

## 論 文

## [2011] アンカーの引抜きによるひびわれのひとつの解析評価手法

正会員 ○矢澤英治 ((財) 鉄道総合技術研究所)

正会員 寺島善宏 (首都高速道路公団)

正会員 山崎 淳 (日本大学理工学部)

## 1. はじめに

実際には3次元的挙動を示すひびわれを2次元的に取り扱った解析では、実現象としてのひびわれと挙動を異にする部分がないわけではない。筆者らが過去に行った解析[1][2]では、荷重を一定とした場合にひびわれの深さ方向への進行は停止する点が見いだせるが、[3]の結果では、面内方向には停止する点が見られなくなってしまう。これは深さ方向と面内方向への進行を分離したことによって生じていると思われる、ひびわれを3次元的な現象として捉えることが重要である。

また、既往の実験結果によれば、立体とみなせる構造のアンカーの引抜きによる破壊時の荷重は平板とみなせる構造とくらべ、同じ荷重負担領域あたりの力で1.5倍程度に達していると思われる例がある。ここでは、ひびわれを2次元および軸対称の3次元の現象として扱った場合の耐力の差、ひびわれの進む経路、ひびわれ成長の安定・不安定などを、アンカーの引抜きの解析で検討する。

## 2. 解析方法

## 2. 1 ひびわれの進行方向の設定

この解析ではひびわれ先端での変形モードIおよびII、すなわち引張および面内剪断の混合した挙動が対象となる。Erdogan と Sih による  $\sigma(\theta)_{\max}$  理論[4]によれば、ひびわれ近傍の各応力成分を図-1のように表したとき、次の3条件によってひびわれが進むとされている。

(a) ひびわれはその先端から進行する。

(b) ひびわれは、 $\tau(r\theta)=0$ となるような、主応力に垂直な方向へ進む。

(c) ひびわれの進行は、 $\sigma(\theta)_{\max}$ が物質固有の限界値に達したときに開始する。

ここで、条件(b)から式(1)、(c)から式(2)が導かれる。

$$K_1 \sin \theta + K_{11} (3 \cos \theta - 1) = 0 \quad (1)$$

$$K^* = \cos \frac{\theta}{2} \frac{K_1}{K_{1c}} \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} \frac{K_{11}}{K_{1c}} \sin \theta \quad (2)$$

ここに、 $K_1$ : 変形モードIの応力拡大係数、 $K_{11}$ : 変形モードIIの応力拡大係数、 $K_{1c}$ : 変形モードIの限界応力拡大係数である。

次のひびわれの進行方向は、式(1)を満たす  $\theta$ によって与えられるとされ、この  $\theta$ を式(2)に代入し、 $K^* = 1$  でひびわれが進行するとしている。 $K^*$  が1に満たない場合ひびわれを進行させるには荷重を増やす必要があり、 $K^*$  が1を越えている場合は荷重が過大である。これらの計算は応力拡大係数の値から、ひびわれ先端ごく近傍の応力の状態を外挿していると考えられる。 $K_1$  および  $K_{11}$  はひびわれ先端に配置した特異要素の変形から、次の式で計算する[5]。

$$K_1 = \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \frac{Ec}{8} [4(v'_B - v'_D) + v'_E - v'_C] \quad (3)$$

$$K_{11} = \sqrt{\frac{2\pi}{L}} \frac{E_c}{8} [4(u'_{\theta} - u'_{\phi}) + u'_{\epsilon} - u'_{c}] \quad (4)$$

ここに、 $E_c$ ：コンクリートの弾性係数、 $v'_{B}$ 、 $v'_{D}$ 、 $v'_{E}$ 、 $v'_{C}$  および  $u'_{B}$ 、 $u'_{D}$ 、 $u'_{E}$ 、 $u'_{C}$  はひびわれ先端近傍の変位である。

