

論文

[2116] アウトケーブルを用いたPRCばりの非線形解析

正会員 柳沼善明 (日本大学交通土木工学科)

1. はじめに

近年、諸外国ではアウトケーブルを用いた構造物(部材断面の外部にPC鋼材を配置した構造物)の設計、施工が注目されている。アウトケーブルの使用には数々の利点があるため、我国でもその使用が増加するものと予想される。アウトケーブルを用いたプレストレスト鉄筋コンクリート(PRC)ばりは、断面の内部にPC鋼材が配置されている構造とは異なり、アウトケーブル特有な問題がある。特に、挙動ならびに最大荷重の計算方法が確立されていないことである。これは、PC鋼材が断面の外部に配置されているため、外力によるたわみの増加に伴い、PC鋼材とはり部材図心との偏心距離が変化するためである。

本研究の目的は、アウトケーブルを用いたPRCばりの挙動について、実験結果と解析結果とを比較検討することである。解析方法は有限要素解析で、材料の非線形と幾何学的な非線形とを考慮した。解析プログラムはパーソナルコンピュータを使用した。

2. 解析方法

2.1 基礎方程式

はり要素の仮想仕事方程式を有限要素法により定式化するにあたり、以下の仮定を設けた。

- 1) 材料の応力-ひずみ関係には履歴効果を考慮しない。
- 2) 平面保持の仮定が成立する。
- 3) 要素内では伸び剛性(E・A)および曲げ剛性(E・I)は一定である。
- 4) 断面図心軸に作用する力は変形後も作用方向を変えない。
- 5) 要素内の断面力は両端間を直線で近似する。
- 6) せん断変形は無視する。

図-1に示すような座標系を取り、軸力N、せん断力V、曲げモーメントMとが作用しているはり要素を考える。軸ひずみ ϵ_x 、曲率 ϕ との関係は、曲げに伴うせん断変形を無視し、高次の微小項を省略して次式のように与える[1]。

$$\epsilon_x \cong \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 \quad (1)$$

$$\phi \cong - \frac{d^2v}{dx^2} \quad (2)$$

軸方向変位uと横方向変位vは部材両端の変位を内挿して次のように与える。

$$u = L_1(x) \cdot u_a + L_2(x) \cdot u_b \quad (3)$$

$$v = H_{11}(x) \cdot v_a + H_{12}(x) \cdot \theta_a + H_{21}(x) \cdot v_b + H_{22}(x) \cdot \theta_b \quad (4)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} L_1(x) &= 1 - x/l \\ L_2(x) &= x/l \\ H_{11}(x) &= 1 - 3(x^2/l^2) + 2(x^3/l^3) \\ H_{12}(x) &= x - 2(x^2/l) + (x^3/l^2) \\ H_{21}(x) &= 3(x^2/l^2) - 2(x^3/l^3) \\ H_{22}(x) &= -(x^2/l) + (x^3/l^2) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

部材力とひずみとの関係として

$$N = E \cdot A \cdot \varepsilon_x \quad (6)$$

$$M = E \cdot I \cdot \phi \quad (7)$$

ここに、Eは弾性係数、A、Iはそれぞれ断面積と断面二次モーメントである。

部材力のつりあいから

$$\frac{d}{dx} N = 0 \quad (8)$$

$$\frac{d^2}{dx^2} M + N \frac{d^2 v}{dx^2} = 0 \quad (9)$$

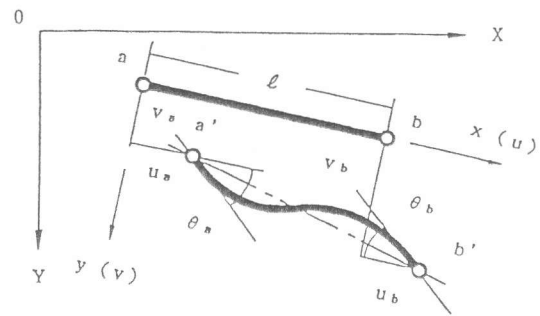


図-1 部材端の変位

となる。接点変位 {d} と接点力 {f} との関係が次のように求められる。

$$\{f\} = ([K_0] + [K(d)]) \cdot \{d\} \quad (10)$$

ここに、[K₀]は微小変形理論による剛性マトリックスであり、[K(d)]はdの1次および2次の項を含む非線形剛性マトリックスである。幾何学的な非線形は、この非線形剛性マトリックスに考慮している。剛性マトリックスの内容については文献[1]に詳しく説明されている。

