

論文

[2038] 応力履歴を考慮したRC曲げ部材の変形解析法

正会員○佐藤良一（宇都宮大学工学部）

正会員 氏家 勳（宇都宮大学工学部）

正会員 鈴木雅博（宇都宮大学大学院）

湊 英一（宇都宮大学工学部）

1. まえがき

限界状態設計法が採用されたことおよび最近の材料強度や品質の目覚ましい向上を考えれば、鉄筋コンクリート（RC）構造物の変形の問題が今後重視されると思われる。

このような観点から、著者らは、有効弾性係数法に基づく持続荷重を受けるRC曲げ部材の変形およびひびわれ幅などの予測方法を提示した<sup>1)</sup>。この有効弾性係数法は、応力や材令に伴う物性値の経時変化が小さい場合には有力な方法であるが<sup>2)</sup>、それらの影響が無視し得ない場合には、その予測精度には自ずから限界がある。

そこで本研究はコンクリートの応力履歴を考慮し得る有力な方法の一つである重ね合せの原理（以下重ね合せ法）を用い、静的荷重によりひびわれが生じた後、変化する持続曲げモーメントのみを受けるRC曲げ部材の付着応力-すべり量曲線に基づく変形、ひびわれ幅、応力の経時変化の解析法を提案する。ただし、本研究はRC曲げ部材のひびわれ間要素の解析に主眼をおいたものであり、ひびわれ間隔は与えられるものとしている。

2. 解析方法

2. 1 仮定

持続荷重を受けるRC曲げ部材の変形およびひびわれ幅の時間的推移の解析に際し、以下の仮定を設ける。

- 1) ひびわれ断面のコンクリートは引張応力を負担しない。
- 2) 圧縮応力域のコンクリートひずみと鉄筋ひずみとの間には平面保持の仮定が成立する。
- 3) 引張応力域のコンクリートひずみは応力に関する中立軸からの距離に比例する。
- 4) 全てのひびわれ幅およびひびわれ間隔は同一である。

以上の仮定から任意の断面におけるひずみと応力の分布を示せば図-

1 のようになる。また、仮定4)から、1つのひびわれ間要素を解析することにより、平均ひびわれ幅および試験区間内の平均曲率を求めることができる。なお、ひびわれ間隔は試験区間内の両端の実測ひびわれ間距離を、その間に発生したひびわれ間要素数で除した値とした。

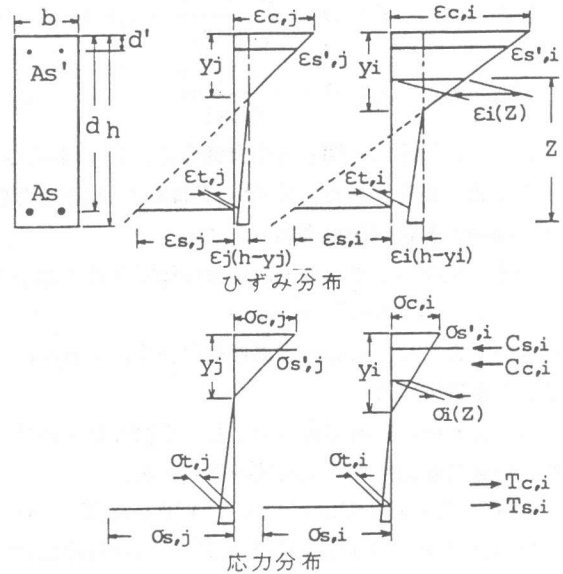


図-1 任意断面における応力・ひずみ分布の経時変化

## 2. 2 コンクリートおよび鉄筋の応力・ひずみ

時間ステップ  $i$ 、下縁からの距離  $z$  におけるコンクリートの全ひずみ  $\varepsilon_i(z)$  は、静的荷重により生じる弾性ひずみ  $\varepsilon_1(z)$ 、応力変化により生じる弾性ひずみ  $\varepsilon_{e,i}(z)$ 、クリープにより生じるひずみ  $\varepsilon_{cr,i}(z)$ 、および温度変化ひずみ  $\varepsilon_{c,\Delta T}$  と乾燥収縮ひずみ  $\varepsilon_{sh}$  からなる自由変形ひずみ  $\varepsilon_{fr,i}$  の和として、次のように示される。

$$\varepsilon_i(z) = \varepsilon_1(z) + \varepsilon_{e,i}(z) + \varepsilon_{cr,i}(z) + \varepsilon_{fr,i} \quad (1)$$

