds} + \epsilon_n}{\epsilon_o} - \frac{\epsilon_{ds}^2 + \epsilon_{ds} \epsilon_n + \epsilon_n^2}{3 \epsilon_o^2} \right\} \quad (7)$$

また、逆に $\sigma_d$ が与えられたときの圧縮側コンクリートの表面ひずみ $\epsilon_{ds}$ は式(7)を変形することにより、式(8)のように求めることができる。

$$\epsilon_{ds} = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4C}}{2} \quad (8)$$

ただし、 $B = \epsilon_n - 3 \epsilon_o$ 、 $C = \epsilon_n^2 - 3 \epsilon_o \epsilon_n + 3 \epsilon_o^2 \sigma_d / f_c'$

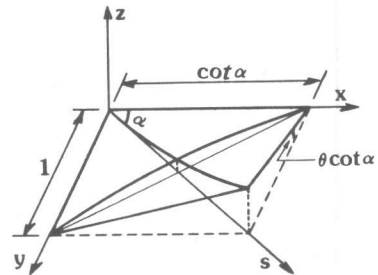


図-2 ねじりモーメントを受けるコンクリート板の変形状態

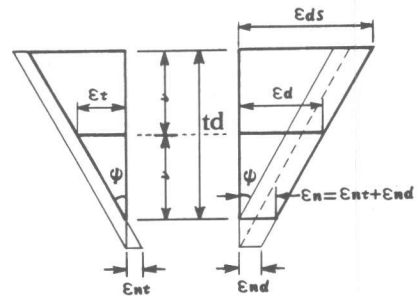


図-3 ねじりモーメントと軸力を受けるコンクリート板の曲率とひずみ状態

一方、引張側コンクリートの応力分布は直線的であると仮定する。したがって、平均応力 $\sigma_t$ は引張縁応力の1/2となる。さらに、ねじりひびわれが発生するのは、引張縁応力がコンクリートの曲げ強度 $f_b$ となったときであると仮定した。この仮定により、ねじりひびわれ発生時の平均引張応力 $\sigma_t$ は $f_b / 2$ となる。

$\sigma_n$ が一定のとき、 $\sigma_t$ が定まれば、式(5)の関係より $\sigma_d$ が求まる。したがって、式(8)より、ねじりひびわれ発生時の圧縮側コンクリートの表面ひずみ $\epsilon_{ds}$ も求まる。

#### 4. ねじれ角およびせん断流通路厚の算定

続いて、せん断流が作用している鉄筋コンクリート板の厚み方向の平均ひずみ間を考える。部材軸方向を $x$ 方向、横方向を $y$ 方向としたとき、主応力方向と主ひずみ方向が一致すると仮定すれば、モールのひずみ円は図-4のようになる。ここに $\epsilon_d$ と $\epsilon_t$ は厚み方向に平均した主圧縮ひずみ（圧縮を正）及び主引張ひずみ（引張を正）である。なお、コンクリートの応力-ひずみ関係の非線形性のため、厳密には主応力方向と主ひずみ方向は一致しないのであるが、簡単化のため一致するものと仮定した。図-4に示した図形的関係より、せん断ひずみ $\tau_{xy} = (\epsilon_d + \epsilon_t) \sin 2\alpha$ となる。さらに、図-3のひずみ分布から、平均ひずみ $\epsilon_d$ と $\epsilon_t$ は式(9)のように表される。