この手法により、ひびわれの方向を逐次定めながら進行させることも可能だが、途中で生じる誤差が繰り返し計算により累積してしまうことが考えられる。また、コンクリートは均質な材料と見なし難く、ひびわれが主応力と別方向の材料の一番弱い部分を進み、計算とずれてくる場合もあると思われ、逐次方向を定めながら解析することが最良の方法とは言えないよう思われる。

そこで今回の解析では、ひびわれの方向を5通りに決めて、ひびわれ先端の位置をあらかじめ解析値の必要な位置に定めている。その上で  $\sigma(\theta)_{max}$  理論の  $\theta$ 、 $K^*$  というパラメータを用いて、ある先端位置からのひびわれ進行方向と進行の可能性を判断し、各変形モードの影響を相互作用線図を用いて表現することとした。また、2次元モデルにおいて、ガウス積分点の応力値をもとにひびわれ先端近傍の平均的な応力状態として主応力方向  $\theta$  の計算を行って比較する。この計算にはひびわれ先端に一番近いガウス積分点4点を用いている。式(1)は先に述べたように応力拡大係数の値から外挿するようにして  $\theta$  を決定しており、 $\theta$  の両決定法は性格の異なるものである。

さらに、このようにある領域に分散して多数配置した先端点の値から、ひびわれが進むための荷重を最小とする経路を得るための方法と、その結果得られた経路について検討する。

## 2. 2 解析モデル

構造物のモデル図を図-3に示す。アンカーは定着部のプレートのみを表現し、荷重としてその中央に集中荷重を載荷した。実際に解析に用いる領域は図中の斜線部である。この部分の寸法と境界条件を図-4に示す。モデルの幅と高さはそれぞれ1000mmである。

解析は2次元モデルと3次元モデルで行った。その違いを図-5に示す。2次元モデルは図のように解析領域を平板として取り扱った。3次元モデルは円柱状の構造であるとし、その1/4の扇形の構造物として解析した。今回の解析では有限要素に20節点固体要素を用いたため、このモデルは完全な円柱ではなく、内側にごく小さな曲面を有する円筒状である。3次元モデルは取扱いが煩雑であるため、ひびわれ進行の解析は2次元モデルのみで行い、2次元モデルで不安定なひびわれ進行に移るとされた状態のみを3次元モデルで再現、解析した。

各解析において、荷重はひびわれ先端のなす線の単位長さ当たりの荷重が等しくなるものとして

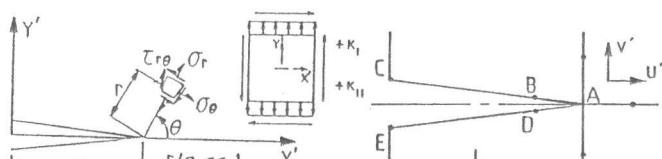


図-1 ひびわれ先端近傍の応力

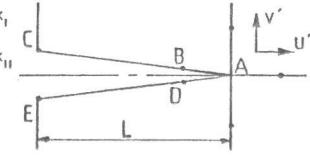


図-2 ひびわれ先端の変位

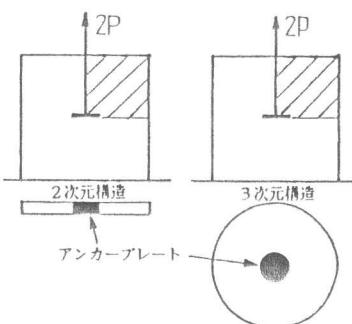


図-3 想定構造物

いる。具体的には、ひびわれ先端がなす線10mmあたり $100 \text{ kgf/cm}^2$ を分担するものとした。

材料特性はいずれのモデルでも、コンクリートの弾性係数を $0.3 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比を0.17、アンカーの弾性係数を $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ 、ポアソン比を0.3とした。また、コンクリートの限界応力拡大係数は $65 \text{ kgf} \cdot \text{cm}^{1.5}$ とした。