ここで、重ね合せ法により弾性ひずみ、クリープひずみを表示すれば

$$\varepsilon_{e,i}(z) = \sum_{j=2}^i \frac{\sigma_j(z) - \sigma_{j-1}(z)}{\bar{E}_{c,j-1}} \quad \varepsilon_{cr,i}(z) = \sum_{j=2}^i \frac{1}{2} \{ \sigma_j(z) + \sigma_{j-1}(z) \} \frac{\phi_j - \phi_{j-1}}{\bar{E}_{c,j-1}}$$

であり、 $\bar{E}_{c,j-1}$  は  $j$  と  $j-1$  間のコンクリートの平均弾性係数、 $\phi_j$  は  $j$  におけるクリープ係数である。これら両式により弾性係数の変化および応力の履歴の影響を考慮できることになる。

式(1)より  $\sigma_i(z)$  を表せば次式のようになり、 $i-1$  までの応力、ひずみ状態はすでに解析されているので、 $i$  でのひずみがわかれば求めることができる。

$$\sigma_i(z) = E^* e_{,i} \{ \varepsilon_i(z) - \varepsilon_{sum,i-1}(z) - \varepsilon_{fr,i} \} \quad (2)$$

ここで、 $\varepsilon_{sum,i-1}(z)$  は  $i-1$  までの応力履歴により生じた全ひずみであり、次式で表される。なお、 $E^* e_{,i} = \bar{E}_{c,i-1} / (1 + (\phi_i - \phi_{i-1})/2)$ 、 $E^- e_{,i-1}(z) = \bar{E}_{c,i-1} / (1 - (\phi_i - \phi_{i-1})/2)$  であり、それぞれ、 $i-1/2$  からのクリープひずみの増分および減少を考慮した  $i$  および  $i-1$  時点での弾性係数を意味する。

$$\varepsilon_{sum,i-1}(z) = -\sigma_{i-1}(z) / E^- e_{,i-1}(z) + \varepsilon_{e,i-1}(z) + \varepsilon_{cr,i-1}(z) + \varepsilon_1(z)$$

$\varepsilon_i(z)$  は応力状態により、仮定2)および3)に基づき次式のように表される(記号は図-1参照)。

$$\text{圧縮応力域} \quad \varepsilon_i(z) = \frac{h-y_i-z}{d-y_i} \{ \varepsilon_{s,i} - \varepsilon_i(h-y_i) \} + \varepsilon_i(h-y_i)$$

$$\text{引張応力域} \quad \varepsilon_i(z) = \frac{h-y_i-z}{d-y_i} \{ \varepsilon_{t,i} - \varepsilon_i(h-y_i) \} + \varepsilon_i(h-y_i)$$

ここで、 $y_i$  は応力に関する中立軸高さ、 $\varepsilon_{s,i}$  および  $\varepsilon_{t,i}$  は鉄筋ひずみと鉄筋位置のコンクリートひずみである。また、 $\varepsilon_i(h-y_i)$  は応力が0となる位置 ( $Z=h-y_i$ ) のひずみであり、この位置での応力履歴と  $\varepsilon_{fr,i}$  から求められる。

一方、鉄筋のひずみはそれが弾性体であることから 鉄筋の全ひずみを  $\varepsilon_{s,i}$  とすれば

$$\sigma_{s,i} = E_s \{ \varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{s,\Delta T} \} \quad (3)$$

