

## 論文

## [2009] ハイブリッドストレスモデルによる複合破壊解析

正会員 伊良波繁雄 (琉球大学土木工学科)

## 1. はじめに

有限要素法でコンクリートのひびわれを取り扱う方法として、離散ひびわれを仮定する方法と分布ひびわれを仮定する方法がある。筆者は既報 [1] で離散ひびわれを仮定した解析方法として、ハイブリッド型コンプリメンタリエネルギーの原理に引張軟化構成式をラグランジュの未定乗数法で導入し、その停留条件式より、弾塑性剛性方程式を導く方法を示した。そして、その弾塑性剛性方程式を用いて、コンクリートが急激に破壊する現象 (例えば snap-back が表れる様な破壊) でも解析できるような増分法のアルゴリズムを示した。解析例としては切り欠きを有するコンクリートはりの直接引張試験、内圧を受ける中空円筒の破壊 [2] のシミュレーションのように、ひびわれ面に作用する応力が引張応力のみでせん断応力が零の場合は、これらの結果は良好であることが分かった。しかし、この解析法では引張軟化が生じているときのせん断応力の取扱については、単純にせん断応力を解放する手法を用いているため、Arrea & Ingraffea らの行った切り欠きを有するはりのせん断試験のシミュレーションでは、最大荷重後の荷重低下域で破壊が進行してもある一定の荷重を保持しており、複合モード破壊については、さらに、検討を必要とした [1]。このために、本研究では複合モード破壊に関する、Hassanzadeh [3] の実験を参考に、せん断応力の影響を考慮に入れた引張軟化解析法を示した。解析例としては切り欠きを有するはりのせん断試験のシミュレーションとせん断力と軸力を受ける無筋コンクリート柱の破壊実験のシミュレーションに適用し解析方法の妥当性を検討した。

## 2. 解析方法

## 2.1 変分原理

変分原理と弾塑性剛性行列式の誘導方法および増分法のアルゴリズムは文献 [1] に詳しく述べているので、ここでは、引張軟化が生じているときのせん断応力を取扱うのに必要な変分原理について簡単に説明をする。

ハイブリッド型コンプリメンタリエネルギーの原理において要素境界積分を、図-1 に示すように要素境界に設定された局所座標系  $n-s$  を用いて変換し、1個の要素について示せば

$$-\Pi_{CH} = \int \int_{\Omega} u_n B(\sigma_{ij}) dx dy - \int \partial u_n (U \sigma_n + V \tau_{ns}) ds + \int \delta \bar{u}_n (U \bar{\sigma}_n + V \bar{\tau}_{ns}) ds \quad (1)$$

のように表すことができる。式 (1) で右辺の第1項はコンプリメンタリエネルギー関数の要素内積分、第2項は要素境界についての一周積分、第3項は外力の与えられた境界での積分、 $\sigma_n$  と  $\tau_{ns}$  はそれぞれ要素境界での垂直応力とせん断応力である。UとVはそれぞれ要素境界に垂直な方向の変位と要素境界に平行な方向の変位である。ひびわれ面における条件式を引張応力については式 (2)、せん断応力については式 (3) を仮定する。

$$d\sigma_n - C_{NN}\Delta W = 0 \quad (2)$$

$$d\tau_{ns} - C_{NS}\Delta Z = 0 \quad (3)$$

ここで、 $C_{NN}$ は図-2の引張軟化曲線の勾配（負）、 $\Delta W$ はひび割れ幅、 $C_{NS}$ はせん断剛性、 $\Delta Z$ はずれである。せん断破壊については、図-3に示すように初期降伏面を仮定し、降伏後はずれの増加と共に降伏面が縮小すると仮定する。すなわち、降伏後の条件式はつぎのようになる。

$$d\tau_{ns} \pm C_1 d\sigma_n - C_s \Delta Z = 0 \quad (4)$$

ここで、 $C_1$ は摩擦係数、 $C_s$ はせん断軟化曲線の勾配（負）である。

引張破壊やせん断破壊を考慮に入れた変分原理を導くためには、式(2)、(3)、(4)をラグランジュの未定乗数法で式(1)に導入する。弾塑性剛性方程式を導く方法は文献[1]に詳しく述べてある。

