

論文

[2051] ひびわれ面における骨材のかみ合い作用とそのモデル化

正会員 ○渡辺史夫 (京都大学工学部)

河野 進 (京都大学工学部)

正会員 六車 熙 (京都大学工学部)

1. はじめに

本研究の目的は、RC構造物の解析に用いる為の、コンクリートのひび割れ面における応力伝達挙動を的確に表現できる力学モデルを得ることである。得られたモデルは、せん断応力成分と圧縮応力成分がひび割れ幅とせん断滑りの関数として表されていること及び荷重履歴の影響が考慮されていなければいけない。既往の代表的研究としては、Walravenのモデル [1] 及び李・前川のモデル [2] があり、いずれも応力伝達機構に対して簡単な物理モデルを出発点においている。これらのモデルは、極めて巧妙に考えられているが以下のような点に関して問題点が残されていると考えられる。すなわち、1)同じ条件に対して計算した結果では、李・前川モデルによる伝達せん断力は、Walravenのモデルによる値の1.5~2.0倍になっており、実験結果との対応を計る為には物理的意味の不明瞭な実験定数をそのつど変更しなければならない、2)接触部の変形要素に対する応力変形関係に履歴劣化の影響が考慮されておらず、除荷および再荷の履歴経路を正確に追跡できない、3)ひび割れ面に対して小さな傾斜角をもつ接触面に於ける滑りが考慮されていない、などである。本研究で提案するモデルは、

これらの3点に改良を加えより一般的な場合にも適用できるように考慮されたものであり、基本的には上に述べた2つのモデルの延長線上にあるものの各種パラメーターの持つ物理的意味の詳細な検討からその値が決定される手法 (文献 [3]) をとっている。

2. ひび割れ面モデルの基本概念

応力伝達機構のモデル化に際して考え方の基本となるひび割れ面形状は、使用骨材形状・強度およびコンクリート強度等に大きく影響される。本研究ではWalravenの提唱したモデルがひび割れ面の凹凸のランダム性を簡潔に表している点に着目し、同様の考え方を導入することにした。但しひび割れ面より突出しているのは球でなくある直径分布をもつ単位幅剛体円盤であり、ひび割れ面の大きな凹凸と小さな凹凸を具象化したいわゆる仮想骨材である。この状態を示したのが図1.である。本提案モデルでは、この仮想円盤の直径分布を変えることによって種々のひび割れ面形状に対応す

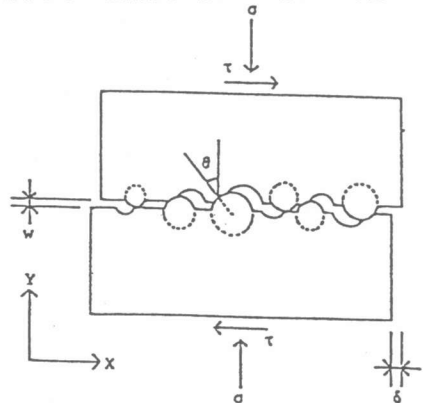


図1. ひび割れ面の凹凸の概念

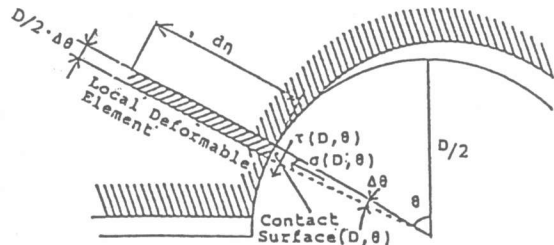


図2. 本提案モデルにおける局部接触面と微小変形要素

ることができる。図1及び図2.に座標系と各変数を定義する。直応力及びひび割れ幅は圧縮及び開口を正にとる。せん断応力 τ はX軸と平行に直応力 σ はY軸と平行に働く。また接触面の傾きを面の外向き法線がY軸と反時計回りになす角 θ と定義した。直径Dの仮想円盤上の接触面で傾きが θ から $\Delta\theta$ の範囲にあるものを接触面 (D, θ) と呼ぶ。これに接する仮想matrixの微小な変形要素を微小変形要素 (D, θ) とする。 $\sigma(D, \theta)$ と $\tau(D, \theta)$ は接触面 (D, θ) における直応力及びせん断応力である。 $\sigma(D, \theta)$ は向かい合うmatrixに与える圧縮応力を正とする。 $\tau(D, \theta)$ は、そのY軸方向ベクトル成分が負であるように正方向を決める。また接触面 (D, θ) に接触する微小変形要素 (D, θ) を図2の斜線のように仮定する。