式(10)の剛性マトリックスは弾性理論に基づいているため、材料の非線形性を曲げ剛性(E・I)と伸び剛性(E・A)との減少と考えて解析プログラムに組み込んだ。曲げ剛性と伸び剛性の減少率をα、βとして、

$$\alpha = M / (\phi \cdot E_0 \cdot I_0) \quad (11), \quad \beta = (E_c \cdot A_c) / (E_0 \cdot A_0) \quad (12)$$

ここに、E₀、I₀、A₀は、それぞれひびわれが発生する前の初期状態における弾性係数、断面二次モーメント、断面積である。E_c、A_cはそれぞれ平均化した弾性係数と断面積である。

PRCばりは図-2に示すような要素にモデル化した。PC鋼材(アウトケーブル)は部材の図心軸から偏心距離eだけ離れた位置に要素として組み入れた。導入プレストレス力は、その効果を等価な外力で置き換えるために初期ひずみと外力NとをPC鋼材の定着位置に与えた。載荷重によるPC鋼材の緊張力の変化は、PC鋼材の内力の変化として計算できる。

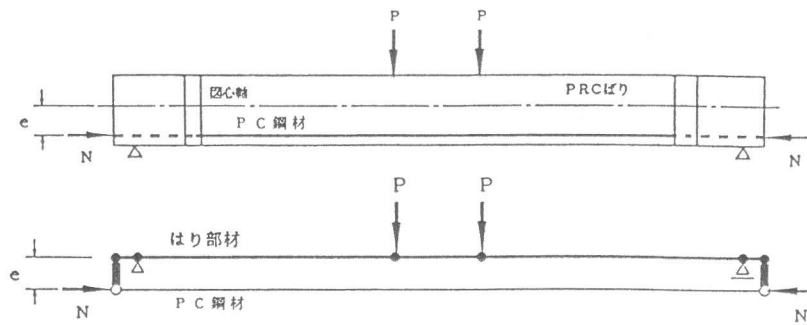


図-2 PRCばりのモデル化

解析の手順は図-3に示したフローのようになる。たとえば、 n ステップにおいて荷重を与えた場合を考える。この場合、まず $n-1$ ステップの断面剛性の減少率 α 、 β を用いて剛性マトリックスを作成する。この剛性マトリックスを解くことにより各要素の変位を求め、部材力が求まる。この部材力から断面細分割法によりひずみ分布を求める。このひずみ分布から材料の非線形性による減少率 α 、 β が求まる。この作業を j 回繰り返すことにより n ステップでの正確な接点変位が得られる。なお、

本解析では各要素の $j-1$ 回目の減少率 α 、 β と j 回目の減少率との差が j 回目の減少率に対して3%以内であれば収束したと判断した。材料の非線形性による断面剛性の減少率 α 、 β は、部材の要素内では一定とした。要素内の α 、 β は、要素両端の部材力からそれぞれ求まる減少率の平均をその要素内の減少率とした。

本解析で用いたPRCばりの要素分割数は、17接点、17要素であった。

2.2 解析に用いた材料の応力-ひずみ関係

圧縮を受けるコンクリートの応力-ひずみ関係は二次式と直線との組合せとして、終局ひずみは0.0035とした[2]。引張を受けるコンクリートの応力-ひずみ関係は引張剛性を考慮し、岡村、前川モデル[3]を採用した。鉄筋の応力-ひずみ関係は降伏点以降ただちにひずみ硬化に入るものとし、降伏後は $E_s/100$ の勾配を持つものとした。PC鋼材の応力-ひずみ関係は土木学会コンクリート標準示方書[2]にしたがった。