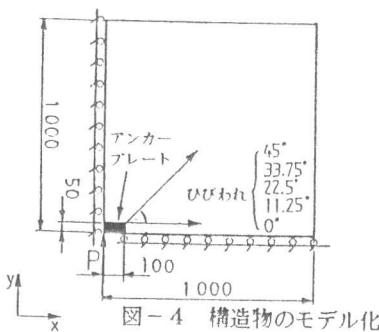


図-4 構造物のモデル化

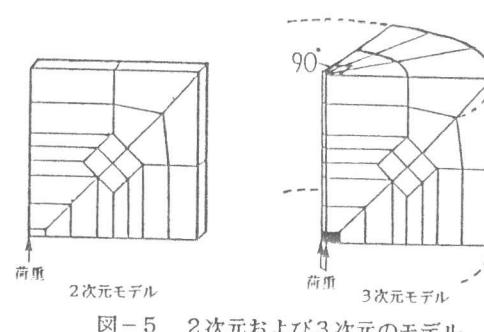


図-5 2次元および3次元のモデル

## 2. 3 解析プログラム : SOLID SAP について

FEM解析プログラムにはWilsonによるSOLID SAP[6]を用いた。このプログラムは計算機のメモリの使用を少なく抑え込んでいる、入出力や連立方程式の計算などの共通部分と要素ライブラリが独立しているなどの特徴がある。またそのソースコードが完全に公開されているため、必要に応じてプログラムを修正・拡張することも可能であり、ブラックボックス的汎用プログラムの多い昨今、この方針は得難いものがある。今回の解析にはこのプログラムに著者が独自に8節点四辺形平面要素を加え、また8節点固体要素を20節点に拡張することで行っている。

## 3. 2次元モデル解析結果

### 3. 1 主応力方向の決定について

ひびわれの先端での各計算値を表-1に示す。主応力の方向である $\theta$ の絶対値が大きくなると、応力拡大係数から計算した結果と応力の平均値の計算結果の差が開いてくる傾向がみられる。 $\sigma(\theta)_{\max}$ 理論はいくつかある破壊基準のうちのひとつであり、応力の平均値もある特定の条件の下で計算した近似には違いない、これはどちらが正しいという性格のものではない。しかしこの結果は、ひびわれが大きく角度を変える場合に、方向の決定に用いる方法によって結果に大きな違いを生じる可能性を示しており、ひびわれの方向を逐次変更する解析では注意が必要である。

応力拡大係数をもとにした計算も、平均応力による計算も、ひびわれの進行によっても $\theta$ がほとんど変化しないという点は共通している。つまり、主応力の向きが、ひびわれの長さの変化によってあまり影響を受けないということになる。ひびわれが11.25度の方向に進むとしたとき、どちらの計算の $\theta$ の値も非常に0に近く、ひびわれはほぼこの線上を進むものと解釈できる。

荷重一定として計算すると、いずれの角度でも $K^*$ の値はひびわれ進行途中で現象から増加に転じ、値が最小となる点が生じる。言い換れば $K^*$ を1とするための、つまりひびわれ進行に必要な荷重が途中で増加から減少に転じ、耐力最大を示す点があるということである。ひびわれは、はじめのうち荷重増加にともなって安定に進む。しかし $K^*$ が最小となっている点から先はひびわれ進行に必要な荷重が減少することから、現在の荷重からの増加なくとも、ひびわれは不安定に停止することなく進んでしまうことが示されているのである。

表-1  
2次元モデル  
解析結果

wx=1000mm wy=1000mm ひびわれ水平進行					
ひびわれ先端の X方向座標(mm)	K <sub>I</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sub>II</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sup>*</sup>	応力拡大係数か ら求めたθ(°)	平均応力から 求めたθ(°)
150	20.45	-1.56	0.317	8.57	-1.95
250	18.99	-3.41	0.306	19.17	12.02
350	18.85	-3.36	0.303	19.08	14.58
450	18.13	-3.48	0.294	20.37	15.92
550	19.47	-3.62	0.314	19.76	15.92