$$p'_v(D) = P_k \cdot p'_g(D) \quad (1)$$

$$\int p'_g(D) dD = 1$$

$$\bar{S} = \pi D/4 \quad (2)$$

$$1 \cdot p_v'(D) = p_v'(D) \quad (3)$$

$$n(D) = p_v'(D) / \bar{S} = 4 \cdot p_v'(D) / (\pi \cdot D) \quad (4)$$

3. ひび割れ面に於ける仮想骨材の確率的分布

コンクリート中の任意の一点が直径Dの仮想円盤内に存在する確率密度関数を $p_v'(D)$ で式1のように与える。ただし、 P_k は全仮想骨材のコンクリートに対する体積比であり、全仮想円盤中の任意の点が直径Dの仮想骨材中に存在する確率密度を $p_0'(D)$ としている。本研究では、 $p_v'(D)$ の型を様々に変えることによって、モルタルを含めた種々のコンクリートのひび割れ面形状に対応することができると考えた。関数 $p_v'(D)$ は、全骨材粒径にわたって積分すれば全仮想骨材のコンクリートに対する体積比 P_k になる。仮想円盤はY軸方向に関して同様の確からしきでクラック面より突出していると仮定している [仮定1.] ので、直

径Dの仮想円盤がひび割れ面に切断される弦の平均長さは式2で与えられる。

$$P_{1w}(\theta) = \begin{cases} \cos \beta_0 & \\ = \frac{D/2 \cdot \cos \theta - w}{D/2} & (D/2 \cdot \cos \theta \geq w) \end{cases} \quad (5)-(a)$$

$$P_{1w}(\theta) = 0 \quad (D/2 \cdot \cos \theta < w) \quad (5)-(b)$$

また、単位ひび割れ面長さに占める直径Dの仮想円盤の切断弦長さは、単位長さ1に $p_v'(D)$ をかけたものとして式3で、そこに含まれる直径Dの仮想円盤の平均個数は式4で各々与えられる。

$$l(D, \theta) = (D/2) \Delta\theta \cdot n(D) = \frac{2p'_g(D)}{\pi} \Delta\theta \quad (6)$$

$$L(D, \theta) = l(D, \theta) \cdot p'_{1w}(\theta) = \frac{2}{\pi} p'_g(D) \cdot \Delta\theta \cdot p'_{1w}(\theta) = L'(D, \theta) \cdot \Delta\theta \quad (7)$$

$$\text{ただし } L'(D, \theta) = \frac{2}{\pi} p'_g(D) p'_{1w}(\theta)$$

$$m(D, \theta, w) = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} \cos \theta - w\right)^2} - \frac{D}{2} \sin \theta \quad (8)$$

4. 局部接触面 (D, θ) の面積

まず、下側のひび割れ面に中心を持つ仮想円盤上の接触面 (D, θ) がどのくらいの割合で上部matrixと接触するかを考える (図3.参照)。クラック幅 w が0より大きいときに接触面 (D, θ) が上部matrixと接触するためには、下部matrix面は接触面 (D, θ) からさらに w 下がった点より下を横切らなくてはならない。よって、接触面 (D, θ) が上部matrixと接触する確率は、下部matrix面が β_0 の傾きを持つ点より下を通る確率に等しいといえる。この確率は、3節の [仮定1.] より

