

論文

[2013] 中心軸圧縮力を受けるRC柱の安定・不安定を考慮した非線形モデル

正会員 ○石川雅美 (東急建設技術研究所)
 正会員 吉川弘道 (武蔵工業大学土木工学科)
 正会員 山本俊彦 (東急建設技術研究所)

1. はじめに

中心軸圧縮荷重を受けるRC柱において、実験的に観察される終局状態は、必ずしもその全域に破壊が及んでいるとは限らない。これは、柱のコンクリートの一部分に局所化 (Localization band) と呼ばれる破壊が集中する領域が形成されることに起因していると考えられる。破壊が一部分に集中する現象は、無筋コンクリートにおいては実験的に確認されている。例えば小阪ら[1]は、高剛性試験機を用いた一軸圧縮試験で、破壊が試験体の上半分に集中したことを示し、破壊領域と非破壊領域のそれぞれが応力～ひずみ曲線上で別々のパスとなることを報告している。また、Z.P.Bazant[2,3]は、局所化した領域とそうでない部分との間でエネルギーバランスを計算し、理論的な方法で一軸圧縮応力下にあるコンクリートの安定・不安定を判定し、その靱性評価を行っている。

これまでRC柱において、その終局耐力を予測することは極めて難しいとされ、汎用性のある合理的な方法は未だ確立されているとは言えない。しかしながら無筋コンクリートにおいて蓄積された上述のような知見をRC部材に拡張すれば、RC柱の安定・不安定を判定し、さらには終局耐力を予測し得る可能性が開ける。本報は、Z.P.Bazantの提案した安定・不安定評価手法を、連続体力学で用いられる支配方程式を基に導出した著者らの非線形コンファインドモデル[4]に組み込み、中心軸圧縮を受けるRC柱の安定・不安を予測することを試みたものである。

2. 一軸圧縮応力下のコンクリートの安定・不安定理論の導出

Z.P.Bazantは一軸圧縮応力下にあるコンクリートの安定・不安定を判定する手法[2,3]を提案した。この手法は靱性に及ばず要因として経験的に知られている、試験体の長さ、試験機の剛性、軸圧縮試験においてひずみ軟化を測定するために試験体と並列に立てられた鉄筋などの靱性に対する寄与を理論的かつ定量的に説明している。本報は、これを中心軸圧縮を受けるRC柱に应用することを試みたもので、以下この手法について説明する。

