

論文

[2087] RC 構造物の振動パラメータ同定に関する基礎的研究

正会員 ○水野 卓哉 (名古屋大学大学院)  
 正会員 田辺 忠顕 (名古屋大学工学部)

1 はじめに

近年、原子力発電所等の、大型土木構造物がRC構造物として作成されているが、その耐震設計は、部材の断面や配筋等から、各振動係数マトリックス[M],[C],[K]を求め適当な履歴法則を仮定し、動的な応答解析に基づいて行なわれている場合が多い、しかし、構造物が複雑になり振動が立体的で多自由度にわたる場合、部材剛性の誤差、履歴法則の仮定の誤差、各自由度の減衰定数の仮定の誤差、各自由度間の相互作用、ねじりの影響の不明確さ等によって、十分に精度のよい振動応答を構造物各点で得ることは、未だ困難であると考えられる。

そこで、逆に振動応答波形より各振動パラメータを実物に則して求めるという同定問題の研究が行なわれてきている。これらは、同定された振動パラメータと部材断面から求められる振動パラメータとを比較し、その差異の原因を究明することにより、剛性マトリックスのモデル化の精度向上、ひいては、より合理的なRC構造の耐震設計を目指している。本研究も、これらと同様の目的のもとに、最近、振動問題のみならず大気汚染、水文流出など幅広い応用がなされているカルマンフィルターによる同定手法を、RC構造物の立体振動に適用し、振動パラメータ同定の可能性を検討したものである。

2 カルマンフィルターアルゴリズム

カルマンフィルター理論は線形離散時間確率システムとして次式を基本式とするものである。

$$X_{t+1} = F_t X_t \tag{1}$$

$$Y_t = H_t X_t + V_t \tag{2}$$

ここに  $X_t$  ; N次元状態ベクトル  $Y_t$  ; P次元観測ベクトル  $v_t$  ; p次元観測雑音  
 $F_t$  ; n x n 状態遷移行列  $H_t$  ; p x n 観測行列

$F_t, H_t$  の要素は時間 t のみの関数とする。

雑音ベクトル  $v_t$  は平均値 0 のガウス白色雑音、また初期状態を  $X$  として、 $X$  はガウス分布に従うとし、その平均値、共分散行列は以下の式で表わされる。

$$E \{ X_0 \} = \bar{X}_0 \quad E \{ [X_0 - \bar{X}_0] [X_0 - \bar{X}_0]^T \} = \Sigma_0 \tag{3}$$

(ここで  $\bar{X}_0$  は真値  $X_0$  の推定値,  $\Sigma_0$  は共分散行列)

カルマンフィルターアルゴリズムは以下の式より成り立つものである。

(1) フィルタ方程式

$$X_{t+1/t} = F_t \hat{X}_{t/t}$$

$$X_{t/t} = \hat{X}_{t/t-1} + K_t [Y_t - H_t \hat{X}_{t/t-1}], t=0, 1, \dots$$

(2) カルマンゲイン

$$K_t = P_{t/t-1} H_t^T [H_t P_{t/t-1} H_t^T + R_t]^{-1}$$

(3) 推定誤差共分散行列

$$P_{t+1/t} = F_t P_{t/t} F_t^T + G_t Q_t G_t^T$$

$$P_{t/t} = P_{t/t-1} - K_t H_t P_{t/t-1} \quad t=0, 1, \dots$$

(4) 初期条件

$$\hat{X}_{0/-1} = \bar{X}_0 \quad P_{0/-1} = \Sigma_0$$

以上の式より、初期条件(4)を与え、(1)～(3)を繰り返すものであり、新しい観測値が得られるたびに古い推定値を修正して、新しい推定値を計算するアルゴリズムである。