wx=1000mm wy=1000mm ひびわれ進行方向11.25°					
ひびわれ先端の X方向座標(mm)	K <sub>I</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sub>II</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sup>*</sup>	応力拡大係数か ら求めたθ(°)	平均応力から 求めたθ(°)
150	21.64	1.43	0.335	-7.52	-12.87
250	19.78	0.36	0.304	-2.09	-2.76
350	19.28	0.08	0.297	-0.49	0.48
450	20.26	0.21	0.312	-1.22	0.03

wx=1000mm wy=1000mm ひびわれ進行方向22.5°					
ひびわれ先端の X方向座標(mm)	K <sub>I</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sub>II</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sup>*</sup>	応力拡大係数か ら求めたθ(°)	平均応力から 求めたθ(°)
150	20.49	5.84	0.349	-29.07	-23.30
250	18.30	4.49	0.304	-24.99	-20.21
350	18.16	4.50	0.303	-25.17	-20.14
450	18.94	4.76	0.316	-25.45	-20.88

wx=1000mm wy=1000mm ひびわれ進行方向33.75°					
ひびわれ先端の X方向座標(mm)	K <sub>I</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sub>II</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sup>*</sup>	応力拡大係数か ら求めたθ(°)	平均応力から 求めたθ(°)
150	17.87	9.85	0.365	-42.28	-30.01
250	15.74	8.44	0.319	-41.71	-30.71
350	15.52	8.66	0.319	-42.52	-31.47
450	16.89	9.50	0.348	-42.70	-31.86

wx=1000mm wy=1000mm ひびわれ進行方向45°					
ひびわれ先端の X方向座標(mm)	K <sub>I</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sub>II</sub> (kgf·cm <sup>-1.5</sup> )	K <sup>*</sup>	応力拡大係数か ら求めたθ(°)	平均応力から 求めたθ(°)
150	14.44	13.21	0.377	-51.74	-35.44
250	12.56	10.68	0.315	-50.53	-35.73
350	13.05	10.19	0.313	-49.04	-35.06
450	15.18	10.56	0.344	-46.91	-34.05

### 3. 2 ひびわれの方向と変形モードの関係

図-6はK<sub>I</sub>とK<sub>II</sub>の相互作用線図である。実線がK<sup>\*</sup>=1のひびわれが進行する状態で、この内側ではK<sup>\*</sup>が1に満たずひびわれは進まない。外側ではK<sup>\*</sup>が1を越え、ひびわれを進めるのに必要な荷重より過大である。

ひびわれが11.25度の方向に進むときにK<sub>I</sub>/K<sub>Ic</sub>の値は最大であり、K<sub>II</sub>/K<sub>Ic</sub>の絶対値は、ひびわれが11.25度の方向に進むときに最小値となる。これよりひびわれが11.25度の方向に進むときに変形モードIの開口に最も近くになり、11.25度からの角度の開きが大きいほど、モードIIの面内剪断の影響が強くなるといえる。

ひびわれが不安定進行を始める点の変形図を図-7に示す。ひびわれの角度が11.25度の場合の変形が単

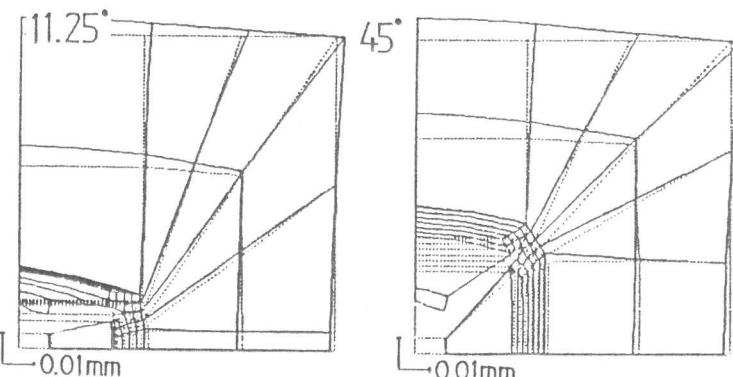
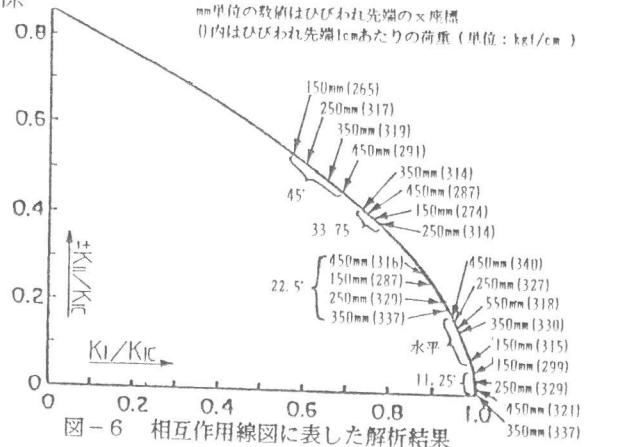