## 2.2 せん断破壊および引張破壊の条件式

せん断破壊や引張破壊の判定は要素境界の応力 $\sigma_n$ 、 $\tau_{ns}$ を用いる。その際、せん断破壊に対しては図-3のようにモール・クーロン型の一次式を仮定する。引張破壊については要素境界の応力 $\sigma_n$ が引張強度 $f_t$ に達した時を引張破壊とする。せん断破壊に対しては式(5)または式(6)を用いた。

$$\tau_{ns} = 0.14 f_c' - 1.37 \sigma_n \quad (\text{N/mm}^2) \quad \text{L i m} \text{ら [4]} \quad (5)$$

$$\tau_{ns} = 0.25 f_c' - \tan 37^\circ \sigma_n \quad (\text{N/mm}^2) \quad (6)$$

ここで、 $f_c'$ はコンクリートの一軸圧縮強度である。

要素境界がせん断降伏を起こした後の条件式は式(4)を用いる。

## 2.3 複合モード破壊での引張軟化

複合モード破壊での引張軟化の実験的研究は、純引張応力のみでの引張軟化に関する研究よりも非常に少ない。ここでは、Hassanzadeh [3]によって行なわれた実験をもとに、せん断応力を考慮に入れた引張軟化解析法を説明する。Hassanzadehが実験で用いた供試体は70mm\*70mmの正方形の断面でその高さは60mmである(図-4)。供試体の高さの1/2の位置に切り欠きがあり、破壊断面は40mm\*40mmとなっている。本研究ではHassanzadehの行った実験の内、ひびわれ幅 $W$ とずれ $Z$ の比( $\tan \alpha$ )が一定の条件で行われた実験結果を参考にする。図-5は引張力で破壊面の応力が $f_t$ に達した後、 $\tan \alpha = W/Z$ が一定になるようにせん断力を加えて破壊させたときの、ひびわれ面に垂直な応力とひびわれ幅の関係を示した図である。この図から、

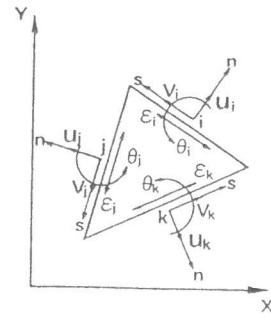


図-1 三角形平面要素

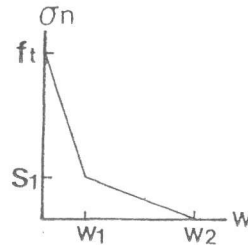


図-2 引張軟化モデル

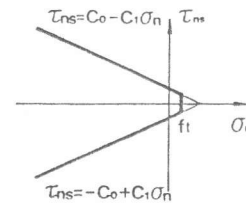


図-3 破壊曲面

垂直応力・ひびわれ幅関係におよぼすせん断応力の影響は、破壊の初期（垂直応力が約 1.5MPa 付近まで）では小さく、その後は $\alpha$ が小さくなるにつれて、垂直応力の低下が急になることが分かる。

本研究では引張軟化曲線として図-2に示すような二直線モデルを用いているために、せん断応力の影響により引張応力が急に低下する現象は二直線モデルの第二直線部分（引張応力が $S_1$ から零の間）で考慮する。

解析では引張応力が $f_t$ から $S_1$ の間ではひびわれ面での条件式として式(2)、(3)を用い、 $C_{NN}$ =二直線モデルの第一直線の勾配、 $C_{Ns}=G$ とする。Gはせん断弾性係数である。引張応力が $S_1$ から零では、 $C_{NN}$ =二直線モデルの第二直線の勾配、 $C_{Ns}=G$ とする。しかし、図-6に示すようにせん断応力と垂直応力の比がABよりも大きいAEの場合は、せん断応力の影響による引張応力の低下を考慮する。すなわち、応力増分の方角をAEからABの方角に変えることにする。なお、ABは直線AFに重なっており、F点はせん断破壊の条件式（式(5)または式(6)）とひびわれ幅一定経路でのせん断試験[5]から得られる直線OFの交点として求められる。応力増分の方角をAEからABの方角に変えて引張応力を低下させた理由は、引張応力の低下が実験的に十分に明らかにされていないために、このような仮定を用いた。なお、用いる条件式は、式(4)で $C_1 = \tan \theta$ とする。