### 3 ねじり振動モデルの振動パラメータ同定<sup>5) 3)</sup>

本研究では、実際に行った直角2方向とねじり方向の3成分を有する立体ラーメンのねじり振動実験を考慮して、理論展開も3自由度で行なうことにする。

立体振動の運動方程式を表わすと次式のようなになる。

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = -MJ\ddot{X}_0 \quad (4)$$

ここで  $x$  ; 重心のX方向変位  $y$  ; 重心のY方向変位

$z$  ; 重心より  $i(i=1/M)$  離れた点の回転方向変位

$M$  ; 質量マトリックス  $C$  ; 減衰マトリックス  $K$  ; 剛性マトリックス

$\ddot{X}_0$  ; 入力加速度  $J = (1, 0, 0)^T$

ただし

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 \\ & m \\ 0 & m \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} K & 0 & -Ke\dot{y} \\ & K\alpha & K\alpha e\dot{x} \\ 5ym & & KC \end{bmatrix}$$

$K$  ; x方向剛性  $e\dot{x}$  ; x方向偏心率  
 $\alpha$  ; 剛性比  $e\dot{y}$  ; y方向偏心率  
 $C$  ; ねじり剛性比

次に応答変位ベクトル  $X$  を固有モード  $u$  に展開し、状態空間表示を代えると、以下の式で運動方程式が表される。

$$\ddot{\xi}_i^{(j)} + 2h^{(j)}\omega^{(j)}\dot{\xi}_i^{(j)} + (\omega^{(j)})^2\xi_i^{(j)} = -P_i^{(j)}\ddot{X}_0 \quad (5)$$

さらに、変数変換を行い、線形加速度法により離散化すると、以下の状態方程式が得られる。

$$x_1 = \xi \quad x_2 = \dot{\xi} \quad x_3 = \ddot{\xi} \quad x_4 = \beta \quad x_5 = \omega \quad x_6 = P \quad u = \ddot{X}_0$$

$$\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \\ x_4(k+1) \\ x_5(k+1) \\ x_6(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+\Delta t^2/6\cdot D_2)x_1(k) + \Delta t(1+\Delta t/6\cdot D_3)x_2(k) + \Delta t^2/3(1+1/2\cdot D_4)x_3(k) \\ + \Delta t^2/6\cdot D_1x_6(k)u(k+1) \\ \Delta t/2\cdot D_2\cdot x_1(k) + (1+\Delta t/2\cdot D_3)x_2(k) + \Delta t/2(1+D_4)x_3(k) \\ + \Delta t/2\cdot D_1x_6(k)u(k+1) \\ D_2\cdot x_1(k) + D_3\cdot x_2(k) + D_4\cdot x_3(k) + D_1\cdot x_6(k)u(k+1) \\ x_4(k) \\ x_5(k) \\ x_6(k) \end{pmatrix} \quad (6)$$

ただし

$$D_1 = -(1+\Delta t\cdot x_4(k)\cdot x_5(k) + \Delta t^2/6\cdot x_5^2(k))^{-1}$$

$$D_2 = D_1\cdot x_5^2(k)$$

$$D_3 = D_1\{2\cdot x_4(k)\cdot x_5(k) + \Delta t\cdot x_5^2(k)\}$$

$$D_4 = D_1\{\Delta t\cdot x_4(k)\cdot x_5(k) + \Delta t^2/3\cdot x_5^2(k)\}$$

上記の式を、直列につなぎ3自由度とし、カルマンフィルタアルゴリズムの繰り返しにより、それぞれの観測波形に対してのパラメータとして減衰係数、固有円振動数、各質点での刺激係数を同定するものである。

変数変換と固有ベクトルの正規化条件式より

$$u\delta = P \quad (7)$$

$$P^T M P = \delta^2 \quad (8)$$

ここで

$u$  ; 固有ベクトル  $\delta$  ; 刺激係数マトリックス  $P$  ; 各質点別刺激係数マトリックスとなり固有ベクトル  $u$  が得られる。また、次式により剛性マトリックスが求まる。

$$K = (u^T)^{-1} \begin{pmatrix} (\omega^1)^2 & & 0 \\ & (\omega^2)^2 & \\ 0 & & (\omega^3)^2 \end{pmatrix} u^T \quad (9)$$

ここで  $\omega^j = j$  次の固有円振動数

#### 4 数値モデルでの検証

##### 4.1 振動モデル

仮定した数値モデルは、図1に示すように、天端スラブに質量の違いを持ち、各柱のx方向、y方向の剛性を異なるものと仮定し、偏心 $e_x, e_y$ を設けてある。このモデルの剛性マトリックスと質量マトリックスの値は同図に示す通りである。なお、減衰に関しては、5%比例減衰を仮定している。本モデルに対して、図2に示す最大加速度約100galとしたランダムな模擬地震波を入力し、線形加速度法によって各種応答を求め、それを観測値として、先の手法を適用することにより、剛性マトリックスの再現を試みた。