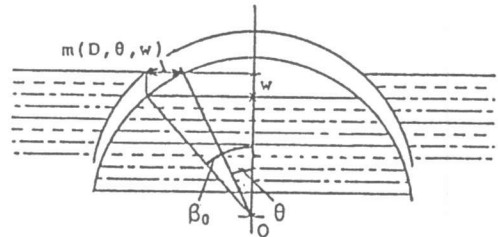


図3. 接触面 (D, θ) の接触確率

$\cos \beta_0$ になる。但し円盤中心は常に下部matrix中に存在することを考慮して、接触面(D, θ)が接触する確率は式5のようになる。

次に単位ひび割れ面に存在する接触面(D, θ)のうちでひび割れ幅 w の時接触可能な面積の合計を求める。直径 D の仮想円盤の厚みを1とすれば1個当たりの接触面(D, θ)の面積は $(D/2) \cdot \Delta \theta$ である。直径 D の仮想円盤は単位長さ当り $n(D)$ 個存在するので単位ひび割れ面積に含まれる全ての接触面(D, θ)の面積の合計は式6で表される。このうちmatrix上に出て応力を伝える可能性がある面積は式5及び式6の積の形で式7のように求められる。また図3より接触面(D, θ)はクラック幅 w の時、式8で表される長さ $m(D, \theta, w)$ だけスリップすると接触することがわかる。

5. 基本式の導出

単位ひび割れ面に作用する伝達応力を、上下ひび割れ面の接触面(D, θ)に作用している接触力の総和とのつり合いから式9のように導いた(図4.参照)。 $A_\sigma(D, \theta)$ 及び $A_\tau(D, \theta)$ はそれぞれ単位面積当りの接触面(D, θ)に働くひび割れ面と垂直な力及び平行な力で圧縮を正としている。これに接触面(D, θ)の接触面密度をかければ単位ひび割れ面当たりの接触面(D, θ)の力の釣合が求められる。後述の通り $\tau(D, \theta) = \mu(\theta) \cdot \sigma(D, \theta)$ の

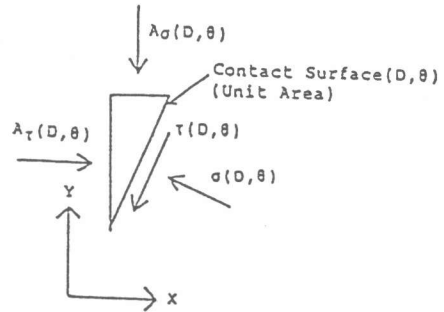


図4. 単位微小接触面の釣合い

関係をを用いてさらに θ 及び D について積分すれば垂直応力 σ 、せん断応力 τ が求められる。

$$A_\sigma(D, \theta) = \sigma(D, \theta) \cos \theta - \tau(D, \theta) \sin \theta \quad (9)-(a)$$

関係を用いてさらに θ 及び D について積分すれば垂直

$$A_\tau(D, \theta) = \sigma(D, \theta) \sin \theta + \tau(D, \theta) \cos \theta \quad (9)-(b)$$

せん断応力 τ が求められる。

$$\begin{aligned} \sigma &= \int_0^{D_{max}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Lambda_\sigma(D, \theta) L'(D, \theta) \partial \theta \partial D \\ &= \int_0^{D_{max}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\cos \theta - \mu(\theta) \sin \theta] \cdot \sigma(D, \theta) \times \frac{2}{\pi} P_k P'_g(D) P'_{\lambda_w}(\theta) \partial \theta \partial D \quad (10)-(a) \end{aligned}$$

6. 局部接触面に接する微小変形要素

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^{D_{max}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \Lambda_\tau(D, \theta) L'(D, \theta) \partial \theta \partial D \\ &= \int_0^{D_{max}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} [\sin \theta + \mu(\theta) \cos \theta] \cdot \sigma(D, \theta) \times \frac{2}{\pi} P_k P'_g(D) P'_{\lambda_w}(\theta) \partial \theta \partial D \quad (10)-(b) \end{aligned}$$

6.1. 微小部分の応力状態について

① 単調荷荷の場合の $\sigma(D, \theta)$

$$\sigma(D, \theta) = \begin{cases} E_1 \frac{(d-m(D, \theta, w)) \sin \theta}{d \eta} & \text{when } 0 < \epsilon(D, \theta) < \epsilon_p(\theta) \\ \cdot \sigma_p(\theta) & \text{when } \epsilon(D, \theta) \geq \epsilon_p(\theta) \end{cases}$$