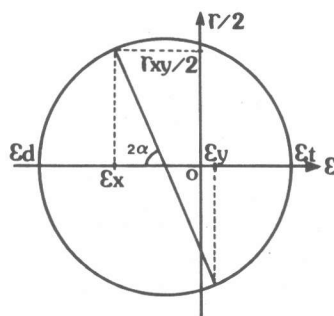


図-4 ひびわれ前のモールのひずみ円

$$\epsilon_d, \epsilon_t = (\epsilon_{ds} \pm \epsilon_n) / 2 \quad (9)$$

結局、せん断ひずみ $\tau_{xy}$ は式(10)のように表される。

$$\tau_{xy} = \epsilon_{ds} \sin 2\alpha \quad (10)$$

単位長さ当たりのねじれ角 $\theta$ は、閉合断面で、部材軸に垂直な断面のせん断ひずみが一定であれば、式(11)で求まる。

$$\theta = \tau_{xy} p_o / (2 A_o) \quad (11)$$

また、せん断流の通路厚 $t_d$ は図-3の図形的関係より、 $t_d \phi = \epsilon_{ds} - \epsilon_n$ となるが、曲率 $\phi$ とねじれ角 $\theta$ には $\phi = \theta \sin 2\alpha$ の関係があるので、結局、式(12)となる。

$$t_d = \frac{2 A_o}{p_o \sin^2 2\alpha} \frac{\epsilon_{ds} - \epsilon_n}{\epsilon_{ds}} \quad (12)$$

#### 5. ねじりひびわれ発生前の解析

断面諸元および軸圧縮応力が与えられたときに、ひびわれ発生条件と式(4)及び式(5)から、 $\alpha$ と $\sigma_d$ が求まる。さらに $\sigma_n$ から求まる $\epsilon_n$ と、 $\sigma_d$ から求まる $\epsilon_{ds}$ を用いて、式(12)から $t_d$ を定めればよい。ただし、 $A_o$ 、 $p_o$ は $t_d$ の関数であるので、収束計算を行うことになる。 $t_d$ を収束させたのち、式(6)と式(11)からねじりひびわれ発生時のねじりモーメント $T_{cr}$ と単位長さ当たりのねじれ角 $\theta_{cr}$ が求まる。

図-5は、このようにして求めたねじりひびわれ発生時のねじりモーメント $T_{cr}$ を実験値と比較したものである。実験値には、軸圧縮力を受ける無筋コンクリートのねじりひびわれ発生モーメントを広汎に実験したHumphreysのデータ〔4〕を用いた。図-5より明らかなように、本計算方法によれば、5%程度実験値を過大に評価する傾向にあるが、変動係数12%程度とほぼ妥当な精度で実験値を推定できることがわかる。

6. テンションスティフニングの評価

テンションスティフニングを考慮する方法はいくつか考えられるが、ここではコンクリートの引張抵抗を無視するかわりに、鉄筋のヤング係数をみかけ上大きく評価するCEB-FI P モデルコードの方法を用いること

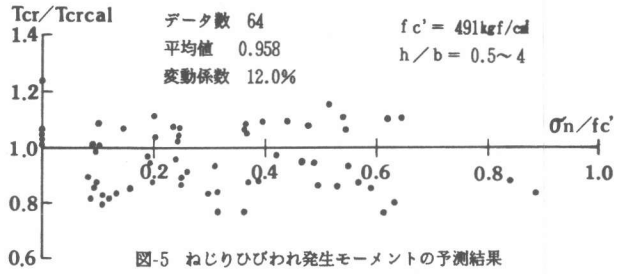


図-5 ねじりひびわれ発生モーメントの予測結果

とした〔2〕。したがって、ひびわれ発生以後の鉄筋応力  $\sigma_s$  は、ヤング係数  $E_s$ 、平均ひずみ  $\varepsilon_m$  およびひびわれ発生直後のひびわれ面での鉄筋応力  $\sigma_{scr}$  より、式(13)で求められる。

$$\sigma_s = \frac{E_s \varepsilon_m}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 + \left( \frac{2 \sigma_{scr}}{E_s \varepsilon_m} \right)^2} \right\} \quad (13)$$

