

論文

[2069] 中心軸圧縮を受ける鉄筋コンクリート柱の非線形モデル

正会員○吉川弘道(武蔵工業大学工学部)

正会員 石川雅美(東急建設技術研究所)

正会員 山本俊彦(東急建設技術研究所)

相馬直人(武蔵工業大学学生)

1. まえがき

鉛直軸圧縮力を受ける鉄筋コンクリート柱は、横補強筋を配することによって、その体積膨張を拘束し、強度・靱性が著しく改善される。このような拘束されたコンクリートは3軸圧縮状態となり(図1)、いわゆるconfined concreteと呼ばれ、Kent・Park、Iyenger、六車らなどのいくつかのモデル化が提案されている(これについては、例えば[1]に詳しい)。これらの研究は、いずれも横補強筋量およびその形状・ピッチ、あるいはコンクリートの圧縮強度などを影響因子とする実験式で記述され、実験結果との良好な一致を見ている。これらの研究は、その対象とする実験の範囲内においては、その実験結果を精度良く説明するものの、拘束状態のメカニズムに基づいたものとは言い難い。

そこで、本研究は、このような実験的な立場とは異なり、連続体力学で常用される3個の支配方式により、RC柱の力学場を記述することから出発し、その非線形挙動(変形・強度)に関する解析モデルの構築を試みるものである。

2. 解析モデルの定式化

横補強筋による変形拘束を受けるコンクリートは、連続体力学の立場からみると、直交異方性によって記述される3次元応力状態、もしくは静水圧成分と偏差成分によって合成される八面体応力状態とみなすことができる。本研究は、前者の立場をとり、平衡条件、適合条件、構成方程式の3個の支配方程式によって、定式化を試みるものである。対象とする部材は、横補強筋(らせん鉄筋または帯鉄筋)を有するRC柱とし、中心軸圧縮応力 σ_z と対応する軸圧縮ひずみ ϵ_z との構成関係を導出するものである。

まず、載荷軸方向をZ、その横方向をX、Yとし、コンクリートの応力を σ^c_x 、 σ^c_y 、 σ^c_z 、鉄筋の応力を σ^s_x 、 σ^s_y (ただし、通例、 σ^s_x 、 $\sigma^s_y > 0$ となる。)とする(図1)。外的に作用する軸圧縮応力 $\sigma_z (< 0)$ に対して、各材料の応答応力は、次のような平衡条件によって関係づけられる。

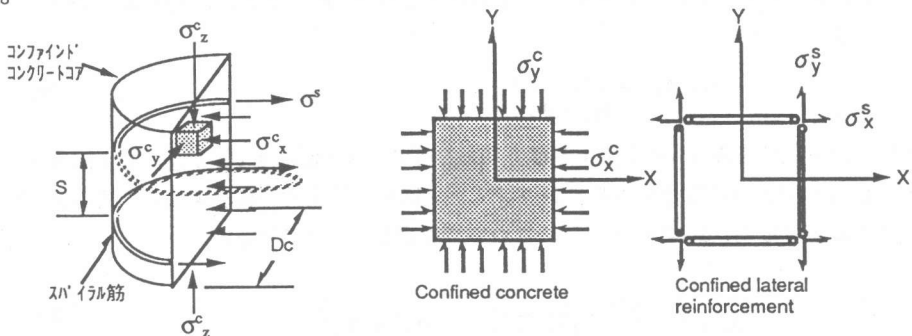


図1 Confined Concrete モデル

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x^c \\ \sigma_y^c \\ \sigma_z^c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_x^s \\ \sigma_y^s \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

次に、コンクリートの構成方程式を次式のような直交異方性材料として記述する。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^c \\ \sigma_y^c \\ \sigma_z^c \end{pmatrix} = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu)E_x & \nu E_{xy} & \nu E_{xz} \\ \nu E_{xy} & (1-\nu)E_y & \nu E_{yz} \\ \nu E_{xz} & \nu E_{yz} & (1-\nu)E_z \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