となる。ただし、 $\varepsilon_{s,\Delta T}$  は温度変化ひずみである。

## 2. 3 基礎方程式

ひびわれ間中央断面を原点とし、座標  $x$  において、軸方向力および曲げモーメントに関し、釣り合い条件を適用すれば次式が得られる。

$$C_c(y_i, \varepsilon_{s,i}) + C_s(y_i, \varepsilon_{s,i}) + T_c(y_i, \varepsilon_{t,i}) + T_s(\varepsilon_{s,i}) = 0 \quad (4)$$

$$M_c(y_i, \varepsilon_{s,i}) + M_{cs}(y_i, \varepsilon_{s,i}) + M_t(y_i, \varepsilon_{t,i}) = M \quad (5)$$

これらの合力およびモーメントは式(2)、(3)に示す応力を積分することにより求められる。その一例として、 $C_c(y_i, \varepsilon_{s,i})$  を示せば、次のとおりである。ただし、 $M$  は作用曲げモーメント、 $M_c$ 、 $M_{cs}$ 、 $M_t$  は引張鉄筋回りのコンクリートの圧縮合力  $C_c$ 、鉄筋の圧縮合力  $C_s$ 、コンクリートの引張合力  $T_c$  による曲げモーメントである。また、 $\sigma_i(h-d')$  は圧縮鉄筋位置の  $i$  時点でのコンクリートの応力である。

$$C_c(y_i, \varepsilon_{s,i}) = b \int_{h-y_i}^h \sigma_i(z) dz - A' s \sigma_i(h-d')$$

以上の釣り合い式から、 $\varepsilon_{s,i}$ および $\varepsilon_{t,i}$ が次のように $y_i$ の関数として求められる。ただし、 $F_{u,t}(y_i)$ 、 $M_{u,c}(y_i)$ などは $y_i$ の関数であることを示す。

$$\varepsilon_{s,i} = \varepsilon_i(h-y_i) + \frac{F_{u,t}(y_i)M - \{F_{u,t}(y_i)M_{u,c}(y_i) - F_{u,x}(y_i)M_{u,t}(y_i)\}}{F_{u,t}(y_i)M_{u,s}(y_i) - F_{u,s}(y_i)M_{u,t}(y_i)} \quad (6)$$

$$\varepsilon_{t,i} = \varepsilon_i(h-y_i) + \frac{F_{u,s}(y_i)M - \{F_{u,s}(y_i)M_{u,x}(y_i) - F_{u,x}(y_i)M_{u,s}(y_i)\}}{F_{u,s}(y_i)M_{u,t}(y_i) - F_{u,t}(y_i)M_{u,s}(y_i)} \quad (7)$$

したがって、任意断面での鉄筋とコンクリートとの間のすべりを $\delta x$ とすればその勾配 $d\delta x/dx$ が $y_i$ の関数として次のように求められる。

$$d\delta x/dx = \varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{t,i} = f(y_i) \quad (8)$$

一方、釣り合い条件は $x+dx$ においても成り立つから次式が成立する。

$$dC_c(y_i, \varepsilon_{s,i}) + dC_s(y_i, \varepsilon_{s,i}) + dT_c(y_i, \varepsilon_{t,i}) + dT_s(y_i, \varepsilon_{s,i}) = 0 \quad (9)$$

$$dM_c(y_i, \varepsilon_{s,i}) + dM_{cs}(y_i, \varepsilon_{s,i}) + dM_t(y_i, \varepsilon_{t,i}) = 0 \quad (10)$$

ただし、 $dC_c(y_i, \varepsilon_{s,i})$ は次式のように示される。

$$dC_c(y_i, \varepsilon_{s,i}) = \frac{\partial C_c(y_i, \varepsilon_{s,i})}{\partial y_i} dy_i + \frac{\partial C_c(y_i, \varepsilon_{s,i})}{\partial \varepsilon_{s,i}} d\varepsilon_{s,i}$$

