

論文

[1067] 乾燥によるコンクリートの変形と応力の数値シミュレーション

正会員○椿 龍哉 (横浜国立大学建設学科)

下場和重 (横浜国立大学大学院)

Monoj K. DAS (横浜国立大学大学院)

1. 序論

コンクリートのクリープや乾燥収縮等の時間依存材料特性には、弾性係数や強度に比べて大きな統計的変動が含まれていることがこれまでに指摘されている[1]。この統計的変動は、周囲の温度や湿度等の変動のような外部要因と、コンクリートの配合等の変動に代表される内部要因により生じると考えられる。また、コンクリートのクリープや乾燥収縮は、コンクリート内の水分移動やひびわれ等の巨視的な内部機構により影響を受けることも明らかにされている[2]。このようなコンクリートの時間依存材料特性の内部機構は実際に供試体を用いて行う実験では把握することが困難である。そこで、数値シミュレーションにより検討することが考えられるが[3]、少なくとも粗骨材の構造レベルで数値シミュレーションを行うためには、数値モデル化に多くの自由度が必要となる。本研究では、このような数値モデル化の際に、「コンクリート要素」[4]と称する一種の複合要素を用い、それが乾燥収縮の解析に有効であることを示す。また、本解析により、乾燥収縮の統計的変動における粗骨材の配置に代表されるコンクリートの内部構造の影響度を定量的に把握する。

2. 数値シミュレーションの手法

2. 1 コンクリート要素

コンクリート要素は、粗骨材、モルタル、およびそれらの界面領域から成る構造単位として考えられたものである(図-1参照)。これらの3種類の部分を複数の8節点アイソパラメトリック要素で表したものを図-2に示す。粗骨材の大きさや界面領域の厚さ等は任意に設定することができる。一般に、有限要素法の剛性方程式は次式により表される。

$$KU = F + F'' \tag{1}$$

ここに、 $K$ は要素剛性マトリックス、 $U$ は変位ベクトル、 $F$ は節点荷重ベクトル、 $F''$ は乾燥収縮ひずみ、クリープひずみ等の非弾性ひずみによる等価節点荷重ベクトルである。式(1)をコンクリート要素の外部節点に関する部分と内部節点に関する部分に分けて表すと次のようになる。

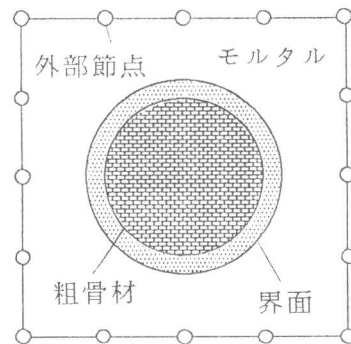


図-1 コンクリート要素の構成

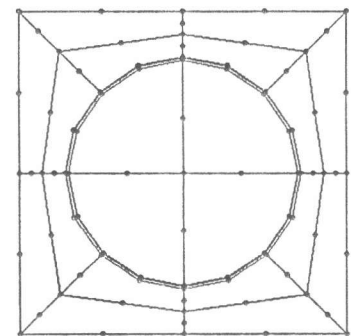


図-2 コンクリート要素の内部要素分割

$$\begin{bmatrix} K_{EE} & K_{EI} \\ K_{IE} & K_{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_E \\ U_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_E \\ F_I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_E'' \\ F_I'' \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここに、添字 E と I は、各々、外部節点と内部節点に関する量を区別する。内部節点には外荷重が作用しないとすると、 $F_I = \mathbf{0}$  であることから、コンクリート要素の外部節点のみに関係する要素剛性方程式が次の式(3a)のように求められる。コンクリートの要素剛性マトリックスとしては式(3b)を用いる。

$$\bar{K} U_E = \bar{F} ; \bar{K} = K_{EE} - K_{EI} K_{II}^{-1} K_{IE} \quad (3 a, b)$$

$$\bar{F} = F_E + F_E'' - K_{EI} K_{II}^{-1} F_I'' ; U_I = K_{II}^{-1} (F_I'' - K_{IE} U_E) \quad (4 a, b)$$