##### 4.2 同定結果

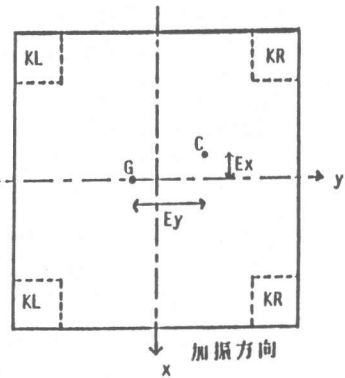
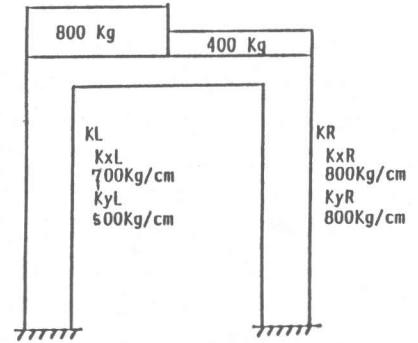
表1では観測波の種類別並びに解析間隔の違いによって解析ケースをCASE1～CASE4に分けて同定した剛性マトリックスの各要素が理論的な値と共に載せてある。ここで、CASE1とは観測波に応答変位波並びに応答加速度波の2波を同時に用いて、解析間隔を0.01秒として同定を行なったもの、CASE2は観測波に応答変位波と応答加速度波を同時に用い、解析間隔を0.02秒として同定を行なったもの、CASE3はCASE2と同じ観測波の条件であるが、固有円振動数を既知として同定を行なったもの、CASE4として観測波を応答加速度波のみとし、解析間隔を0.01秒とし、固有円振動数を既知として同定を行なったものである。

この結果より、CASE1に示すように情報が豊富な場合は剛性マトリックスの各要素においても、理論的な振動性状をかなり精度よく再現でき、またCASE2結果より解析間隔の粗さにより同定精度が低下するものの、CASE3の結果に示すように固有円振動数等の値にフーリエスペクトル等から理論値に近い値を与えるなどの情報の補足をすると同定精度は向上する。CASE4に示すように観測波形が加速度波形のみであっても固有円振動数を既知としてやるなど、他の手法との併用で、全体的な剛性マトリックスの形として理論値に近い振動性状を示すものとして求めることができ、本同定手法のねじり振動モデルの振動パラメーター同定問題に対しての有効性が確認された。なおせん断振動モデルでの本手法の数値安定性は参考文献5に詳しく述べられている。

#### 5 RC2層ラーメン模型のランダム起振実験

##### 5.1 実験概要

実験に使用した供試体は図3に示すように、高さ110cm、幅80cmの正方形型、中層ば



$$M = \begin{bmatrix} 1.86 & 0 \\ 0 & 1.86 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} 2600 & 0 & -960 \\ & 3000 & 270 \\ & \text{SYN} & 6300 \end{bmatrix}$$

図1 数値モデル

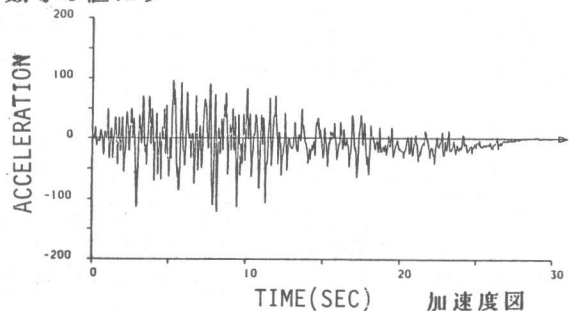


図2 模擬地震波

8)