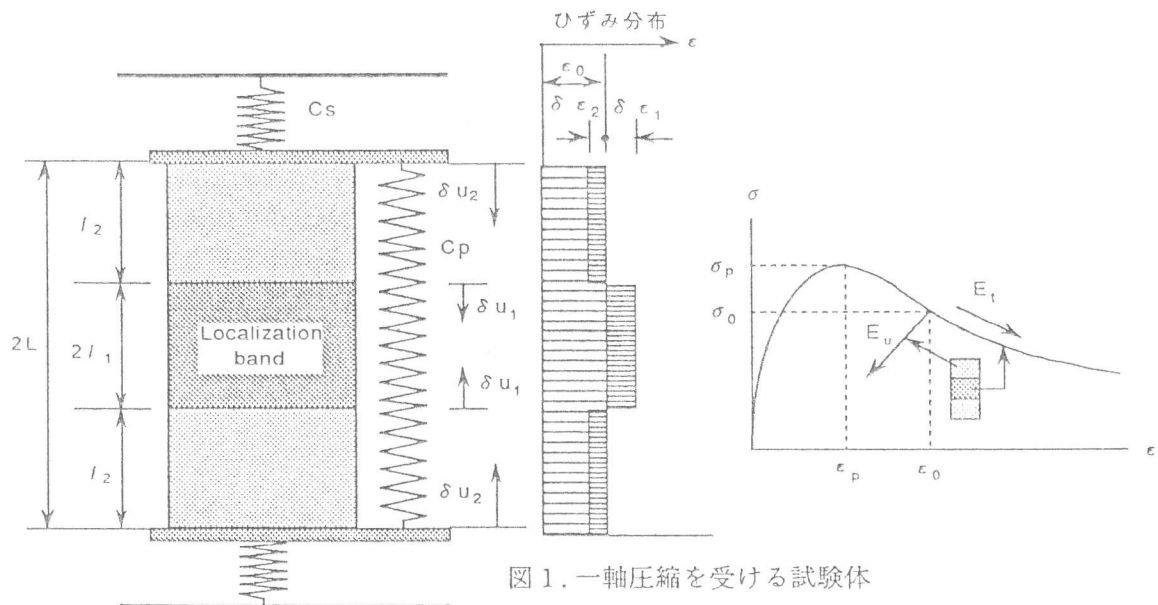


図1. 一軸圧縮を受ける試験体

まず、図1に示すような変位制御によって一軸圧縮荷重されるコンクリート試験体を考える。図1において、ばねCsは試験機の剛性を表すものであり、ばねCpは試験体と並列して立てられる鉄筋などのサポートを表わしている。コンクリートは変位制御によって一軸圧縮を受け、図1の応力～ひずみ曲線上のピークを越えた (σ_0, ϵ_0) なる点にあると仮定する。そして、 δu_2 なる微小変位増分に対して、試験体長 $2L$ のうち中央付近の $2l_1$ のセグメントが局所化(Localized)し、ひずみ軟化に向かうパスをとり、その両端のセグメント l_2 は除荷に向かうものとする。このとき、セグメント l_1 では、微小ひずみ増分 $\delta \epsilon_1$ 、セグメント l_2 では微小ひずみ増分 $\delta \epsilon_2$ が均一に分布していると仮定する。この系におけるエネルギーの釣合を考えると次式が得られる(図2参照)。

$$\Delta W = 2 \left[A l_1 \left(\sigma_0 + \frac{1}{2} E_t \delta \epsilon_1 \right) \delta \epsilon_1 + A l_2 \left(\sigma_0 + \frac{1}{2} E_u \delta \epsilon_2 \right) \delta \epsilon_2 + \left(P_0 + \frac{1}{2} C \delta u_2 \right) \delta u_2 \right] \quad (1)$$

ここで、 ΔW :仕事量増分、 A :試験体の断面積、 l_1 :局所化したセグメントの長さ、 l_2 :局所化していないセグメントの長さ、 σ_0 :変位増分を受ける前に試験体内に生じていた応力、 E_t : (σ_0, ϵ_0) における接線弾性係数、 E_u :除荷時の弾性係数、 $P_0 = A \sigma_0$ 、そして、 $C = C_s + C_p$ とする。

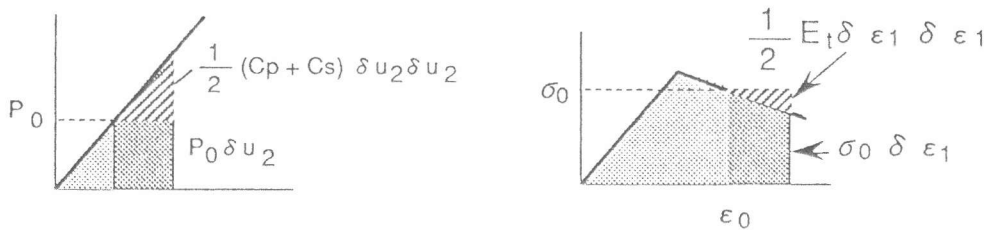


図2 変位増分及びひずみ増分に対するエネルギー増分

また、 δu_1 、 δu_2 は任意の微小量であり、変形の適合条件から、次式が成り立つ。

$$\delta u_2 - l_1 \delta \epsilon_1 - l_2 \delta \epsilon_2 = 0 \quad (2)$$

したがって、式(1)は、次のように書きかえられる。

$$\Delta W = A l_1 E_t (\delta \epsilon_1)^2 + A l_2 E_u (\delta \epsilon_2)^2 + C (l_1 \delta \epsilon_1 + l_2 \delta \epsilon_2)^2 + \delta W \quad (3)$$