式(4b)はコンクリート要素の内部節点の変位を求めるためのものである。ここで用いるコンクリート要素は、外部節点が16個あるため、式(3b)で与えられる要素剛性マトリックスは 32x32の大きさである。一方、このコンクリート要素に用いられる全節点数は93個であるから、要素剛性マトリックスの大きさは式(3, 4) による内部節点の消去により、大幅に縮小されている。

## 2. 2 水分拡散の解析

本研究では、乾燥にともなうコンクリート内の水分拡散は、非線形拡散方程式により表されると仮定する。一般に拡散係数は、コンクリート内の湿度の関数であり、ここでは Bažant ら[5] により提案されている式をもとに、図-3 に示すような折線モデルをモルタルと界面部分に用いた。粗骨材の拡散係数には、モルタルに比べて無視できる程度の小さな値を用いた。

## 2. 3 乾燥収縮の解析

乾燥収縮を解析するためには、コンクリート内の湿度と無拘束状態におけるモルタルの収縮ひずみの関係が必要である。ここでは、モルタルの収縮量と湿度が線形関係にあると仮定し、湿度の増分と収縮量の増分間の係数を  $\kappa = 1.6 \times 10^{-3}$  とする[6, 7]。こうして求められた無拘束収縮量を初期ひずみとして等価節点力に換算し、式(4a)に代入する。

## 3. 数値解析例

コンクリートの乾燥収縮を検討するためのモデル供試体は2次元構造として、寸法は 10cm x 30cm とした。この寸法は乾燥収縮やクリープの測定を行う場合の縦横の寸法比の標準的な値を参考に決定した。これを一辺の長さが 2.5 cm の正方形のコンクリート要素で分割した。ここでは粗骨材の直径とコンクリート要素の辺長の比が0.3、0.5、0.7、0.9 の4種類のコンクリート要素を同じ個数用いた。界面部分の厚さはコンクリート要素の辺

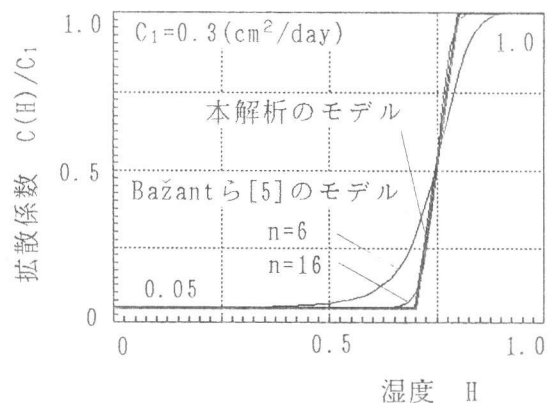


図-3 拡散係数の湿度依存性

長の 1/100とした。図-4 にモデル供試体の要素分割図の一例を示す。このモデル供試体のコンクリート要素数は48、外部節点数は401、総要素数は1344、総節点数は4097である。4種類のコンクリート要素は、一様乱数を用いてランダムに配置した。本研究では、このようなモデル供試体を合計30体作成し、水分拡散と乾燥収縮について解析した。以下にこれらの解析の結果をまとめる。

### 3. 1 水分拡散の解析結果

コンクリートの初期の内部湿度は全領域で100%、また、外部周辺の湿度は70%に保たれるものとした。モルタルと界面領域の拡散係数には図-3に示す非線形モデルを用いた。非線形拡散方程式を時間に関して差分法を用いて解くことにより、図-5に示すようなコンクリート内の湿度分布の経時変化が得られた。なお、粗骨材は不透水性であると考え、その内部の湿度分布は図-5の分布には示していない。図-5に示した結果より、モデル供試体内部の湿度分布が粒径の大きい粗骨材の配置に大きく影響されることがわかる。

また、モデル供試体全体の湿度分布から、30体の供試体について水分逸散量を計算し、その統計量、すなわち平均値と変動係数の経時変化を図-6に示す。水分逸散量の平均値は、乾燥時間の平方根に比例するという均一材料に対する結果と同様の傾向を示している。なお、この平均値は、全体がモルタルの供試体で、与えられた初期条件と境界条件のもとで生じる最大水分逸散量により正規化した値である。また、水分逸散量の変動係数は、乾燥時間が約20日の時点で最大値 3% を示し、以下乾燥時間とともに減少する傾向がある。これは、粗骨材の分布による水分拡散の統計的変動がこの時期に最大になることを意味し、ある程度乾燥が進