りの位置の高さは55cmである。柱は4本とも7 x 7 cmの同型、中層ばりはせん断剛性を小さくするために、I型断面を有し、詳細は表2に示す通りである。本実験において、ねじれ振動が供試体に加わるように、片側800kg、反対側400kgのウエイトを供試体天端スラブ上に載荷した。入力地震波としては、図2に示した模擬地震波の最大加速度を100gal, 200gal, 300gal, 400gal, さらに地震波の時間軸を1/2にして, 400gal, 600gal, 700gal, 900galとなるようにして、8回にわたる振動実験を繰り返し供試体各点での加速度を測定した。

### 5.3 実験結果

最大加速度100gal加振によって、加振方向の中層ばりにせん断クラックが生じ、その剛性が低下し、この加振によって本供試体は1層ラーメン構造系に近くなったようである。また、最大加速度400gal加振によって、加振直角方向の中層ばりにも新たなクラックが発生し、振動直角方向の剛性もこの加振でかなり低下したものと考えられる。さらに、最大入力加速度700gal加振によって、重心側下端部が破壊した。そして、最大入力加速度900gal加振によって全ての柱が下端部でねじり破壊をして供試体が崩壊した。

## 6 RC構造物の振動時の剛性変化

### 6.1 振動パラメーターの同定結果

先に述べた振動パラメーター同定手法により、本実験で得られた最大入力加速度100gal、400gal、700gal加振時での入力地震波及び実測応答加速度波から、それぞれの加振段階での振動パラメーターを同定した。また、ここでは、固有円振動数は応答加速度をフーリエ変換し、そのスペクトルより求めている。

各起振段階によって同定された剛性マトリックスを表3に示す。ただし、この結果はその起振過程全体の剛性マトリックスを等価線形的にとらえたものである事に注意する必要がある。剛性マトリックスの妥当性を、それを用いた応答波形と実測波形との比較から述べておく。同定された剛性マトリックスを用い、線形加速度法により線形振動解析を行った結果と実測結果を比較してみる。ここに1例として、過去の検討においては、波形を合わせるのが最も難しかったねじり方向の波形を実測値と比較してみる。最大入力加速度700gal入力時の応答加速度を図4に示す両者は比較的良い対応を示していると思われ、同定された剛性マトリックスが

表1 剛性マトリックス要素の比較

	X方向剛性	剛性比	ねじり剛性比	X方向偏心比	Y方向偏心比
理論値	2800	1.15	2.44	0.09	0.37
CASE 1	2500	1.18	2.52	0.09	0.32
CASE 2	2300	1.35	3.11	-0.13	0.31
CASE 3	2600	1.15	2.44	0.01	0.37
CASE 4	2800	1.21	2.44	0.14	0.40

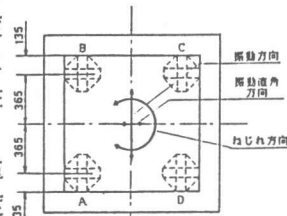
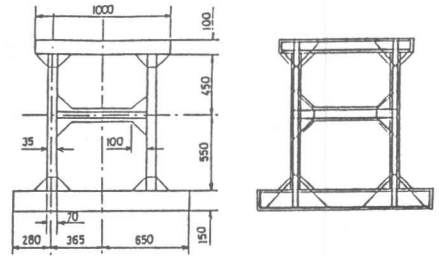


図3 供試体

表2 供試体の諸量

	柱	中層ばり
断面積 (cm <sup>2</sup> )	49.0	17.36
鉄筋	SD35D10	SD35D10
鉄筋比 (%)	5.82	8.22
E <sub>c</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	255000	255000
E <sub>S</sub> (kg/cm <sup>2</sup> )	2100000	2100000

表3 剛性マトリックスの同定結果

	剛性マトリックス (kg/cm <sup>2</sup> )		
	X-X	X-Y	Y-Y
100gal 起振	0.25 × 10 <sup>4</sup>	0.10 × 10 <sup>4</sup>	-0.60 × 10 <sup>3</sup>
	Sym	0.49 × 10 <sup>4</sup>	0.36 × 10 <sup>3</sup>
400gal 起振	0.20 × 10 <sup>4</sup>	-0.18 × 10 <sup>4</sup>	-0.16 × 10 <sup>4</sup>
	Sym	0.25 × 10 <sup>4</sup>	0.15 × 10 <sup>4</sup>
700gal 起振	0.10 × 10 <sup>4</sup>	-0.84 × 10 <sup>3</sup>	-0.79 × 10 <sup>3</sup>
	Sym	0.19 × 10 <sup>4</sup>	0.63 × 10 <sup>3</sup>