#### 2.4 引張破壊により完全にひびわれが開口した時のせん断応力の伝達

完全に開口したひびわれ面がせん断応力を受けると、ひびわれ面にはせん断応力と同時に圧縮応力が作用する。Paulayらが行ったひびわれ幅一定経路でのせん断試験[5]によれば、せん断応力と圧縮応力の関係は、図-6の直線OFで表される。同図のGFはせん断破壊の条件式であるが、ひびわれ面でのせん断応力と圧縮応力の関係は常に直線GFを越えることはない。すなわち、ひびわれ面ですべりが生じているときの応力は常に直線OFとHFに挟まれる領域の値をとる。このために、本研究では、図-6のC点のようにひびわれ面上でせん断応力が作用しているときは、CDの方角に応力が増加すると仮定する。この時に用いる条件式は、式(4)で $C_1 = \tan \theta$ とする。

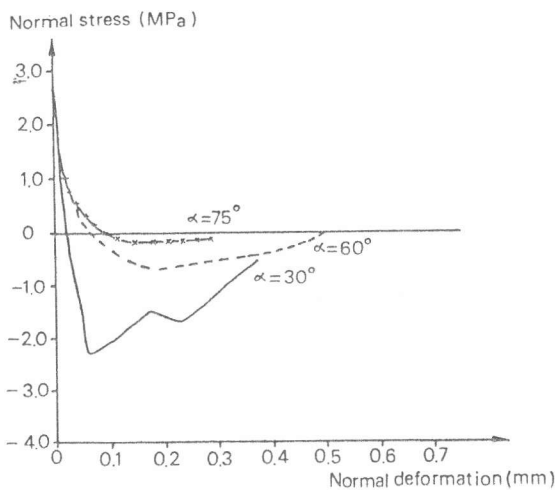


図-5 複合応力のもとでの垂直応力とひびわれ幅

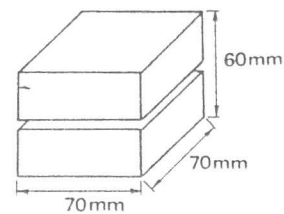


図-4 供試体

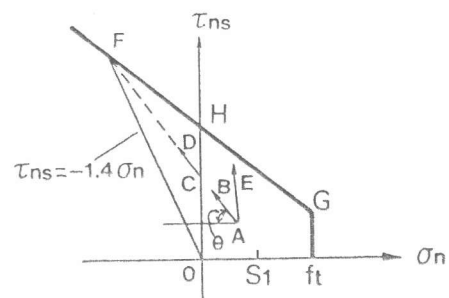


図-6 引張軟化域での増分応力



### 3. 2 軸力とせん断力を受ける無筋コンクリート柱の破壊

複合破壊の解析例としてつぎに示すのは、富井ら [9] が行った、軸力とせん断力を受ける無筋コンクリート柱の破壊のシミュレーションの例を示す。富井らは実験変数として、軸力比  $N/N_0$  ( $N$ :作用軸力、 $N_0$ :中心圧縮耐力)、柱の長さとの比  $h/D$  ( $h$ :柱の長さ、 $D$ :柱のせい) およびコンクリート強度をとって、かなりの数の実験を行っている。ここでは、柱の断面が  $b \times D$  ( $b = D = 10 \text{ cm}$ ) で長さが  $h = 20 \text{ cm}$  の試験体、軸力比が 0.2, 0.4, 0.6 の実験を解析する。なお、 $N_0 = b D f_c'$  で  $f_c'$  はコンクリートの一軸圧縮強度である。 $f_c'$  は  $N/N_0 = 0.2$  の時  $330 \text{ kg f/cm}^2$ 、 $N/N_0 = 0.4$  の時  $348 \text{ kg f/cm}^2$ 、 $N/N_0 = 0.6$  の時  $351 \text{ kg f/cm}^2$  となっている。実験に使用している骨材の最大寸法は  $20 \text{ mm}$ 、 $W/C = 57\%$  となっているので、破壊エネルギー  $G_r$  は三橋ら [10] の実験結果より  $140 \text{ N/m}$  とする。引張軟化曲線は六郷ら [8] が提案した二直線モデルを用いた。実験における載荷方法は、最初に軸力  $N_0$  を加えて、つぎに、図-10に示すように柱端部の回転を拘束しながらせん断力を加える。解析に用いる要素分割は図-11に示す。解析結果は図-12に  $Q/b D f_c'$  と部材角  $R$  の関係で示した。図中の破線は富井らによる実験結果で analysis 1 と analysis 2 はそれぞれ、せん断破壊の条件式として式(5)および式(6)を用いたときの解析結果である。せん断破壊の条件式として式(5)と式(6)を用いたときに、解析結果に差があるが、いずれも実験結果に大体一致している。図-13は最大荷重時のひびわれを示した。図中の破線はせん断破壊を示し、実線はせん断以外を示している。しかし、実線は大部分が引張破壊である。軸力比が 0.2 の時は柱の端部に引張ひびわれが生じて破壊するが、軸力比が 0.4, 0.6 と大きくなるにつれて、柱に斜めひびわれが顕著に表れるようになり、軸力比によって破壊の型が変わることが分かる。