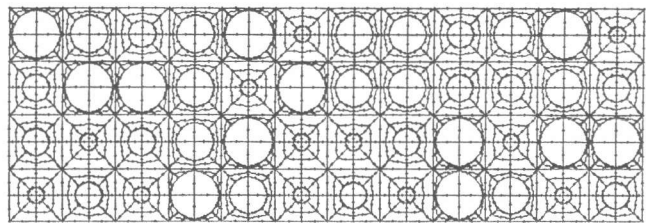
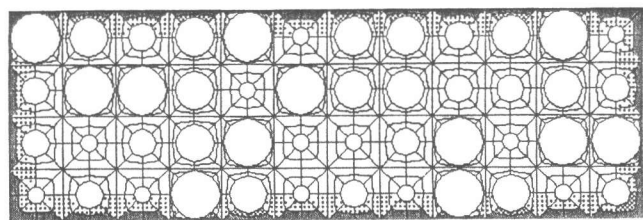
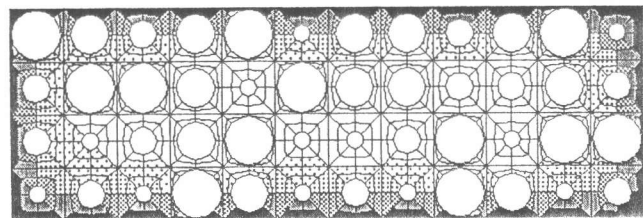


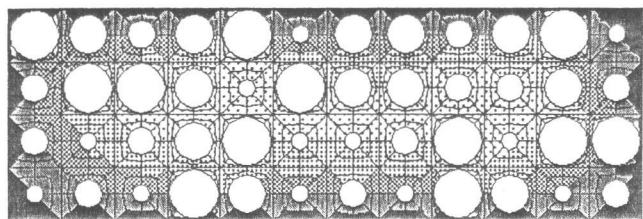
図-4 解析モデルの要素分割



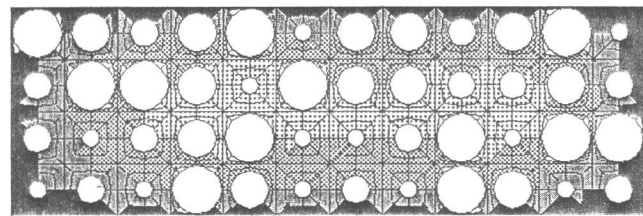
(a) 乾燥時間  $t-t_0=1$  日



(b) 乾燥時間  $t-t_0=10$  日



(c) 乾燥時間  $t-t_0=30$  日



(d) 乾燥時間  $t-t_0=50$  日

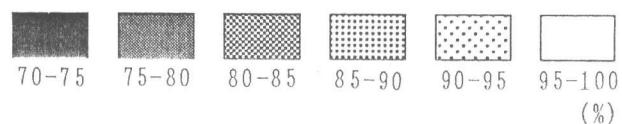


図-5 コンクリート内の湿度分布

むとその影響が小さくなることがわかる。水分逸散量の変動係数については、Reinhardt らの実験的研究[8]で乾燥時間 300日の時点で数パーセントの値であることが報告されている。本研究では粗骨材の分布の影響のみを扱ったため、配合やその他の変動を含む実験結果と比べ変動係数の最大値がやや小さい値となっていることがわかる。

### 3. 2 乾燥収縮の解析結果

コンクリートと界面領域は同一の材料特性であると仮定し、弾性係数は、 $E=2.0 \times 10^5$  (Kgf/cm<sup>2</sup>)、ポアソン比は、 $\nu=0.2$ とした。また、粗骨材の材料特性は、 $E=2.0 \times 10^6$  (Kgf/cm<sup>2</sup>)、 $\nu=0.2$ とした。粗骨材の材料特性の値は、粗骨材の剛性がモルタルの剛性に比べて相当に剛である場合を想定して決定した。また、モデル供試体は、長軸方向の拘束がないように、長軸方向図心軸の両端を、左端が固定支持、右端が可動支持されている。