妥当なものであったことを示す。この他、振動方向、振動直角方向についても同程度以上の一致をみている。

### 6.2 RC構造物の剛性低下の特徴

まず、剛性マトリックスの非対角項の対角項との比より剛心の変化が求められる。図5にその変化を示した。初期状態では各柱の剛性が振動方向、振動直角方向とも等しいために剛心は、天端スラブ中央にある。重心の位置は負荷した質量の違いによって天端スラブ中央よりA-B柱側にずれている。各柱の振動方向の剛性の違いが、起振によって大きくなり振動方向に偏心が生じ、二軸偏心構造体となる。まず、100gal起振でA柱D柱の振動方向の剛性が、B柱C柱の振動方向の剛性に比べ相対的に低下し、重心側であるA柱B柱の振動直角方向の剛性がC柱、D柱の振動直角方向の剛性に比べ低下している。この傾向はさらに起振を続けたことによって進み、400gal起振では、振動方向、及び振動直角方向にも大きな偏心を持つ構造体となった、700galに至って、A柱D柱の振動方向の剛性は、B柱C柱に比べて低下率が低く、剛心は図5に示すようにAD側に戻った。次に、先に示した剛性マトリックスの偏心量から、ABCDそれぞれの柱についての方向別の剛性低下の度合いを示す。各起振段階において、柱ごとの各起振段階における剛性低下の様子をグラフ化したものを図6に示す。重心の存在するAB側と反対のCD側とでは、顕著な違いが見られる、すなわちA柱B柱では400gal加振に至って、コンクリートに多数のクラックを生じ、初期剛性に比べ著しい低下を示す、コンクリートが一部崩落し、その後は鉄筋のみによって剛性が保持される。これに対しC柱D柱では、振動方向に対しての剛性低下はA柱B柱と大差はないが、ねじり剛性の低下は緩慢で、特に振動直角方向の剛性は低下しにくい。

このことは偏心のあるRC構造物が大きな地震動を受ける場合、まず、主たる加振方向の剛性低下が起こり、続いてねじり方向の剛性低下が共に起こされる事、また主たる振動方向でない方向についても剛性低下が共に起こされる事を示唆するとともに、剛性の低下が、ある部分に集中し、ますます、偏心が促進される事を示している。