ただし、 E_x 、 E_y 、 E_z は各々、X方向、Y方向、Z方向の弾性係数を示し、 E_{xy} 、 E_{yz} 、 E_{zx} はその非対角成分で、これらは次のようにして算出する。

$$E_i = E_i(\varepsilon_i) \quad (i = x, y, z) \quad (2-2)$$

$$E_{ij} = \frac{|\sigma_i|E_i + |\sigma_j|E_j}{|\sigma_i| + |\sigma_j|} \quad (i, j = x, y, z, i \neq j)$$

ν はポアソン比を表し、3方向同一と仮定する。また、鉄筋の構成方程式を次式のように表す。

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^s \\ \sigma_y^s \\ \sigma_z^s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} pE_s & 0 & 0 \\ 0 & pE_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで、 E_s は鉄筋の弾性係数であり、 p は鉄筋比(面積比)を示す。

上式から判断されるように、本論で用いる鉄筋応力は実際の鉄筋鋼棒に作用している応力ではなく、これに鉄筋比を乗じて求めたもので、いわゆるsmeared out 処理したものである。このことよって、鉄筋をせん断剛性のない連続体とみなすことができ、式(1)から続く、以下の展開が可能になる。また、コンクリートの構成方程式(2-1)におけるひずみベクトルは、鉄筋に対する式(3)のひずみベクトルと同一のものとしている。これは、コンクリートおよび鉄筋の両材料が一体となって変形すると仮定するものであり、ひびわれが発生していない状態では十分有効であると考えられる。このような仮定は、本定式化過程におけるひずみの適合条件ともみなすことができる。式(2)、(3)を式(1)に代入すると次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} (1-\nu)E_x^* + pE_s & \nu E_{xy}^* & \nu E_{xz}^* \\ \nu E_{xy}^* & (1-\nu)E_y^* + pE_s & \nu E_{yz}^* \\ \nu E_{xz}^* & \nu E_{yz}^* & (1-\nu)E_z^* \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (4)$$

ただし、式中の E^* は、 $E/(1+\nu)(1-2\nu)$ を意味する。

ここで、正方形断面を考えると、X方向とY方向のひずみと応力およびこれに依存する弾性係数は等しくなり、対象とする3次元部材は、Z方向にのみ異方性を有する面内等方性(transversely isotropic)となる。このことから、 $\varepsilon_x = \varepsilon_y$ 、 $E_x^* = E_y^* = E_{xy}^*$ となり、式(4)の関係から次式を導くことができる。

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = -\frac{\nu E_{xz}^*}{E_x^* + pE_s} \varepsilon_z \quad (5)$$

上式は、軸方向ひずみ ε_z に応答する横方向のひずみ ε_x または ε_y との関係式と解釈することができ、これら両者が異符号であり、かつポアソン比や鉄筋剛性に依存することをうかがい知ることができる。さらに、式(4)を σ_z と ε_z について整理し、次式に至る。

$$\sigma_z = \left\{ -\frac{(\nu E_{xz}^* + \nu E_{yz}^*)\nu E_{xz}^*}{E_x^* + pE_s} + (1-\nu)E_z^* \right\} \varepsilon_z \quad (6)$$

ここで、XY面内の面内等方性を再度利用し、次式のような無次元量 m_1, m_2, n を定義する。

$$m_1 = \frac{E_{yz}^*}{E_x^*} = \frac{E_{yz}^*}{E_x^*}, \quad m_2 = \frac{E_{xz}^*}{E_z^*} = \frac{E_{yz}^*}{E_z^*}, \quad n = \frac{E_s}{E_x^*} \quad (7)$$

このようにすると、式(6)は次のように書き換えられる。

$$\sigma_z = \left\{ (1-\nu) - \frac{2\nu^2 m_1 m_2}{1+np} \right\} E_z^* \varepsilon_z = \left\{ \frac{(1-\nu)(1+np) - 2\nu^2 m_1 m_2}{(1+\nu)(1-2\nu)(1+np)} \right\} E_z \varepsilon_z \quad (8)$$

上式が、軸ひずみ ε_z と対応する軸応力 σ_z の関係を表す構成方程式であり、鉄筋とコンクリートとを合体とした合成材料と考えることができる。さらに、式(8)右辺の係数部分を β として、

$$\sigma_z = \beta E_z \varepsilon_z \quad \text{ただし、} \quad \beta = \frac{(1-\nu)(1+np) - 2\nu^2 m_1 m_2}{(1+\nu)(1-2\nu)(1+np)} \quad (9)$$