7. ねじりひびわれ発生以後の解析

ねじりひびわれ発生以後の力の釣合を図-6に示した。これより、以下の関係が得られる。

$$\tau = \sigma_d \sin \alpha \cos \alpha \quad (14)$$

$$A_x \sigma_{sx} = p_o t d (\sigma_d \cos^2 \alpha - \sigma_n) \quad (15)$$

$$A_y \sigma_{sy} / s = \sigma_d t d \sin^2 \alpha \quad (16)$$

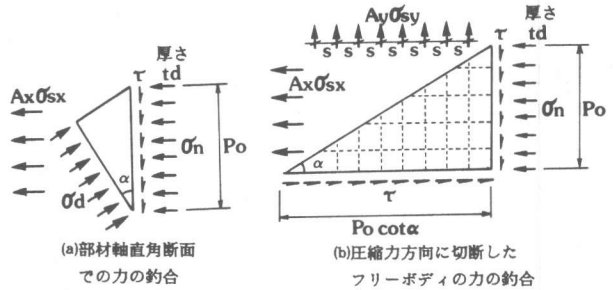


図-6 ひびわれ発生以後の力の釣合

ただし、 $\sigma_{sx}$ 、 $\sigma_{sy}$ はそれぞれx方向（部材軸方向）、y方向（横方向）の鉄筋応力、 $A_x$ はせん断流通路厚の中に含まれるx方向の全鉄筋断面積、 $A_y$ はy方向鉄筋1本の断面積、 $s$ はy方向鉄筋の配置間隔である。また、式(15)と式(16)より、 $t d$  および  $\alpha$ が次のように定まる。

$$t d = \frac{s A_x \sigma_{sx} + p_o A_y \sigma_{sy}}{p_o s (\sigma_d - \sigma_n)} \quad (17)$$

$$\tan^2 \alpha = \frac{A_y \sigma_{sy} p_o}{s (A_x \sigma_{sx} + p_o t d \sigma_n)} \quad (18)$$

変形については、ひびわれ前と同様に主応力方向と主ひずみ方向が一致すると仮定し、図-7に示すひずみ円を考えると、せん断ひずみ  $\tau_{xy}$ は式(19)で求まる。

$$\begin{aligned} \tau_{xy} &= 2(\varepsilon_d + \varepsilon_y) \tan \alpha \\ &= 2(\varepsilon_d + \varepsilon_x) \cot \alpha \end{aligned} \quad (19)$$

さらに、 $t d \phi = \varepsilon_d s - \varepsilon_n$ 、 $\varepsilon_d = (\varepsilon_d s + \varepsilon_n) / 2$ 、 $\phi = \theta \sin 2 \alpha$ の関係と、式(6)、(11)、(14)、(19)より、x方向、y方向の平均ひずみ  $\varepsilon_x$ 、 $\varepsilon_y$  が式(20)のように求まる。

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\varepsilon_d s - \varepsilon_n}{p_o T \cot \alpha} A_o 2 \sigma_d - \varepsilon_d \\ \varepsilon_y &= \frac{\varepsilon_d s - \varepsilon_n}{p_o T \tan \alpha} A_o 2 \sigma_d - \varepsilon_d \end{aligned} \quad (20)$$

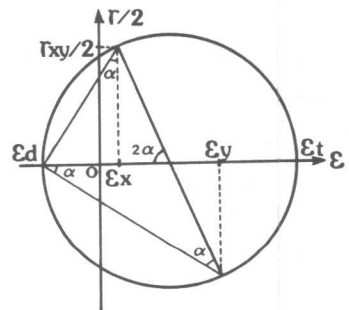


図-7 ひびわれ後のモールのひずみ円

したがって、テンションスティフニングを考慮した鉄筋応力 $\sigma_{sx}$ ,  $\sigma_{sy}$ はこの $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ を式(13)に代入して算定できる。なお、ねじりひびわれ発生時のひびわれ断面における鉄筋応力 $\sigma_{scr}$ は、ねじりひびわれ発生モーメント $T_{cr}$ を与え、テンションスティフニングを無視した計算を行って求めておけばよい。