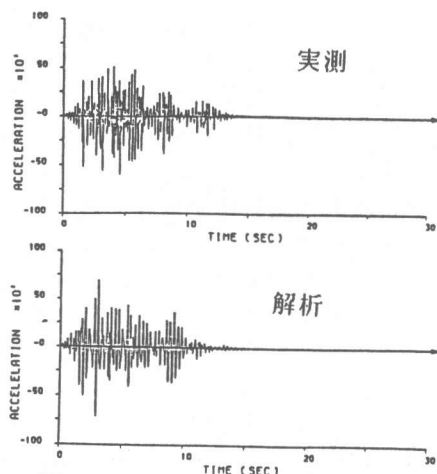


図4 700galねじれ方向の応答

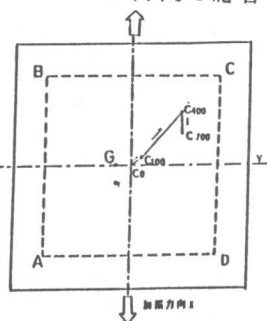


図5 剛心の変化

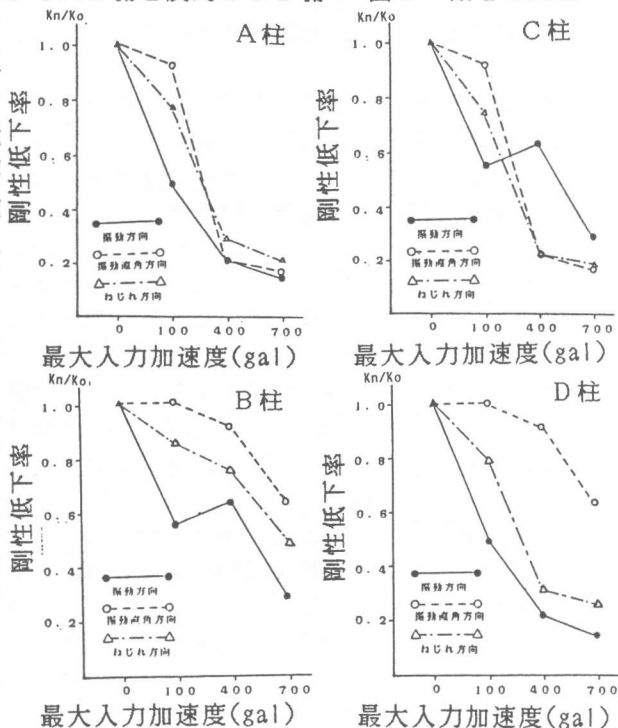


図6 各柱の剛性低下率

### 6.3 静的実験との比較

同定された剛性マトリックスの加振方向の各起振段階での剛性と静的実験における変位-荷重曲線との対比を図7に示す。この図より、同定された動的な剛性が静的な試験結果に良く対応している事が示唆されている。これらの対比は、しかしより沢山の実験をシステムティックに結論を導きたいと考えている。

#### 7 まとめ

部材断面形状に基づき、 $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ マトリックスを定める従来の振動解析方法では必ずしもその動的挙動が説明されない複雑なRC構造物に対して起振実験より応答を得て、その応答より振動パラメータを同定した。その結果から、カルマンフィルターを用いた同定手法、ただし、勿論フーリエスペクトル解析を組み合わせるなどするが、RC構造物の実際の動的なパラメータをかなり精度良く推定し得る事が判明した。これらは、RC構造物の振動モデル構築の上で、有益な情報を与えるものであって、今後同種の実験、解析を、他の手法とも平行して、システムティックに行うことによって、より一般的な結論を導きたいと考えている。

#### 付記

本研究は文部省科研費62302043による研究の一部である。

#### 参考文献

- 1) 片山 徹：応用カルマンフィルター、朝倉書店、1983
- 2) 相良節夫、秋月影雄、中溝高好、片山 徹：システム同定、社団法人計測自動制御学会
- 3) 志賀敏男：構造物の振動、共立出版、1976
- 4) 星谷 勝、斎藤悦郎：拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各振動系への応用、土木学会論文報告集、第339号、1983、PP59-67
- 5) 星谷 勝、斎藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定、土木学会論文報告集、第344号、1984、PP289-298
- 6) 有本 卓：カルマンフィルター、産業図書
- 7) 若林茂樹：RC構造物の耐震性に関する考察、名古屋大学工学部地盤工学科修士論文、No84131、1984
- 8) 伊沢二郎：ランダム起振を受けるRC構造物の固有ベクトル、及び剛性マトリックスの同定、名古屋大学工学部土木工学科修士論文、1986
- 9) 水野卓哉：固有ベクトル同定方法に関する研究、名古屋大学工学部土木工学科卒業論文、1986
- 10) 湛木義一、添田喬、中溝高好：確率システム制御の基礎、日新出版
- 11) 柴田明徳：最新耐震構造解析、森北出版
- 12) 伊沢二郎：コンクリート構造物における振動破壊性状とエネルギー吸収能、名古屋大学工学部土木工学科卒業論文1984

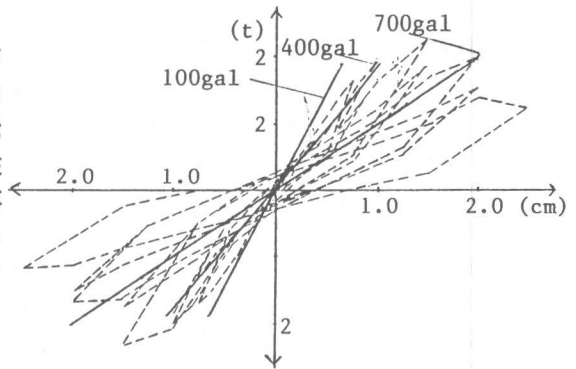


図7 静的载荷実験との対比