ここで、第1項および第2項は内部仕事を表しており、第3項はばねによる外部仕事である。また、第4項は、仮想仕事の原理からゼロとなる。

$$\delta W = A \sigma_0 (l_1 \delta \epsilon_1 + l_2 \delta \epsilon_2 + \delta u_2) = 0 \quad (4)$$

となる。したがって、仕事量 ΔW はばねによる外部仕事と試験体の内部仕事の関係から決定されることになる。 $\Delta W > 0$ のとき、系は安定状態にある。 $\Delta W < 0$ のとき、系は不安定となり、試験体が破壊に至ったことを意味する。また、 $\Delta W = 0$ のとき、中立のつりあい状態(bifurcation of equilibrium path)にある。式(3)は、次のように書き直される。

$$\Delta W = \frac{a_{11} \cdot a_{22} - a_{12}^2}{a_{22}} + a_{22} \left(\delta \epsilon_2 + \frac{a_{12}}{a_{22}} \delta \epsilon_1 \right)^2 \quad (5)$$

ただし、

$$\begin{aligned} a_{11} &= A l_1 E_t + C l_1^2 \\ a_{22} &= A l_2 E_u + C l_2^2 \\ a_{12} &= 2C l_1 l_2 \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 a_{22} は常に正であり、したがって式(5)が負になるためには、その必要条件として右辺第1項の分子、 $a_{11}a_{22} - a_{12}^2$ が負にならなければならない。

$$(AE_u l_1 + Cl_1^2)(AE_u l_2 + Cl_2^2) - C^2 l_1^2 l_2^2 < 0 \quad (7)$$

(7)式から、試験体が不安定になるときの条件式として次式が導かれる。

$$\frac{-E_t}{E_u} > \frac{1}{\frac{L}{l_1} - 1 + \frac{AE_u}{Cl_1}} \quad (8)$$

ただし、 $L=l_1+l_2$ 。また、局所化する領域の長さ l_1 は骨材の最大寸法 d よりも大きくなくてはならず、したがって、 l_1 は次式で表わされるものとする。

$$l_1 = nd \quad (9)$$

ただし、 n は $2 \leq n \leq 20$ とされるのが一般的なようである。

以上の式展開から明らかなように、式(9)には、試験体の長さ、試験機の剛性、試験体を支える鉄筋の剛性、さらに間接的には骨材の最大寸法などが考慮されており、これまで靱性に影響する要因として経験的に知られていた物理量を合理的かつ定量的に評価できるようにしたことは注目すべき点である。

3. 中心軸圧縮を受けるRC柱の非線形モデル

著者らは先の報告[4]において、中心軸圧縮を受けるRC柱のマクロモデルを提案した。このモデルは特定の実験データによらず、汎用性の高めることを目的として連続体力学の分野で常用される3つの方程式、すなわち、平衡条件式、適合条件式、そして、構成方程式をもとに導出したものである。本報では、既報のモデルに軸方向筋の効果を加え、モデルの改良を図っている。以下基本式の導出を簡単に記す。

横補強筋および軸筋によって拘束されたRC柱は、直行異方性によって記述される3次元応力状態にあるものとみなすことができる。このようなRC柱が外的に作用する中心軸圧縮応力 σ_z を受けるとき、コンクリートおよび鉄筋の応答応力との釣合は次のように表される。

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_x^c \\ \sigma_y^c \\ \sigma_z^c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_x^s \\ \sigma_y^s \\ \sigma_z^s \end{pmatrix} \quad (10)$$

ただし、 σ_x^c 、 σ_y^c 、 σ_z^c は x 、 y 、 z 方向のコンクリートの応力、また σ_x^s 、 σ_y^s 、 σ_z^s は x 、 y 、 z 方向の鉄筋の応力を表す。鉄筋とコンクリートの応力~ひずみ関係はそれぞれ、