まず、コンクリートの乾燥収縮によるモデル供試体の変形の経時変化の一例が図-7に示されている。この図では、長軸方向と短軸方向の変位を全ての乾燥時間について同一倍率で拡大している。変形した供試体の周辺の外枠は、初期の供試体形状を表している。この図から、粒径の大きい粗骨材により変形の不均一性が生じていること、および、乾燥の影響を強く受ける表面付近、特に供試体の角の部分の変形が大きいことなどが確認される。粗骨材の不均一な分布の影響により、このモデル供試体の場合、下部の乾燥の程度が比較的大きく(図-5(d)参照)、また、上部の剛性が相対的に大きいため、全体として、上に凸となるような曲率で変形していることがわかる。このように、供試体表面付近の粗骨材の分布状況により、供試体の変形も大きく影響を受けることが確認された。

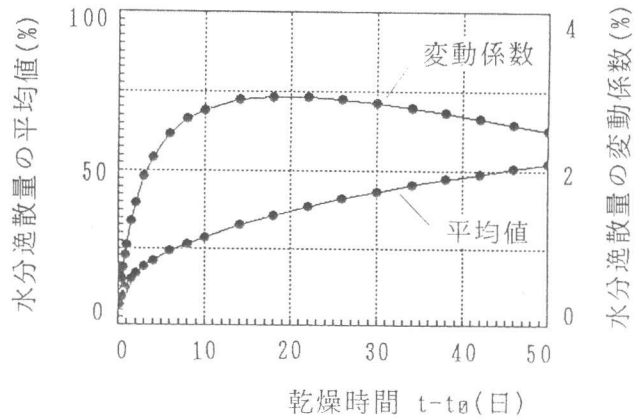
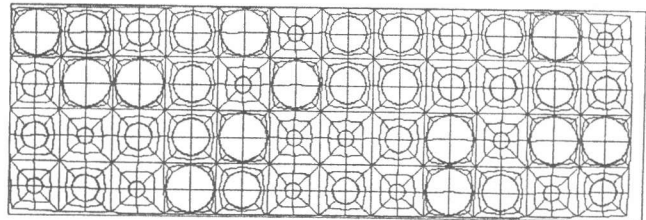
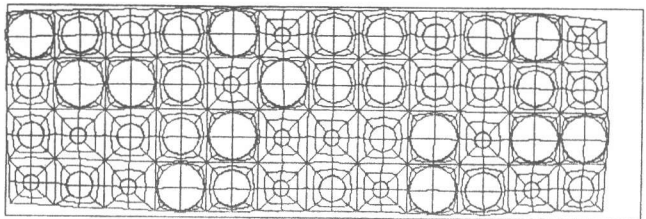