他の合力およびモーメントの微小増分量も同様に示され、式(9)、(10)から次式が導かれる。

$$F'y(y_i, \varepsilon_{s,i}, \varepsilon_{t,i}) dy_i + F's(y_i) d\varepsilon_{s,i} + F't(y_i) d\varepsilon_{t,i} + F'x(y_i) dx = 0 \quad (11)$$

$$M'y(y_i, \varepsilon_{s,i}, \varepsilon_{t,i}) dy_i + M's(y_i) d\varepsilon_{s,i} + M't(y_i) d\varepsilon_{t,i} + M'x(y_i) dx = 0 \quad (12)$$

これから $dy_i$ を消去すれば、鉄筋ひずみの勾配と鉄筋位置のコンクリートひずみの勾配の関係が式(12)のように得られる。ここで、 $G(y_i)$ 、 $Q(y_i)$ は $F'y(y_i, \varepsilon_{s,i}, \varepsilon_{t,i})$ などから構成される。

$$\frac{d\varepsilon_{t,i}}{dx} = -G(y_i) \frac{d\varepsilon_{s,i}}{dx} - Q(y_i) \quad (13)$$

一方、すべりとひずみ、鉄筋ひずみと付着応力の間には

$$d^2 \delta x/dx^2 = d\varepsilon_{s,i}/dx - d\varepsilon_{t,i}/dx \quad (14) \quad d\varepsilon_{s,i}/dx = (U_s/A_s E_s) \tau_x \quad (15)$$

の関係があるので基礎方程式として次式が得られる。ここで、 $U_s$ は引張鉄筋の全周長である。

付着応力 $\tau_x$ はすべり量と位置の関数(表-1参照)であり、 $\delta x$ と $y_i$ が未知変数であるので、式(8)と連立すれば、次の境界条件の基で数値解析できる。

$$\frac{d^2 \delta x}{dx^2} = \frac{U_s}{A_s E_s} \{1+G(y_i)\} \tau_x + Q(y_i) \quad (16)$$

## 2. 4 境界条件

境界条件はひびわれ間中央断面( $x=0$ )およびひびわれ断面( $x=a$ )において次のように定められる。

$$x=0 : \delta x=0 \quad x=a : d\delta x/dx = \varepsilon_{s,i} - \varepsilon_i(h-y_i)$$

## 3. 実験概要

### 3. 1 使用材料

セメントは普通ポルトランドセメントを用いた。粗骨材は最大寸法13mm、比重2.62、F.M.6.29、細骨材は比重2.60、F.M.2.95であって、共に鬼怒川産である。混和剤にはリグニンスルホン酸塩系のAE減水剤をセメント重量の0.3%用いた。鉄筋にはD19およびD16でSD30の2種類を用い、その弾性係数は $204 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$ である。

### 3.2 供試体の作製

供試体の作製は2回に分けて実施し、RC部材合計4体、併せてクリープおよび乾燥収縮の計測用供試体を合計4体づつ作製した。用いたコンクリートはNo.1およびNo.2シリーズ共に水セメント比は60%、単位セメント量 $290\text{kg/m}^3$ である。RC曲げ部材の形状・寸法は $20 \times 25 \times 240\text{cm}$ の矩形断面ばりで、その配筋状況を図-2に示す。また、クリープおよび乾燥収縮用供試体の寸法は $20 \times 25 \times 50\text{cm}$ でRC部材と同じ断面である。これらの供試体には載荷日まで水の逸散を防止した。

### 3.3 載荷方法および計測方法

載荷はスパン210cm、せん断スパン長65cmの2点載荷とした。純曲げ区間80cmを試験区間として鉄筋ひずみ、ひびわれ幅およびたわみ量を計測した。鉄筋ひずみは溝を切削した鉄筋に2cmピッチでゲージを貼付し、これにより試験区間中央部40cmにわたって計測した。平均曲率はたわみ量から求めた。ひびわれ幅は標点距離5cmのコンタクトゲージ(精度 $1/1000\text{mm}$ )で計測した。載荷した曲げモーメントは鉄筋応力度でおよそ $1500\text{kgf/cm}^2$ (No.2Uは $1690\text{kgf/cm}^2$ )、 $2000\text{kgf/cm}^2$ (No.1Uは $2270\text{kgf/cm}^2$ )となるようにし、その経時変化は図-3に示すとおりである。他の計測項目は文献3)と同じであるので参照されたい。