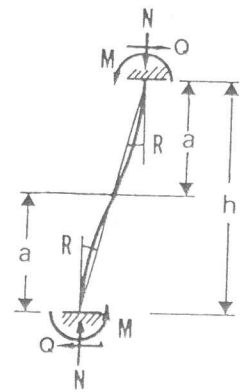


図-10 荷重条件

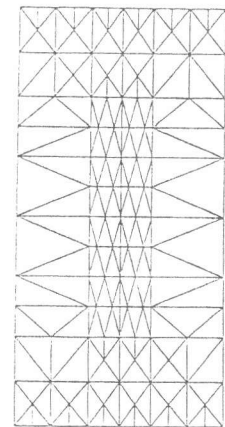


図-11 要素分割

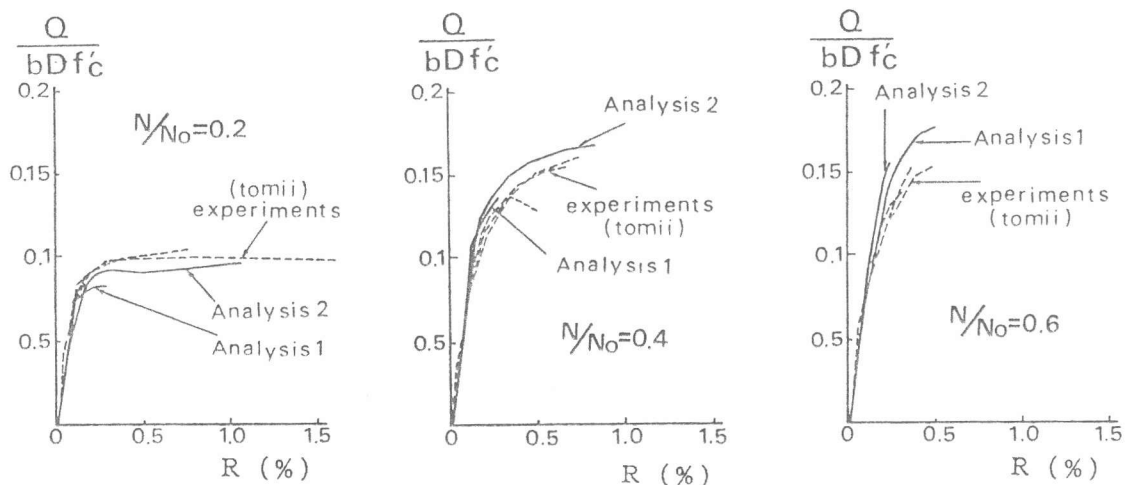


図-12 せん断力  $Q$  と部材角  $R$  の関係

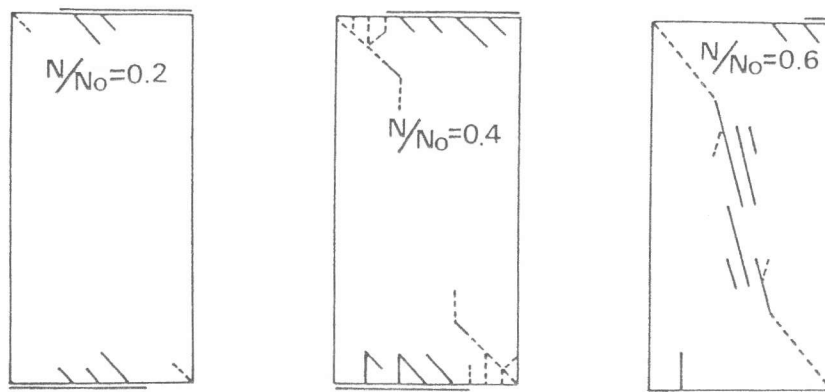


図-13 最大荷重作用時のひびわれパターン (Analysis 2)

#### 4. まとめ

本研究では、離散ひびわれを取り扱うのに便利なハイブリッド型コンプリメンタリエネルギーの原理を用いて、複合破壊を解析する方法を示した。解析では複合破壊に関する Hassanzadeh の実験を参考に引張軟化モデルを修正して解析に用いた。解析例としては切欠きを有するはりのせん断試験のシミュレーションとせん断力と軸力を受ける無筋コンクリート柱の破壊実験のシミュレーションに適用し良好な結果を得た。

謝辞 本報告をまとめるに当たり、本学科4年次の宇都宮新一君のご助力をいただきました。ここに、感謝の意を表します。

#### 参考文献

- [1] 伊良波繁雄：ハイブリッドストレスモデルによるひずみ軟化解析法、JCIコロキウム コンクリート構造の破壊力学に関する研究、ppII-19-26, 1990.3 [2] 伊良波繁雄：内圧を受けるコンクリートの中空円筒の破壊、JCIコロキウム コンクリート構造の破壊力学に関する研究、ppII-67-74, 1990.3 [3] Hassanzadeh.M:Determination of Fracture Zone Properties in Mixed Mode I and II, Engineering Fracture Mechanics, Vol.35, No.4/5, pp846-853, 1990 [4] Lim.T.B, Li.B, Maekawa.K: Shear Fracture and Deformation of Concrete Subjected to Combined Effect of In-plan Shear and Compression, 41st