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^s \\ \sigma_y^s \\ \sigma_z^s \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} p_x E_x^s & 0 & 0 \\ 0 & p_y E_y^s & 0 \\ 0 & 0 & p_z E_z^s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (11-1)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_x^c \\ \sigma_y^c \\ \sigma_z^c \end{pmatrix} = \frac{1}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu)E_x^c & \nu E_{xy}^c & \nu E_{xz}^c \\ \nu E_{xy}^c & (1-\nu)E_y^c & \nu E_{yz}^c \\ \nu E_{xz}^c & \nu E_{yz}^c & (1-\nu)E_z^c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{pmatrix} \quad (11-2)$$

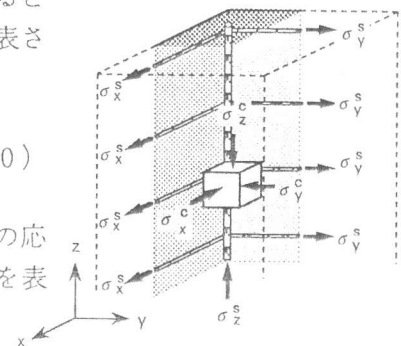


図3 コンファインドコンクリートの応力

ここで、 P_x : x方向鉄筋比、 P_y : y方向鉄筋比、 P_z : 軸方向鉄筋比、 ν : ポアソン比、 E^x 、 E^y 、 E^z : x,y,z方向の鉄筋の弾性係数、また、 E^c_x 、 E^c_y 、 E^c_z はコンクリートの弾性係数であり、交差項は次式により定義した。

$$E_{ij} = \frac{|\sigma_i|E_i + |\sigma_j|E_j}{|\sigma_i| + |\sigma_j|} \quad (i, j = x, y, z, i \neq j) \quad (12)$$

いま、正方断面だけを考えることにすれば、x方向とy方向のひずみと応力は等しくなり、これに依存する弾性係数も等しくなる。さらにx方向の鉄筋比とy方向の鉄筋比も等しく($p_x = p_y$)とする。この仮定の基に、(10)式のつりあい式に鉄筋とコンクリートの構成関係式(11)式を代入し、 σ_z と ϵ_z について整理すると、中心軸圧縮応力 σ_z を受けるRC部材の応答を表す次式に至る。

$$\sigma_z = \left[\left\{ (1-\nu) - \frac{2\nu^2 m_1 m_2}{1+np_x} \right\} \frac{E_z^c}{(1+\nu)(1-2\nu)} + p_z E_z^s \right] \epsilon_z \quad (13)$$

ただし、 m_1 、 m_2 、および n はそれぞれ、

$$m_1 = \frac{E_{yz}^c}{E_x^c} = \frac{E_{xz}^c}{E_x^c}, \quad m_2 = \frac{E_{yz}^c}{E_x^c} = \frac{E_{xz}^c}{E_x^c}, \quad n = \frac{E_x^s(1+\nu)(1-2\nu)}{E_x^c}$$

とした。

4. 応力～ひずみ関係

4.1 除荷時の弾性係数の定義

安定・不安定の判定に対する(8)式で用いられる接線弾性係数 E_t 、および除荷時の割線弾性係数 E_u は popovics, s.[5]の提案した応力～ひずみ関係から導いた。すなわち、

$$\sigma = \frac{m}{m-1} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_c} \right)^m \frac{f'_c}{\epsilon_c} \quad (14)$$

ここで、 m はコンクリートの一軸圧縮強度から算定される定数で、250kg/cm²のとき、 $m=2.4$ 、350kg/cm²のとき $m=3.0$ となる。また、 f_c はピーク応力、 ϵ_c はピーク応力に対応するひずみである。(14)式の応力～ひずみ関係を模式図で表すと、図4(a)のようになる。これに対応する接線弾性係数を図4(b)に示す。実際の圧縮試験においては、図中の f 点で破壊が観察される場合があるが、先に示した判定式(8)式で、 E_u を一定とした場