### 4. 材料の性質

No.1シリーズのコンクリートの圧縮強度、引張強度および弾性係数は標準養生材令28日で $332, 29.4, 29.0 \times 10^4$ であり、載荷時で $349, 30.6, 28.9 \times 10^4$ (以上単位は全て $\text{kgf/cm}^2$ )である。No.2シリーズの場合は、 $378, 31.9, 32.0 \times 10^4, 390, 29.6, 31.3 \times 10^4$ (以上単位は全て $\text{kgf/cm}^2$ )である。

解析では弾性係数は一定とし、載荷時の値を用いた。実験により得られたクリープ係数及び乾燥収縮ひずみを示せば図-4、図-5のとおりであり、解析ではこれらの実測値を用いた。

解析に用いた付着特性は表-1に示すとおりであり、付着応力-すべり量曲線の勾配を決定する $\tau_{\max}, \delta_{\max}(t_i)$ は鉄筋ひずみの実測値に基づいて定めた。得られた付着応力-すべり量曲線は図-6に示すとおりである。

### 5. 実測値と解析値の比較

図-7は持続荷重を変化させた場合の平均曲率の経時変化について解析値と実測値を比較した一例を示したものである。載荷初期の間を除けば、持続荷重を変化させ

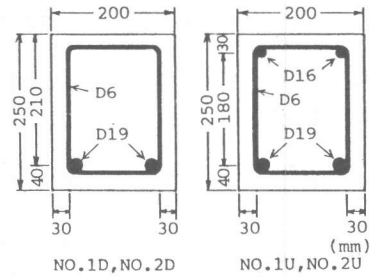


図-2 供試体の断面諸元

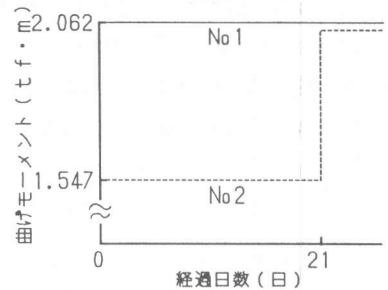


図-3 曲げモーメントの経時変化

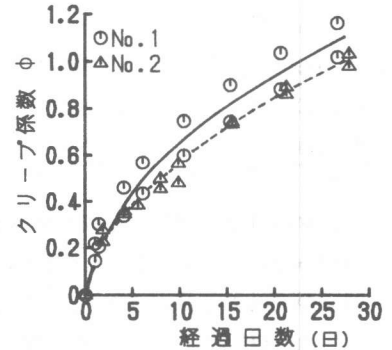


図-4 クリープ係数の経時変化

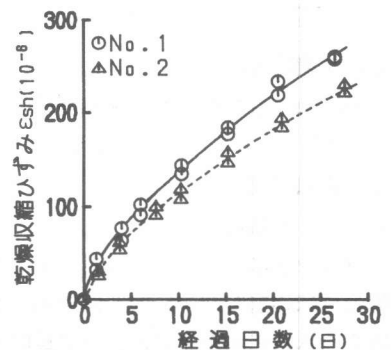


図-5 乾燥収縮ひずみの経時変化

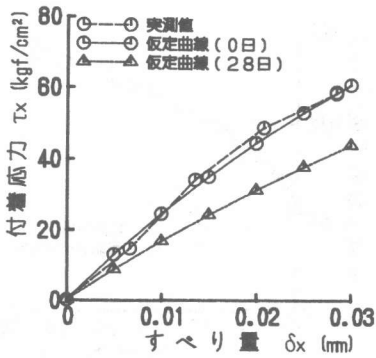


図-6 付着応力-すべり量曲線

表-1 解析に用いた付着特性

項目	計算に用いた定数および式
付着応力-すべり曲線	$\tau x = \tau_{max}(x) e^{\frac{\ln[(e-1)\delta x / \delta_{max}(ti)+1]}{(e-1)\delta x / \delta_{max}(ti)+1}}$
付着強度	$\tau_{max} = 140 \text{ kgf/cm}^2$ (ひびわれ近傍は除く)
付着強度時のすべり量	$\delta_{max}(t1) = 0.24 \text{ mm}$ (静的時)
ひびわれ近傍の付着強度の低下	$\tau_{max}(x) = \frac{a-x}{3.5Ds} \tau_{max}$ ( $a-3.5Ds \leq x \leq a$ ) a: ひびわれ間隔/2 Ds: 鉄筋径