のように表示すると、この β 値は横補強筋による拘束効果を醸し出す無次元変数に他ならない。

また、横補強筋が存在しない場合($np=0$)と完全剛体となる場合($np=\infty$)の両極端を考えると、

$$np=0 \rightarrow m_1 = m_2 = 1 : \sigma_z = E_z \varepsilon_z \quad (\beta=1) \quad (10-1)$$

$$np=\infty : \sigma_z = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} E_z \varepsilon_z \quad \left(\beta = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \right) \quad (10-2)$$

のように求めることかでき、各々、平面応力および平面ひずみの構成関係となる。同様に、ポアソン効果が存在しない場合($\nu=0$)、式(10-1)と同様に拘束効果が表れない結果となる。

さらに横方向(x,y方向)のコンクリートの応力は次式のように表すことができる。

$$\sigma_x^c = \sigma_y^c = \frac{\nu m_1 n p}{(1+\nu)(1-2\nu)(1+np)} E_x \varepsilon_z = \frac{\nu m_2 n p}{(1+\nu)(1-2\nu)(1+np)} E_z \varepsilon_z \quad (11)$$

横補強筋の応力 σ_{sx} , σ_{sy} は、式(1)から判断されるように、上記のコンクリート応力に対して同値異符号として与えられる。

3. 材料の非線形モデル

上記の解析モデルを実行するには、さらにコンクリートおよび鉄筋の材料モデルを組み込む必要があり、本モデルではどのような構成則および3軸効果も組込むことが可能である。なお、以下の展開及び数値計算例では割線線性を採用している。まず、コンクリートの非線形モデルについては、次式のような単軸モデル[2]を出発点とする(図3)。

$$\sigma/f_c = \frac{(E_0/E_s)(\varepsilon/\varepsilon_c)}{1 + A(\varepsilon/\varepsilon_c) + B(\varepsilon/\varepsilon_c)^2 + C(\varepsilon/\varepsilon_c)^3} \quad (12)$$

ここで、 f_c と ε_c は、圧縮強度とその時のひずみ、 f_u と ε_u は、軟化時の応力と対応するひずみを表し、さらに弾性係数については、 E_0 =初期弾性係数、 $E_s = f_c/\varepsilon_c$ 、 $E_u = f_u/\varepsilon_u$ 、とする。また、A、B、Cは定数で次式のように定義される。

$$A = \frac{E_0/E_u + (q^3 - 2q^2)E_0/E_s - (2q^3 - 3q^2 + 1)}{(q^2 - 2q + 1)q} \quad (13-1)$$

$$B = (2E_0/E_s - 3) - 2A \quad (13-2)$$

$$C = (2 - E_0/E_s) + A \quad (13-3)$$

$$q = \varepsilon_u/\varepsilon_c \quad (13-4)$$

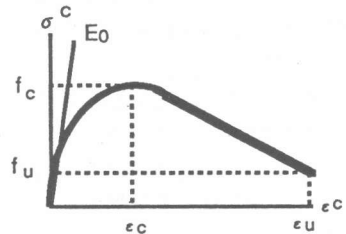


図3 単軸モデルの応力～ひずみ関係

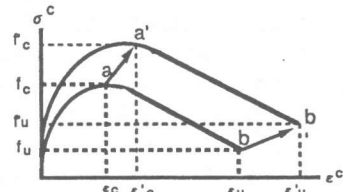


図4 多軸場の応力～ひずみ関係

このような、 ϵ / ϵ_c を変数とする分数関数とこれに種々のパラメータ (E_s, E_u, p) を混入させることにより、応力ひずみ曲線の非線形性はもちろんのこと、ピーク以降の軟化域 (softening zone) を含めて実現象を忠実に表現することができる。さらに補強筋の拘束効果により、コンクリートは多軸圧縮応力状態となり、ピーク時の応力とひずみは増大することが知られているが、これをモデル化する必要がある。これは、図4に示すように、頂点を $a \rightarrow a'$ および、軟化点を $b \rightarrow b'$ のように移動すると考える。すなわち、算定式において $(f_c, \epsilon_c) \rightarrow (f'_c, \epsilon'_c)$ 、 $(f_u, \epsilon_u) \rightarrow (f'_u, \epsilon'_u)$ のように置き換えるもので、 $f'_c, \epsilon'_c, f'_u, \epsilon'_u$ を次のように与える[3]。

$$f'_c = 4.1 \sigma'_x + f_c, \quad f'_u = 4.1 \sigma'_x + f_u \quad (14-1)$$

$$\epsilon'_c = 546 + 3.64 f_c + 150 \sigma'_x, \quad \epsilon'_u = 4 \epsilon_c \quad (14-2)$$