合には、このような点、すなわち、 E_t の負勾配が最大となる点 i (inflection point)を越えては破壊を判定することはできない。Bazantは、この実験的事実を反映させるためには、除荷時の弾性係数 E_u がひずみレベルに依存して変化するか、あるいは材料のバラツキを考慮して試験体のコンクリート各部に強度分布を与えるかの、2つの方法を提案している。著者らは、このうち、除荷時の弾性係数を変化させる方法を用いることとし、その変化を図5に示した。

4.2 拘束効果

軸圧縮力を受けるRC柱では、横補強筋の拘束効果によってコアコンクリートが多軸状態となり、ピーク時の応力とひずみが増大することは良く知られている。すなわち、一軸の応力～ひずみ関係は多軸状態であることを考慮した等価一軸の応力～ひずみ関係にシフトする。そこで、こ

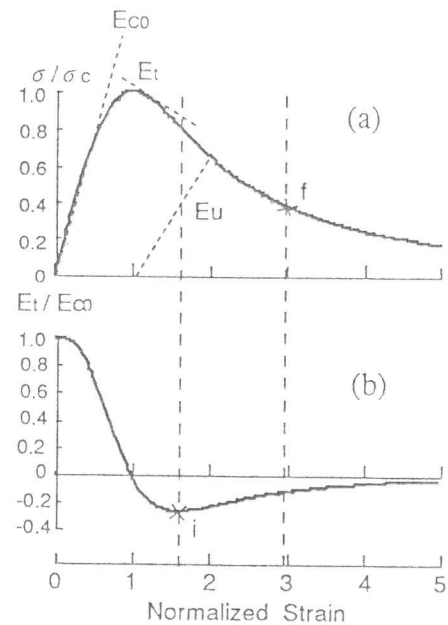


図4 応力～ひずみ曲線

の効果を表すため西山ら[6]の提案した次式を用いることにした。

$$f'_c = (1 + k_1 \cdot C_c) f'_{c0} \quad \epsilon_c = (1 + k_2 \cdot C_c) \epsilon_{c0} \quad (15)$$

ただし、 C_c は拘束係数で、次式により表される。

$$C_c = p_x \left(\sqrt{f_y / f'_c} \right) (1 - 0.5 S / D) \quad (16)$$

ここで、 k_1 、 k_2 は定数で、各種実験結果[6,7,8,9,10]と合致するようにパラメトリックスタディにより同定し、それぞれ10、240とした。また、 S は横補強筋間隔、 D は断面

面寸法、 f_y は横補強筋の降伏強度、 f'_{c0} は一軸圧縮強度、 ϵ_{c0} は一軸圧縮強度に対応するひずみ、 f'_c 、 ϵ_c はそれぞれ、多軸場での圧縮強度とそれに対応するひずみである。

(13)式で表されるRC柱の非線形モデルで使用するコンクリートの弾性係数としては割線係数を用いることとし、(14)式から算出した。

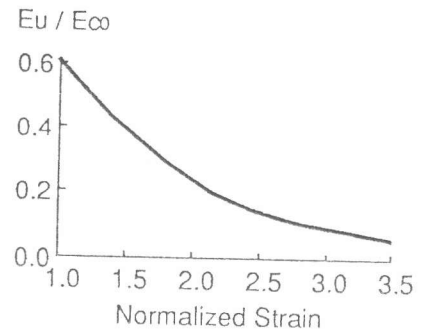


図5 除荷弾性係数変化

5. 実験結果との比較

上記で定式化したモデルを用いて数値シミュレーションを実施した。西山らの実験結果をはじめ、5種類の中心軸圧縮試験結果[6,7,8,9,10]と本モデルによる計算結果との比較を図6に示す。解析に用いた入力パラメータを表1に示す。なお試験機の剛性を表すばね定数 C_s と骨材の最大寸法は各実験で明かではないため推定値としてそれぞれ、 $6.67 \times 10^6 \text{ kg/cm}$ 、 20 mm とした。また、Localization bandの幅を決める(9)式の値は全解析ケースで10とした。その他、各文献より明かでない値は推定値としている。なお、ばね C_p は、軸方向筋の剛性とした。