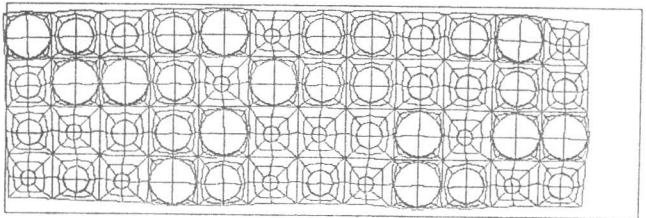
図-6 水分逸散量の経時変化



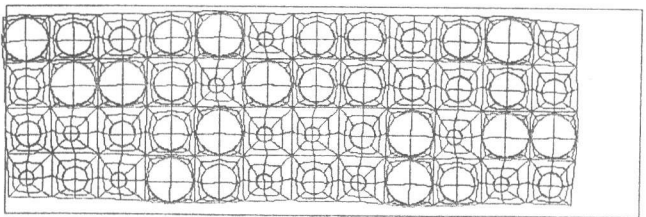
(a) 乾燥時間  $t-t_0=1$ 日



(b) 乾燥時間  $t-t_0=10$ 日



(c) 乾燥時間  $t-t_0=30$ 日

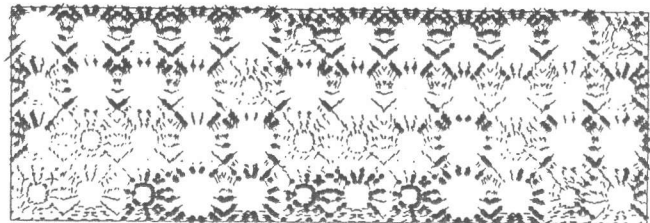


(d) 乾燥時間  $t-t_0=50$ 日

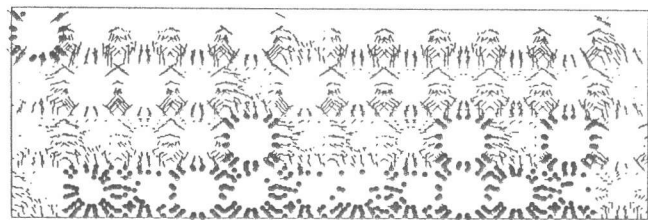
図-7 乾燥収縮による変形

乾燥により発生する応力については、変形の場合と同一のモデル供試体について乾燥時間が10日の時点でモルタル部分に発生する主応力の方向と相対的な大きさの分布が図-8に示されている。引張応力は、表面に作用する張力、あるいは、内部の粗骨材間の張力として現れ、また、圧縮応力は、中央部分および下部で比較的大きな値となり、全体として、不均一性が確認できる。

次に、モデル供試体の乾燥による変形に関し、30体の解析結果からその統計量を計算した(図-9参照)。図-9(a)は、長軸方向の両端面間の変位をもとに計算した乾燥収縮ひずみの各場所の平均値と変動係数であり、図-9(b)は短軸方向の両端面間の変位から計算したものである。計算した位置については、長軸方向については左端、短軸方向については下端の点を原点とする辺長で無次元化した座標で表している。乾燥収縮ひずみの平均値については、長軸方向と短軸方向ともに、中心部よりも表面の変形が大きく、それが乾燥時間とともに増加することがわかる。短軸方向では、表面付近の骨材



(a) 引張主応力



(b) 圧縮主応力

図-8 乾燥収縮による応力  
(乾燥時間  $t-t_0=10$ 日、●は高応力を表す)