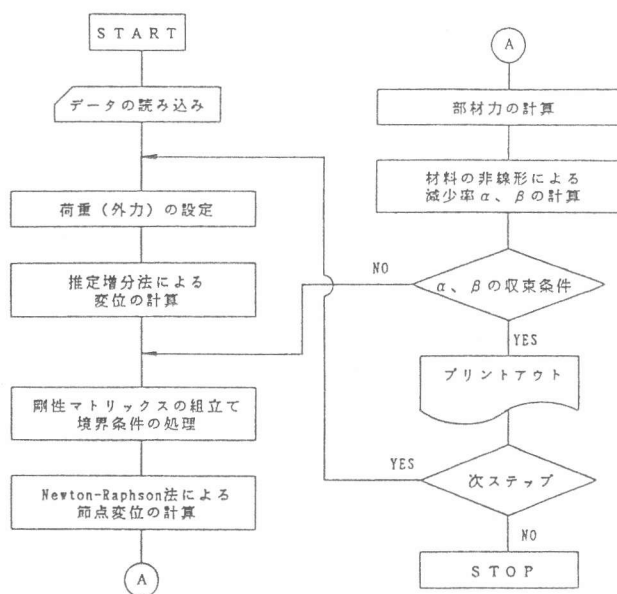


図-3 解析の手順

3. 供試体と実験方法

解析の対象とした実験は、鉄筋係数、P C鋼材係数、導入プレストレス力を変化させて行なったものである。実験Ⅰでは〔4〕、鉄筋係数を三種類に変化させ、P C鋼材係数と導入プレストレス力は一定として行なった。実験Ⅱでは〔5〕、鉄筋係数、P C鋼材係数、導入プレストレス力を変化させて行なった。

また、実験Ⅲは〔6〕スパン長とはりの高さとの比を変化させて行なった。

供試体の形状を図-4に、寸法を表-1に示した。ここに、表-1中の b ははりの幅、 h ははりの高さ、 d は有効高さ、 d_p はコンクリート圧縮縁からP C鋼材までの距離、 l はスパン長である。

使用した鉄筋の材質はSD30、P C鋼材の材質はSBPR95/110であった。

実験Ⅰ、Ⅱ、Ⅲの実験方法はともに二点荷重で、各荷重毎にたわみ、ひずみ、ひびわれの状況などを測定し、荷重を漸次増加させて静的に曲げ破壊させた。コンクリートのクリープや乾燥収縮、P C鋼材のリラクゼーションなどによるP C鋼材の応力減少を極力少なくするために、供試体の曲げ荷重実験はプレストレスの導入後ただちに行なった。

4. 実験結果と解析結果との比較

4.1 終局荷重とひびわれ発生荷重

断面の内部に配置されたアンボンドP Cばりに対して提案されている最大曲げモーメントの算定式を、アウトケーブルを用いたP R Cばりに適用して、その計算値と実験値との比較を表-2に示した。計算には Mattock〔7〕、Baker〔8〕、Gifford〔8〕、ならびに竹本〔9〕による算定式を用いた。表-2によれば、各計算値は実験値と良く一致しているように見える。しかし、図-5から、スパン長とはりの高

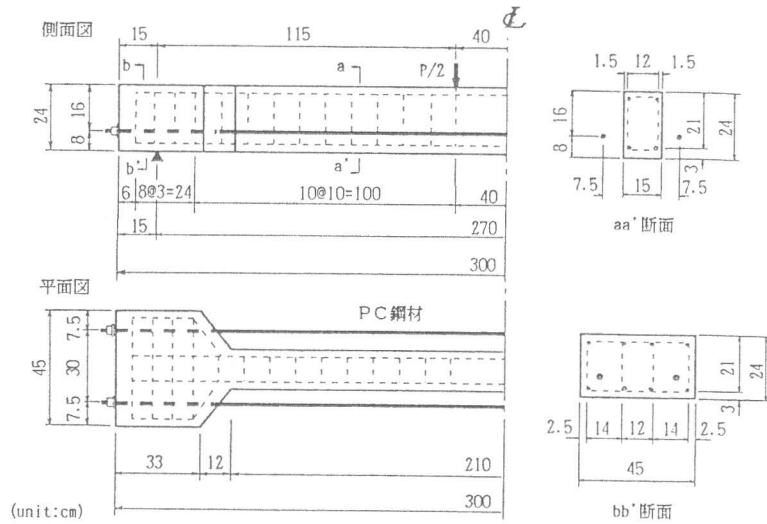


図-4 アウトケーブルを用いたP R Cばり (実験Ⅱ)

表-1 P R Cばりの寸法

実験	b	h	d	d_p	l	l/h
I	25	40	35	26.7	400	10
II	15	24	21	16	270	11.3
III	6	10	8.8	6.7	160	16
	6	10	8.8	6.7	280	28

備考) 単位はcmである。

表-2 最大曲げモーメントの計算値/実験値

算定式	Mattock	Baker	Gifford	竹本
平均値	1.091	1.087	1.210	1.004
変動係数 (%)	22.9	22.1	26.7	15.0

さとの比 (l/h) が大きくなると、最大曲げモーメントの計算値と実験値との比 (calc/test) は大きくなる傾向を示し、実験値と計算値とは一致しない。この傾向は他の算定式についても同様であった。これは、 l/h が大きくなると、部材のたわみが大きくなり、部材の図心軸とアウトケーブルとの偏心距離が変化することに起因していると考えられる。