以上の関係を利用して、ひびわれ発生以後の解析を行う。具体的な手順は以下の通りである。

- ①断面諸元および軸圧縮応力を与え、圧縮側コンクリートの表面ひずみ $\varepsilon_{ds}$ を設定する。
- ② $t_d$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$ を仮定する。
- ③ $\sigma_n$ によるひずみ $\varepsilon_n$ を求める。さらに、 $\varepsilon_{ds}$ と $\varepsilon_n$ より、 $\sigma_d$ を求める。この際には、コンクリートの軟化を考慮する。
- ④ $\varepsilon_{ds}$ に対応するねじりモーメント $T$ を求める。
- ⑤式(20)より、 $x$ ,  $y$ 方向の平均ひずみ $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ を求める。
- ⑥式(13)より、テンションスティフニングを考慮した鉄筋応力 $\sigma_{sx}$ ,  $\sigma_{sy}$ を求める。
- ⑦せん断流の通路厚 $t_d$ を式(17)より求める。これが仮定値と異なる場合には②へ戻る。
- ⑧主圧縮応力角度 $\alpha$ を式(18)より求める。これが仮定値と異なる場合には②へ戻る。
- ⑨コンクリート軟化係数 $\eta$ を式(21)で求める。これが仮定値と異なる場合は②へ戻る。

$$\eta = \frac{1}{0.8 + 0.34 \varepsilon_t / \varepsilon_o} \leq 1.0 \quad (21)$$

式(21)は Collinsの提案している軟化係数式である〔3〕。

- ⑩設定した $\varepsilon_{ds}$ に対して、 $t_d$ ,  $\alpha$ ,  $\eta$ が収束したら、 $T$ および $\theta$ を求め、①へ戻り、再び $\varepsilon_{ds}$ を設定しなおす。なお、実際の数値計算では $\varepsilon_{ds}$ を0.0005刻みで0.0035まで与えた。

## 8. 実験結果との比較

図-8に、以上に述べた計算方法による解析結果と実験結果を比較して示した。実験では、軸圧縮力は断面中心に配置したPC鋼材をセンターホールジャッキを介して緊張し、その反力として導入した。また、変形の増大に伴うPC鋼材引張力の変化に対しては、センターホールジャッキのストロークを変化させることにより対処し、常に一定の軸力が導入されるように制御した。したがって、PC鋼材の断面積を $A_p$ 、初期プレストレスを $\sigma_{pi}$ とすると、みかけ上 $\sigma_n = A_p \sigma_{pi} / (b h)$ なる軸圧縮応力が作用していると考えればよい。図-8に示されるように、計算結果は実験結果に対して、ひびわれ発生モーメントを過小に、また最大モーメントを過大に評価する傾向にある。これはひびわれ発生条件が必ずしも正確ではないことと、ひびわれ面での鉄筋の局部的降伏を考慮していないことによると思われる。しかし、全体としては、ほぼ良好に実験値の挙動を推定できることが認められる。

図-9には、Hsu〔5〕およびCollins〔6〕の実験データとの比較を示した。これらの実験はPC部材の純ねじり実験のデータである。したがってみかけ上導入される軸力が変化することになる。これに対しては、プレストレス力を外力としてではなく、PC鋼材が初期応力 $\sigma_{pi}$ を有し、変形後は $\sigma_p = E_p \varepsilon_x + \sigma_{pi}$ なる引張応力を有するものとして、力の釣合を考えた。図-9でも実線が実験値、破線が実験値である。この場合も強度-変形関係をほぼ推定可能である。

## 9. 結論

本解析方法は、せん断流理論の考え方に軸力の影響を考慮し、コンクリートの軟化とテンションスティフニングの影響を取り入れたものである。テンションスティフニングの評価には CEBモ