付着クリープ	$\delta_{max}(ti) = (1.0+0.32ti)\delta_{max}(t1)$ ( $0 \leq ti \leq 1$ ) $\{1.32 + \frac{1.32(ti-1)}{1.64(ti-1)+134}\}\delta_{max}(t1)$ ( $1 < ti$ )

た場合にも実測値とよく一致していることがわかる。また、経過日数30日以内では有効弾性係数(EM)法による計算値もよく一致している。

図-8は圧縮縁から1cm下の位置における試験区間で平均した圧縮ひずみについて解析値と実測値を比較して示したものである。本解析法による値はEM法の場合と同様、実測値を小さく評価しているが、増加傾向については、比較的よい一致を示していると言えよう。また、この図から本解析値は持続荷重の増大前ではEM値より大きく、後では小さいこともわかる。

次に変形とひびわれ幅に重要な影響を与える鉄筋ひずみの最大値と平均値の経時変化について実測値と計算値を比較して示せば図-9のとおりである。実験値の平均ひずみは最大ひずみより

約20%程度小さく、その値は時間経過によらず変化しないことが示されている。解析値の場合、最大値と平均値との差は15%程度と実験値より小さいがその差が時間経過に依存しない性状はよく表現されている。これは付着クリープが生じて付着応力の低下が小さいためと考えられる<sup>3)</sup>。

EM法の場合に問題とされる経時変化について、圧縮縁応力を例にとりEM法と本解析法により求めた値を示したのが図-10である。この図に示されているように、本解析法と比べ、EM法は応力が低減する場合には大きく、増大する場合には小さくそれぞれ

評価する性質がある。これは、図-8に示すように、応力の低減域ではEM法の場合、本解析法よりひずみを小さく評価し、圧縮鉄筋応力度が本解析法で求めた値より小さくなる(図-11参照)ためと思われる。応力の増加域では、

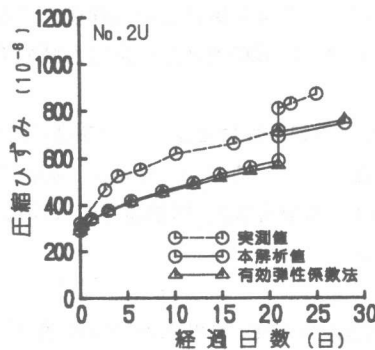


図-8 コンクリート圧縮ひずみの経時変化

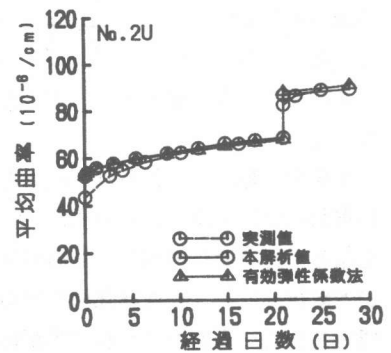


図-7 平均曲率の経時変化

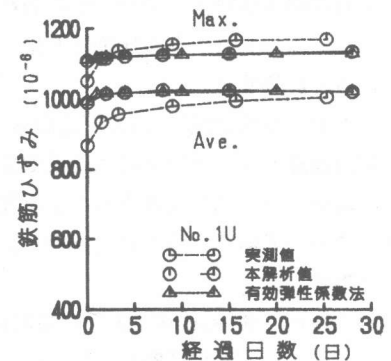


図-9 引張鉄筋ひずみの経時変化

逆にひずみを大きく評価するため小さくなるものと思われる。

最後に平均ひびわれ幅の経時変化について解析値と実験値の比較した結果を図-12と図-13に示す。EM法、本解析法いずれも実験値とかなりよく一致しており、ひびわれ間隔が適切に求められれば、ひびわれ幅の経時変化の精度よい評価が可能であることを示していると言えよう。