図-7 ひびわれが不安定進行を始める点での変形図

純な開口であり、この角度を大きく外れた場合に面内剪断の影響が現れることが観察できよう。

### 3. 3 耐力最小となるひびわれの経路

各ひびわれ先端において、ひびわれが進行する時の荷重を図-8に示した。この場合の荷重値は、図-9の実線で示したように、ある直線状のひびわれとして計算したものであるが、これを図中の点線のように、各x座標において、進行に必要な荷重が最小のものを結んで行くことで、ひびわれの経路を模擬できるのではないかと考えた。

このようにして描かれた経路が図-8に実線で示されたものである。耐力最小の場合をとるとひびわれは45度方向に進み始め、まもなく33.75度の線を進むことになる。主応力最大とした場合の経路と、ひびわれが進行するための荷重を最小にする経路がことなっている。

荷重最小の経路を進んだ場合の、ひびわれ先端の位置と荷重の関係を図-10に示す。このように、ひびわれ進行に必要な荷重にはピークがあり、ある点からひびわれは荷重の増加なくとも不安定に進むことが示されている。先に述べた主応力による進行経路を辿っても、同様に進行途中から挙動が変わり不安定に進むことから、このような構造物の引抜き耐力を計算する上で破壊面全体の面積を基準に計算することは問題があるように思える。

### 4. 3次元モデル解析結果

ひびわれ先端での計算諸値を表-2に示す。

3次元解析に対する2次元解析の $K^*$ の比率は、言い換れば3次元の解析結果が、2次元の解析結果の何倍の耐力になるかを示している。 $K^*$ の比率のうち1.2～1.5といった値は、既往の実験結果に見られた耐力の差に非常に近いものである。

表-2 3次元モデル解析結果

ひびわれの進む 方向と先端	$K_I$ (kgf/cm <sup>1.5</sup> )	$K_{Ic}$ (kgf/cm <sup>1.5</sup> )	$K^*(3D)$	$K^*(2D)$	$\theta$ (°)	$K^*(2D)$ $K^*(3D)$
水平 $x=450\text{mm}$	13.90	-2.33	0.222	0.294	17.84	1.32
11.25° $x=350\text{mm}$	8.89	-2.17	0.148	0.297	24.66	2.01
22.5° $x=350\text{mm}$	9.83	0.83	0.153	0.303	-7.13	1.98
33.75° $x=350\text{mm}$	10.35	6.14	0.220	0.319	-43.65	1.45
45° $x=350\text{mm}$	9.83	9.33	0.282	0.313	-52.40	1.19

ひびわれ角度が11.25度および22.5度の場合の比率は2前後を示した。このように現実より

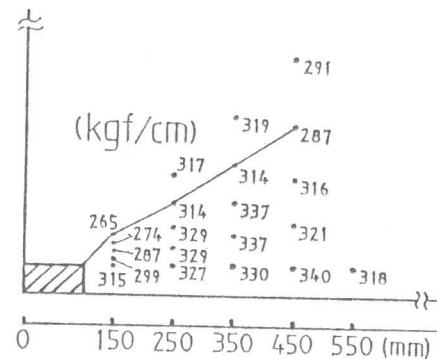
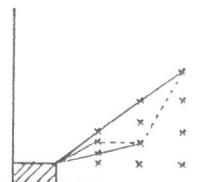