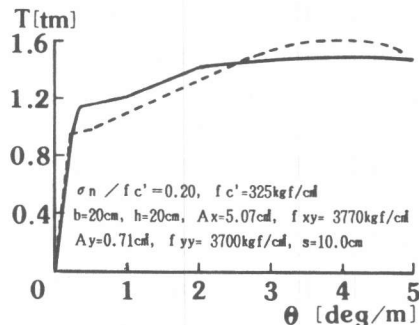
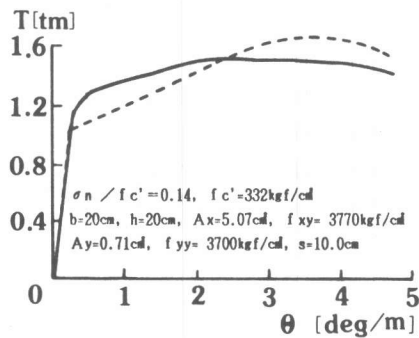
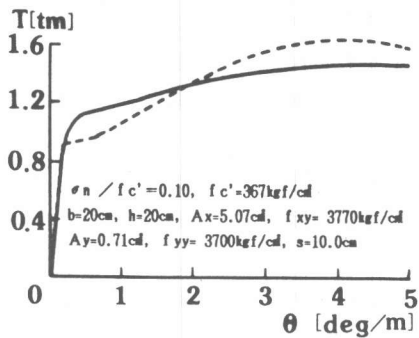


図-8 一定軸力の実験結果との比較

——— 実験値  
 - - - 計算値

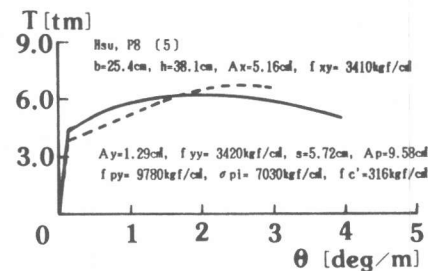
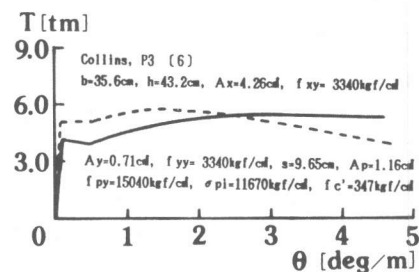
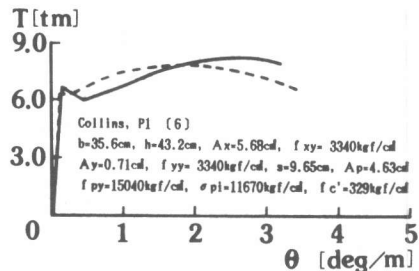


図-9 プレストレストコンクリートの実験データとの比較

デルコードの考え方を採用している。得られた結論は以下の通りである。

- (1) 軸力の影響によるねじりひびわれ発生モーメントの増加については、若干のバラツキはあるものの、ほぼ妥当な精度で評価することが可能となった。
- (2) ねじりひびわれ発生以後の部材の挙動には、テンションスティフニングの影響を考慮することが必要であり、今回用いた簡単なモデルによっても概略の傾向を把握できる。

### 参考文献

- 1) 例えば、Hsu, T.T.C., Mo, Y.L.: Softening of Concrete in Torsional Members—Theory and Tests, ACI J., May-June 1985
- 2) 二羽, 楢貝: コンクリートのテンションスティフネスを考慮したRC部材の純ねじり解析, コンクリート工学年次論文報告集, 9-2, 1987
- 3) Vecchio, F.J., Collins, M.P.: The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear, ACI J., March-April 1986
- 4) Humphreys, R.: Torsional Properties of Prestressed Concrete, The Structural Engineer, June 1957
- 5) Hsu, T.T.C., Mo, Y.L.: Softening of Concrete in Torsional Members—Prestressed Concrete, ACI J., September-October 1985
- 6) Mitchell, D., Collins, M.P.: Influence of Prestressing on Torsional Response of Concrete Beams, PCI J., May-June 1978