図6において、まず明らかなことは、いずれの実験結果との比較においても、その傾向として、概ね良好な対応が示されていることある。これらの解析では、どの実験に対しても同じ拘束係数を用いて計算を行なったものである。一方、構造不安定となる点の予測については、X印が不安定となった点であるが、西山らおよび堺らの実験結果に対する解析では、不安定と予測されなかった。

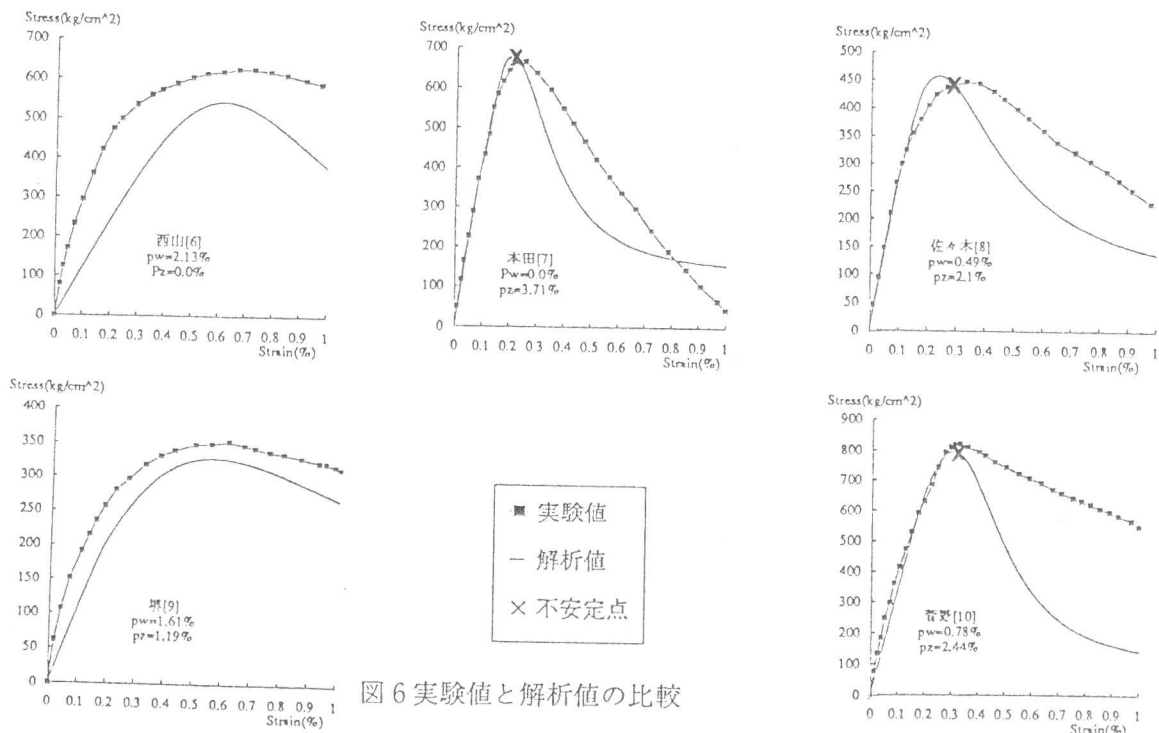


図6 実験値と解析値の比較

表1 解析に用いた入力パラメータ

文献 No.	実験者	S/D	コンクリート強度 f_{co} (kg/cm ²)	軸方向筋比 P_z (%)	横補筋筋比 P_x (P_w) (%)	試験体寸法 $D \cdot D \cdot H$ (cm)	軸筋の降伏強度 f_{sy-z} (kg/cm ²)	ϵ_c	初期弾性係数 E_{co} (kg/cm ²)	鉄筋の弾性係数 E_s (kg/cm ²)	ポアソン比 ν
6	西山ら	0.39	468	-	2.13	14x14x40	-	0.002	2.50E+05	2.10E+06	0.18
7	本田ら	0.13	529	3.71	-	25x25x75	3700	0.002	2.10E+05	2.10E+06	0.18
8	佐々木ら	0.20	356	2.10	0.49	20x20x60	3746	0.002	2.55E+05	2.10E+06	0.18
9	堺ら	0.25	246	1.19	1.61	20x20x60	3800	0.002	2.50E+05	2.10E+06	0.18
10	菅野ら	0.20	638	2.44	0.78	25x25x78.2	4120	0.002	2.53E+05	2.10E+06	0.22

6. まとめ

連続体力学で用いられる支配方程式を基に導出した柱非線型モデルと、既往の実験結果との比較を行ったが、その結果、本モデルによる解析結果は、いずれの実験結果とも比較的良好な対応を示しているものと思われる。ここでは、軟化域の解析値がいずれの実験結果との比較においても低めの値となっているが、この理由は破壊に伴うコンクリートの体積膨張を考慮していないためである。ここでは示さないが、この影響をポアソン比を増大させるなどのかたちで考慮すれば、より実験結果に近い解析結果が得られることが確かめられている。しかしながら、構造不安定の予測に関しては、試験機（ばねCsの値）の剛性、Localization bandの幅など入力値として不確定なパラメータにかなり左右されることから、十分な結果を得るまでには至らなかったが、RC柱の靱性に寄与するものとして、経験的に知られている諸要因を定量的に評価し得た意味は大きいものと思われる。実験と解析との比較において強調しておきたいことは、これらの解析で用いた拘束係数（式(5)k1~k2）はそれぞれの実験毎に定めたものではなく、全て同じ値を用いていることである。また、コンクリートの強度特性や鉄筋比などといった、ごく一般に用いられる値だけを入力パラメータとしていることも本モデルの特徴であり、汎用性のあるモデルを構築するうえでの方向性が示されたものと思われる。