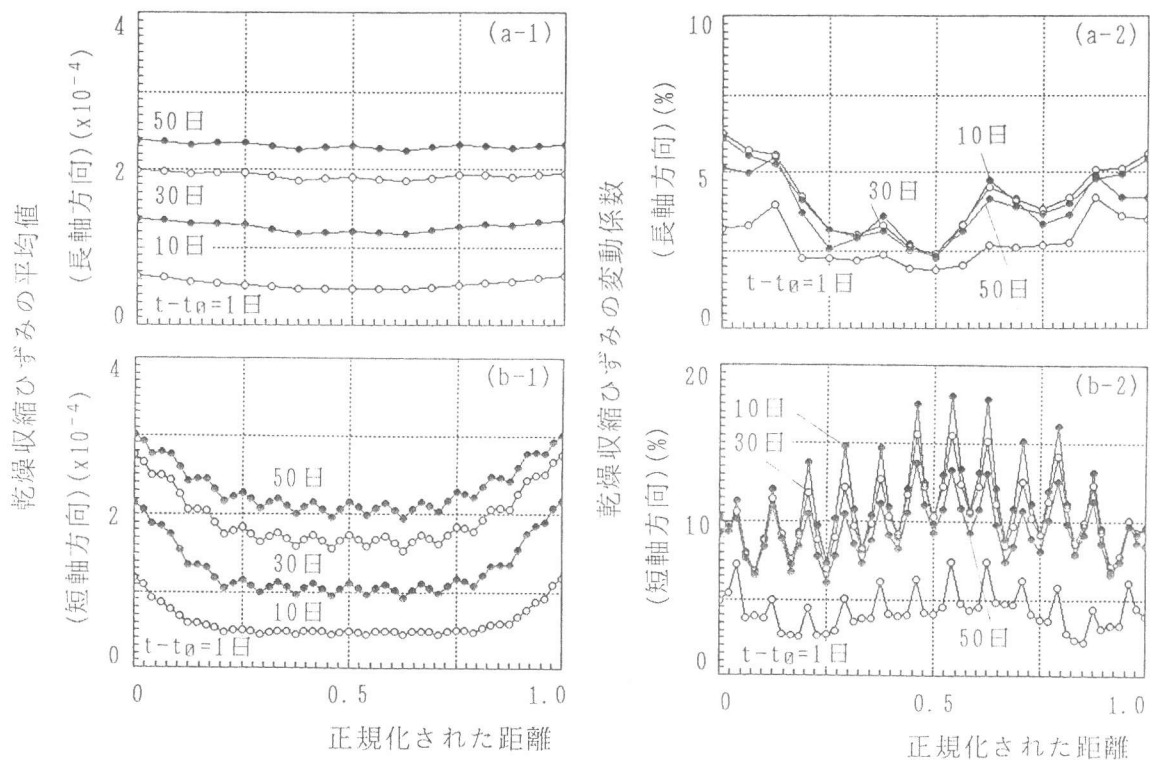


図-9 乾燥収縮ひずみの平均値と変動係数の分布：(a)長軸方向、(b)短軸方向

中心部分で収縮量が小さいことが顕著に現れている。また、乾燥収縮ひずみの変動係数については、乾燥時間とともに増加し、10日から30日の間で最大になり、それ以降は減少する傾向にある。これは、水分逸散量の結果と対応している。また、表面付近の粗骨材中心位置で大きな値を示し、粗骨材の分布の影響が大きいことが確認される。

表-1 乾燥収縮ひずみの統計的変動

乾燥時間 $t-t_0$ (日)	長軸方向		短軸方向	
	平均値 ( $\times 10^{-4}$ )	変動係数 (%)	平均値 ( $\times 10^{-4}$ )	変動係数 (%)
1	0.537	2.78	0.602	4.29
10	1.263	3.86	1.299	10.93
30	1.915	4.23	1.950	10.39
50	2.300	4.06	2.334	9.41

短軸方向の変動係数が供試体中央部で大きくなるのは、辺長が短いため周辺の粗骨材の変動がより大きな影響をおよぼすためと思われる。これらの統計量の供試体辺上の分布の平均を表-1に示す。本研究の解析の範囲では、供試体の長軸方向に測定した乾燥収縮について、粗骨材の分布により生じる変動係数の平均は約4%、表面付近では最大6%程度になることが示された。乾燥収縮の変動係数の大きさの範囲と時間変化の傾向は、Reinhardtら[8]やBažantら[9]の実験結果と同様である。ただし、これらの実験結果には配合の変動や測定誤差等の影響も含まれている。

#### 4. 結論

コンクリートの乾燥収縮の巨視的な内部機構とその統計的変動の傾向を把握するために、コンクリート要素を用いた有限要素解析によりモデル供試体に関して数値シミュレーションを行った。その結果、コンクリートを粗骨材の構造レベルでモデル化する場合、コンクリート要素を用いることにより、実際の解析に影響する自由度の数を大幅に減少させることができ、解析を効率よくできることが確認された。また、数値シミュレーションの結果、粗骨材のランダムな空間的配置が水分拡散および乾燥収縮の統計的変動におよぼす影響の程度を把握することができた。

#### 参考文献

- 1) Tsubaki, T., et al.: Probabilistic Models, Chap.5, Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete, Ed. by Z.P. Bažant, Wiley, pp.311-383, 1988
- 2) Young, J.F., et al.: Physical Mechanisms and Their Mathematical Description, Chap.1, Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete, Ed. by Z.P. Bažant, Wiley, pp.63-98, 1988
- 3) Roelfstra, P.E., Sadouki, H. and Wittmann, F.H.: Le beton numerique, Materials and Structures, Vol.18, pp.327-336, 1985
- 4) 椿龍哉・下場和重: コンクリートの材料特性の有限要素シミュレーションに関する一考察、構造工学における数値解析法シンポジウム論文集、Vol.14、pp.425-430、1990.7
- 5) Bažant, Z.P. and Najjar, L.J.: Nonlinear Water Diffusion in Nonsaturated Concrete, Materials and Structures, Vol.5, pp.3-20, 1972
- 6) Neville, A.M.: Properties of Concrete, 3rd Ed., Pitman, London, 1981
- 7) Wittmann, F.H.: Deformation of Concrete at Variable Moisture Content, Chap.19, Mechanics of Geomaterials, Ed. by Z.P. Bažant, Wiley, pp.425-459, 1985
- 8) Reinhardt, H.W., et al.: Variability of Creep and Shrinkage of Concrete, Fundamental Research on Creep and Shrinkage of Concrete, Ed. by F.H. Wittmann, Martinus Nijhoff Publishers, The Hague, pp.93-108, 1982.
- 9) Bažant, et al.: Statistical Extrapolation of Shrinkage Data - Part I: Regression, ACI Materials Journal, Vol.84, No.1, pp.20-34, Jan.-Feb., 1987.