② 繰り返し荷荷の場合の $\sigma(D, \theta)$ は、6.3.項のルールによる

まず微小変形要素は、図5.の様に一方向直応力とせん断応力を同時に受けるも

$$\epsilon = \frac{\xi \sin \theta}{d \eta} \quad (11)-(a)$$

$$\tan \gamma = \frac{\xi \cos \theta}{d \eta - \xi \sin \theta} \quad (11)-(b)$$

$$\sigma(D, \theta) = E \epsilon \quad (11)-(c)$$

$$\tau(D, \theta) = G \gamma \quad (11)-(d)$$

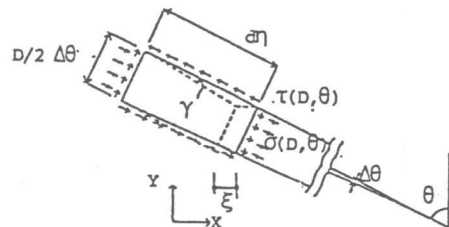


図5. 微小変形要素の応力状態

のと仮定する。同図よ

り式11の関係が導かれ、式11(a)~(d)より

$$\tau(D, \theta) = \frac{E}{2(1+\nu)} \tan^{-1} \frac{\sigma(D, \theta)}{[E - \sigma(D, \theta)] \tan \theta} \quad (12)$$

$$\tau(D, \theta) = \frac{E}{2(1+\nu)} \cdot \frac{\sigma(D, \theta)}{E \tan \theta} = \frac{1}{2(1+\nu) \tan \theta} \sigma(D, \theta) \quad (13)$$

の関係は式12のよ

うに求められる。但し、 ν はポアソン比である。またここで $E \gg \sigma(D, \theta)$ より式13の関係が求められる。

ここで $\tau(D, \theta)$ の $\sigma(D, \theta)$ に対する比は θ のみの関数となりこれを $\mu(\theta) (= \tau(D, \theta) / \sigma(D, \theta))$ とすれば、 $\mu(\theta)$ は微小変形要素において塑性化するまで変化しない値(式14)をとると考えることができる。

$$\mu(\theta) = \frac{\tau_p(\theta)}{\sigma_p(\theta)} \quad (14)$$

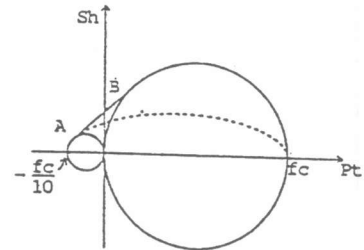


図6. 二次元応力状態におけるコンクリート強度

6.2. 塑性時の応力状態

微小変形部分の破壊包絡線は圧縮強度 f_c 引張強度 $f_c / 10$ としたときのCoulomb式(式15)で表されると仮定する。但し、 Sh 、 Pt はそれぞれせん断強さ及び圧縮強さを表す。また、 f_c は

$$S_h = \frac{2}{8} \sqrt{2} p_t + 2 \sqrt{2} \frac{f_c}{20} \quad (15)$$

仮想matrixの強度であり、コンクリートシリンダー強度 F_c の関数として与えられるものである。この仮定より微小変形要素における塑性時における接触面せん断応力、接触面垂直応力 ($\tau_p(\theta)$ 、 $\sigma_p(\theta)$) 関係は式16 (図6.の

$$\tau_p(\theta) = \frac{1}{11} \sqrt{f_c^2 + 9 f_c \sigma_p(\theta) - 10 [\sigma_p(\theta)]^2} \quad (16)$$

点線)のように求められる。式13と式16を連立して解くことにより各角度における $\sigma_p(\theta)$ 、 $\tau_p(\theta)$ が求められる。但し角度の小さい斜面ではすべりの為に変形と応力の関係は式13を満たさず、模式的に描くと図7.におけるジグザグの経路をたどることになる。つまり $\mu(\theta)$ には上限がありこれを越える path を通る要素では変形の度に滑りが生じて強制的に $\tau(D, \theta)$