図-8 ひび割れの進行する荷重と、耐力最小となるひびわれの経路



\* ひびわれ先端として設定した点  
— あるx座標にひびわれ先端を設定したときに進行するための荷重が最小となるひびわれ  
--- 荷重最小となる経路

図-9 荷重を最小とする経路を結ぶ考え方

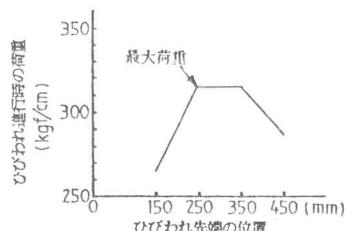


図-10 ひびわれ先端の位置とひびわれ進行に要する荷重の関係

大きめの値もあるが、3次元モデルが2次元モデルより大きな耐力を示すことが再現された。

## 5.まとめ

この解析による研究で得られた知見をまとめると次の通り。

- (1) ひびわれ先端での主応力の方向をふたつの方法で決定してみたが、現在のひびわれの向きからの傾きが大きくなるほど、ふたつの結果に差が開いてきた。主応力の方向はひびわれの長さの影響を受けない。主応力の方向からはひびわれは水平から11.25度の方向に進む可能性が高い。
- (2) ひびわれを進行させる荷重はある長さで最大値となる。このことから破壊面全体を基準に耐力を求めるることは問題があるように思われる。ひびわれを進行させる荷重を最小とする場合、ひびわれは水平から33.75度の方向を示し、主応力から得られた結果とは一致しなかった。
- (3) 軸対象3次元の構造物の解析を行うことで、実験にみられた、3次元の場合に2次元の場合に単位領域あたりの耐力が増加しているという結果を再現できた。
- (4) コンクリートに関する問題を解析的にとらえていくための工学的手法全般について、具体的には構造や現象をモデル化し、実際に解析計算を行い、結果を整理し利用するまでの方法と手順について、計算機の有効な利用の方法なども含めてさらに検討をすすめて行く必要を感じている。例えば今回の解析のようなひびわれの経路を定める問題などは、均質とは言えないコンクリートでは唯一の解があるとは言えない。唯一の解とは言えないその結果をどのように設計に活かすか、またひびわれの向きなどの現象や各種の影響要因をどのように解析モデルに取り込み、その進行を表現するかなどについての検討をすすめたい。

## 謝辞

この研究は、平成2年度文部省科学研究一般研究(C)No.02650336との関連で行った。また、この論文は第一著者の東京都立大学修士論文の一部を中心に、第二、第三著者が東京都立大学在籍中に行った研究をもとにしている。

## 参考文献

- 1)矢澤英治ほか：コンクリート構造のひびわれ開口を抑制する効果、コンクリート工学年次講演論文集 12、日本コンクリート工学協会、1990, pp. 777-782
- 2)矢澤英治ほか：鉄筋によるひびわれ開口抑制効果の評価、コンクリート構造の体積変化によるひびわれ幅制御に関するコロキウム論文集、日本コンクリート工学協会、1990, pp. 149-156
- 3)寺島善宏ほか：表面ひびわれの面内進展への鉄筋の抑制効果、コンクリート構造の体積変化によるひびわれ幅制御に関するコロキウム論文集、日本コンクリート工学協会、1990, pp. 141-148
- 4)Erdogan F. and Sih G. C.: On the Crack Extention in Plate Loading and Transverse Shear, ASME Journal of Basic Engineering, 1963, Vol. 85, pp. 519-527
- 5)A. R. Ingraffea and V. Saouma: Numerical Modeling of Discrete Crack Propagation in Reinforced and Plain Concrete, G. C. Sih and A. Dittommaso, Fracture Mechanics of Concrete, Martinus Nijhoff Publishers, 1985, pp. 171-225
- 6)E. L. Wilson: Solid SAP, University of California, Berkeley, 1971