(ϵ : micro f_c, σ : kg/cm²)

4. 数値シミュレーションと実験結果の比較

次に、上記で定式化した解析モデルに材料の非線形モデルを導入して、数値シミュレーションを試みる。ここでは鉄筋比をパラメータ ($p=0.5 \sim 4\%$) として、軸ひずみ ϵ_z に応答する軸応力 σ_z と鉄筋応力 σ^s_x, σ^s_y との関係を求め、これを図5, 6に示した。同図はピーク前後から軟化域にわたる非線形形状や横補強筋の拘束効果による強度・靱性の向上が良くシミュレートされていると言える。最終的には実験結果との照合が欠かせないが、定性的には拘束コンクリートの非線形挙動を良く再現している。

図7は、西山らの実験結果[4]について本モデルを適用し、比較したものである。解析結果と実験結果は比較的よく合致しているが、ピーク以降の軟化域については十分とはいえない。ただし、初期のポアソン比を0.25とし、ピーク直前からこれを増加させている。これは、単軸時の軟化曲線形やポアソン比の効果についての検討が必要であることを示唆するものである。

5. あとがき

本研究は、3軸応力状態にあるコンクリートと補強筋で構成される複合材料を解析的に再現し得ることを試みたものである。これによって、基本的な非線形性や、補強筋の拘束効果を十分に説明できることが確認された。今後は、破壊近傍での体積膨張(dilatation)の表現と横補強筋のピッチと形状の評価などを付加することにより、本理論をさらに発展させることを考えている。

<参考文献>

- [1] 加藤大介: コンクリート構造物の靱性とその評価方法に関するコロキウム、7.2 配筋詳細と靱性 (中心軸方加力柱の実験データの整理)、(委員会報告)、日本コンクリート工学協会、昭和63年3月、pp.1-137~153。
- [2] Klaus-jurgen Bathé: Nonlinear analysis of concrete structures, Computers and Structures Vol.32, No3/4, 1989
- [3] Richart, F.E., A. Brandtzaeg, and R.L. Brown (1928): A Study of the failure of concrete under combined compressive stress, Univ. Ill. Eng. Exp. St. Bull. 185., Richart, F.E., A. Brandtzaeg, and R.L. Brown (1929): The failure of plain and spirally reinforced concrete in compression, Univ. Ill. Eng. Exp. St. Bull. 190, April
- [4] 西山・六車・渡辺: 横拘束によるコンクリート部材の曲げ靱性改善、コンクリート構造物の靱性とその評価方法に関するコロキウム 論文集、1988.3, II-33~44。

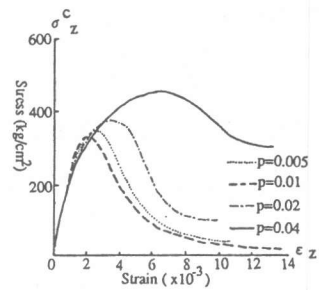


図5 ϵ_z と σ_z の関係

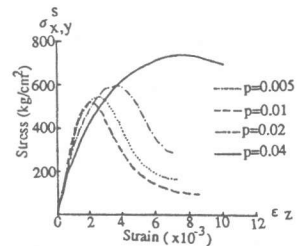


図6 ϵ_z と σ_s の関係

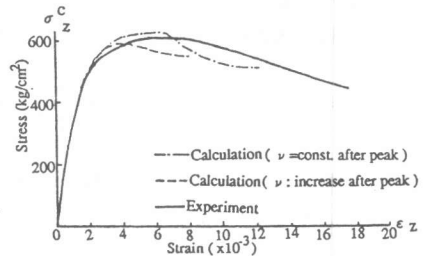


図7 実験結果との比較