$$\epsilon(D, \theta) = \frac{\xi(D, \theta) \sin \theta}{d \eta} \quad (17)$$

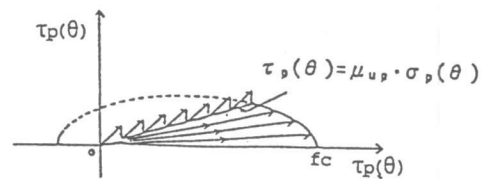


図7. 局部接触面に於いて考え得る応力パス

$= \mu_{up} \cdot \sigma(D, \theta)$ の path を通る。ここで μ_{up} は摩擦係数の上限値と考えてよい。

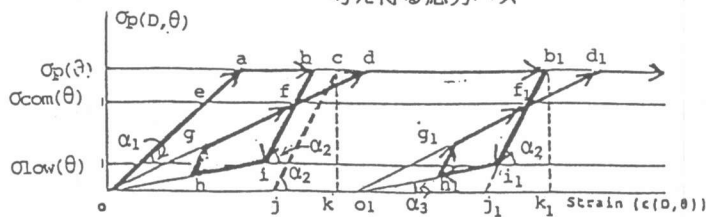


図8. 微小変形要素における応力-歪構成則

6.3. 直応力と歪関係の関係

本研究でいう歪は式17で表されるもので $d \eta$ は、微小変形要素

$$\begin{aligned} \xi(D, \theta) &= (\delta - m(D, \theta, w)) \cdot \sin \theta & \delta \geq m(D, \theta, w) \\ \xi(D, \theta) &= 0 & \delta < m(D, \theta, w) \end{aligned} \quad (18)$$

の仮想一様変形部分の変形前の深さであり、そこでのみ変形が生じると考えている。 $\xi(D, \theta)$ は、接触面 (D, θ) における微小変形要素のひび割れ面滑り方向の変形量（縮みを正とする）で式18で表される。式17の歪を使い応力を求めるため、接触面直行方向の応力-歪履歴曲線を図8のように仮定した。本モデルではスケルトンカーブは完全弾塑性であり、 $\sigma_{com}(\theta)$ 、 $\sigma_{low}(\theta)$ はそれぞれcommon point及び除荷時の第2分枝開始の応力を載荷履歴に関係なく式19で与えたものである。さらに、減力時の第2分枝が原点をめざす限界である線分c jを仮定した。この線分c jより原点側に存在する応力・歪点より除荷を行うと、減力時の第2分枝は常に原点を目指す。逆に線分c jより右側にある応力・歪点より除荷を行うと、減力時の第2分枝の傾きは常に一定値 E_3 をとる。つまり、線分c jより左側の応力・歪点は残留歪が常に0になり、線分c jより右側の応力・歪点は残留歪が0にはならない。ただし除荷第一分枝の傾きは常に E_2 である。再載荷曲線は原則的に残留歪点とcommon pointを結ぶ直線で表される。但しこの直線より下側に存在する応力-歪点からの載荷は傾き E_2 でこの直線と交わるまで進み、後は原則にのっとるものとする。

7. 未定義の関数及びパラメーター

ひび割れ面構成則は式10で与えられた。未定義の関数及びパラメーターは物理現象及び実験結果との対

表1. 本実験結果と符合するように定めた関数及びパラメーター

$p'_g(D) = -a(D - 0.75D_{max})^2 + b$	$a = \frac{43}{D_{max}^2}$	$b = \frac{3}{D_{max}}$
但し D_{max} は最大骨材粒径に関わらず一定値 30 mm		
$\mu_{up} = 0.0337$	$C_1 = 0.75$	$C_2 = 0.30$
$Pk \cdot E_1 / d \eta = 8.57 \times 10^2$ (MPa/mm)	$Pk \cdot f_c = 9.94 \times (F_c)^{2.4}$ (MPa)	
$E_2 = 4.12 \times 10^4$ (MPa)	$E_3 = 6.86 \times 10^3$ (MPa)	

応より本実験結果に対して表1.のように定めた。それぞれの関数及びパラメーターの意味については文献[3]を参照されたい。

8. 実験結果との比較

実験においては、ひび割れ面におけるひび割れ幅が一樣となるように工夫した供試体(図9.)及び載荷システム(図10.)