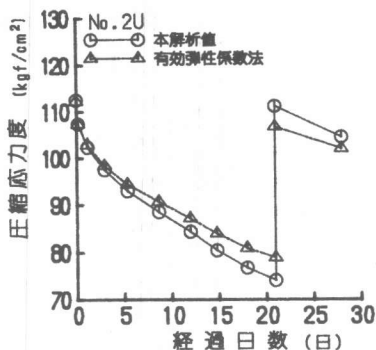


図-10 コンクリート圧縮緑応力度の経時変化

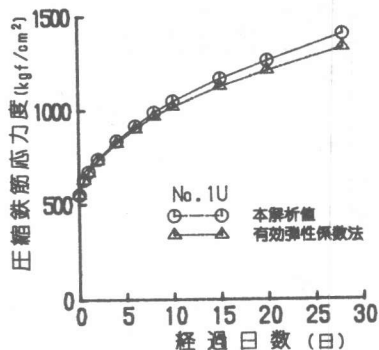


図-11 圧縮鉄筋応力度の経時変化

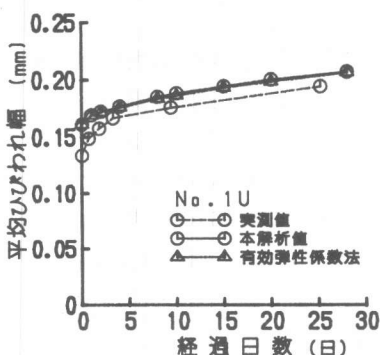


図-12 平均ひびわれ幅の経時変化

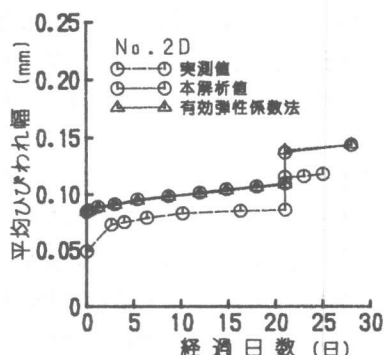


図-13 平均ひびわれ幅の経時変化

### 5. まとめ

本研究の範囲内で得られた結果を要約すれば以下のとおりである。

- 1)重ね合せ法を用い、付着応力-すべり量曲線に基づく、RC曲げ部材の変形、ひびわれ幅、応力などの経時変化の解析のための基礎方程式の定式化を行った。
- 2)本解析法は、RC曲げ部材の平均曲率、コンクリートの圧縮ひずみおよび鉄筋の平均ひずみの経時変化を、またひびわれ間隔が適切に評価されれば、平均ひびわれ幅の経時変化を、それぞれ比較的精度よく予測し得る。
- 3)有効弾性係数法は変形・ひびわれ幅については本解析法は同程度の予測精度を有している。しかし、コンクリートの圧縮応力については、本解析値と比べ応力低減域では大きく、増加域では小さく評価する。

なお、本解析法は2.1の仮定のもとで、付着特性に及ぼす応力履歴の影響を取り込めば複雑な応力履歴を受ける場合にも適用できると考えられるので、今後はこの点について検討したい。

〔謝辞〕本研究は文部省の科学研究費（一般研究(C)、課題番号01550372）の援助のもとで実施したものであり、厚くお礼を申し上げます。

### <参考文献>

- 1)佐藤良一他:持続荷重を受けるRC曲げ部材の変形・ひびわれ、JCI年講、Vo. 9, pp217-222, 1987
- 2)Neville A.M.他:CREEP OF PLAIN & STRUCTURAL CONCRETE, Construction Press, 1983
- 3)鈴木雅博他:RC部材の長期変形とその機構に関する一検討、土木学会年講、pp520-521, 1989