参考文献

- [1] 小坂義夫、谷川恭雄、畑中重光：低側圧3軸圧縮下のコンクリートの塑性変形挙動、材料、第34巻、第376号、pp.19-25、1985、1
- [2] Zdenek P. Bazant：Instability, Ductility, and Size Effect in Strain-Softening Concrete、Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.102, No. EM2, Proc. Paper 12042, Apr., 1976, pp.331-344.
- [3] Zdenek P. Bazant：Statistical Stability Effects in Concrete Failure、Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol.104, No. EM5, Proc. Paper 14047, Oct., 1978, pp.1195-1212.
- [4] 吉川弘道、石川雅美、山本俊彦、相馬直人：中心軸圧縮を受ける鉄筋コンクリート柱の非線形モデル、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.12, No.2 1990、pp.417-420
- [5] Popovics, S.: A numerical Approach to the Complete Stress - Strain Curve of Concrete、Cement and Concrete Research, Vol.3, 1973, pp.583-599
- [6] 西山峰広、六車、渡辺史雄：横拘束コンクリート系部材の曲げ靱性改善、コンクリート構造物の靱性とその評価法に関するコロキウム論文集、1988.3
- [7] 本田義博、山本俊彦、白都滋、大滝健：高強度鉄筋コンクリート柱に関する実験的研究、東急建設技術研究所報、no.16、1990
- [8] 佐々木聡、狩野芳一、寺岡勝、藤原敏夫：RC造短柱の中心圧縮性状に関する実験的研究、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.12, No.2 1990、pp.421-426
- [9] 堺孝司、角田与史雄、能町純雄：鉄筋コンクリート柱における帯筋の拘束効果に関する実験的研究、土木学会論文集、第354号V-2、1985.2、pp63-pp72
- [10] 菅野俊介、田村彰男、長嶋俊雄、木村秀樹：超高層RC建物における柱に関する実験的研究（高強度コンクリート柱の中心圧縮実験及び曲げせん断実験）、竹中技術研究報告、第38号、1978.11、pp35pp-52