が用いられた。本実験において変化させたパラメーターは表2.の通りである。また表2.の(3)におけるひび割れ幅は載荷終

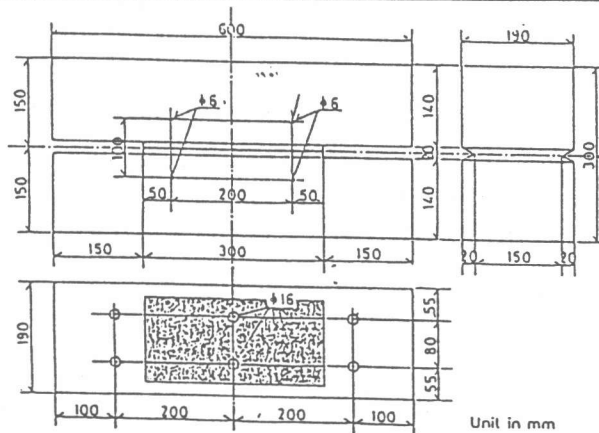


図9. 供試体図

表2. 実験において変化させたパラメーター

(1) 最大骨材粒径 D_{max}	(10mm, 20mm, 30mm)
(2) 設計コンクリート圧縮強度 F_c	(20 MPa, 30 MPa, 50. MPa)
(3) ひび割れ幅 w	(0.125mm, 0.250mm, 0.500mm)

了まで一定とした。

ここで45体行われた実験結果について本モデルと関連させて述べる。なお本実験では、碎石を用い、実験後のひび割れ面の形状は最大骨材粒径に関わらずほぼ同様であったことをここで断っておく。

1 本実験に関しては、応力伝達に影響を与えるのはひび割れ幅及びコンクリート強度の二つであって、骨材の最大粒径は関与していない。これは実験後のひび割れ面の形状は、最大骨材粒径

に関わらずほぼ同じであったことから、本モデルの仮想円盤直径を最大骨材粒径に関係なく与えることにより説明できる。

2 コンクリート強度を一定にするとせん断応力と垂直応力の値の比はひび割れ幅の影響をほとんど受けず一定である。この比の値はコンクリート強度を大きくすると上昇する。〔2〕これはモデルにおいて仮想円盤直径の分布を最大仮想円盤直径に偏った分布にすると得られる傾向である。

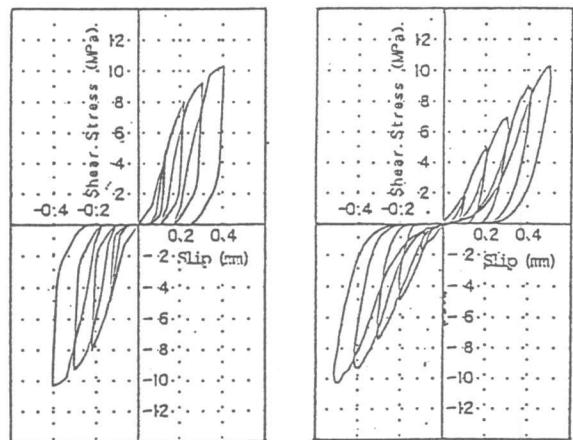
3 繰り返し载荷の包絡線は単調载荷曲線とほぼ一致する。これも本モデルにおいて微小変形要素に於ける応力歪履歴曲線の性状から得られる明白な結果として説明出来る。対応する実験結果とモデルによる計算との例を図11.に示す。本モデルによる計算結果を図左側(1)に、実験結果を図右側(2)に示す。

9. 結論

ひび割れ面の応力伝達に関する構成方程式を、ひび割れ面から仮想円盤が突出しているひび割れ面モデルを考えることにより式10.のように与えた。この方程式を支配する各種関数及びパラメーターはそれぞれ物理的意味を有しており様々な実験結果に対応させることが可能と考えられる。但し μ upの値は一般にいわれている値より一桁小さく、この理由は現在検討中である。

参考文献

- (1)Walraven, J.C. and Reinhardt, H.W. :Theory and Experiments on the Mechanical Behavior of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear Loading, HERONVol. 26, No. 1A, 1981.
- (2)李 宝禄・前川 宏一：接触面密土関数に基づくコンクリートひび割れ面の応力伝達構成式、コンクリート工学, Vol. 26, No. 1, Jan. 1988.
- (3)渡辺・河野・六車：ひび割れ面の骨材の噛み合い作用、昭和63年度科学研究費補助金(総合研究(A))研究成果報告書 pp.156-195



(1) 本提案モデル

(2) 実験結果

図10. 本提案モデルと実験結果との比較

($F_c=27.1\text{MPa}$ $w=0.125\text{mm}$)