Annual Conference of JSCE, 5, Kyusyu, 1986, pp241 [5] T.Paulay, P.T.Lieber, Shear Transfer by Aggregate Interlock, ACI, SP-42, Vol.1, pp.1-15, 1974 [6] Arrea.M, Ingraffea.A.R: Mixed-Mode Crack Propagation in Mortar and Concrete, Report 81-13, Dept.Struc.Engng, Cornell Univ, Ithaca, New York, 1982 [7] Rots.J.G: Computational Modeling of Concrete Fracture, Dissertation, Delft Univ of Techn, 1988 [8] Rokugo.K, Iwasa.M, Suzuki.T, Koyanagi.W: Testing Methods to Determine Tensile Softening Curve and Fracture Energy of Concrete, International Workshop on "Fracture Toughness and Fracture Energy Test for Concrete and Rock", pp.128-138, oct, 1988, Sendai [9] Tomii.M, Sakino.K, Kiyohara.K: Experimental Studies on Plain Concrete Columns Subjected to Monotonic Shearing Force and Constant Axial Force, 日本建築学会論文報告集、第307号、pp.46-55, 昭和56年9月、[10] Mihasi.H, Wittmann.F.H, Simonin.P, Rokugo.K: Fracture Energy Evaluation of Concrete with Compact Tension Test, コンクリート工学年次論文報告集、Vol19, No2, pp.657-662, 1987.6