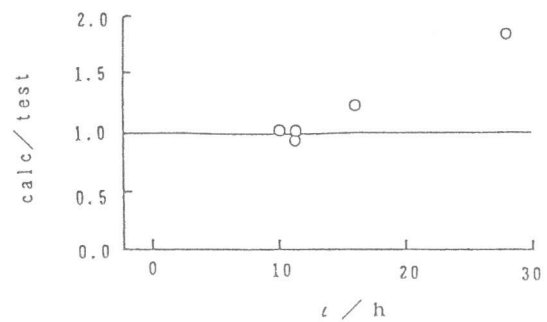


図-5 Mattockによる最大曲げモーメントの計算値と実験値との比較

表-3 本解析方法による計算値と実験値との比較

実験	Beam No.	$\frac{A_s}{bd}$ (%)	$\frac{A_s'}{bd}$ (%)	$\frac{A_p}{bd}$ (%)	$f_{c'}$	f_{ct}	λ	$\frac{P_e}{bh}$	$\frac{l}{h}$	calc/test		
										P_c	P_y	P_{max}
I	OA-1	0.660	0.163	0.950	320	28.3	0.862	40.7	9.9	1.053	0.957	0.899
	OB-1	1.17	"	"	"	"	0.741	41.0	10.0	1.171	0.936	0.921
	OC-1	2.18	"	"	326	30.1	0.590	41.5	9.9	1.124	0.965	0.970
II	OA88-1	0.453	0.453	0.843	431	33.7	1.000	22.7	11.1	0.878	1.066	0.789
	OA88-2	"	"	"	"	"	1.000	44.3	11.2	1.503	0.999	0.864
	OB88-1	0.806	"	0.422	"	"	0.833	11.4	11.1	0.768	1.012	0.835
	OC88-1	3.22	"	0.843	"	"	0.332	22.4	11.2	1.177	1.013	0.942
	OC88-2	"	"	"	"	"	0.499	43.3	10.8	1.307	0.946	0.926
	OD88-1	4.08	"	0.422	"	"	0.283	22.2	11.1	1.231	0.986	0.990
III	OS-1	1.21	—	2.53	421	28.7	0.899	39.5	15.7	0.891	1.005	0.938
	OL-1	"	—	"	"	"	0.899	40.3	27.2	0.948	1.113	1.053
平均値 変動係数 (%)										1.055	1.000	0.921
										15.1	5.01	7.59

備考) $\lambda = A_p \cdot f_{py} / (A_s \cdot f_{sy} + A_p \cdot f_{py} - A_s' \cdot f_{sy}')$
 $f_{c'}$, f_{ct} の単位は kgf/cm^2 である。

次に、最大荷重 P_{max} 、降伏荷重 P_y ならびにひびわれ発生荷重 P_c について、本解析方法による各計算値と実験値との比較を表-3に示した。 l/h 、鋼材量、導入量にかかわらず、本解析方法による各計算値は実験値と良く一致した。ここに、 A_p 、 A_s 、 A_s' はそれぞれP C鋼材、引張鉄筋、圧縮鉄筋の断面積である。 f_{py} 、 f_{sy} 、 f_{sy}' はそれぞれP C鋼材、引張鉄筋、圧縮鉄筋の降伏強度である。 P_e は導入プレストレス力である。 $f_{c'}$ 、 f_{ct} はそれぞれコンクリートの圧縮強度と引張強度である。表-3中のはりの断面寸法は、表-1に示してある。

4.2 荷重-たわみ関係と荷重-ひずみ関係

荷重とスパン中央のたわみとの関係を図-6に示した。P R Cばりの降伏荷重までの計算値は実験値と良く一致した。鉄筋量の少ないP R Cばり(OA-1)の計算値は、降伏荷重以降、荷重の増加はあまりなかった。他の実験で得られた荷重-たわみ関係においても図-6と同様な傾向がみられた。

次に、荷重-ひずみ関係を図-7に示した。本解析方法による計算値は実験値と良く一致した。

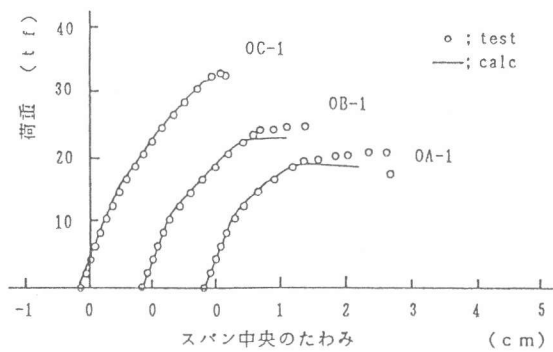


図-6 荷重-たわみ関係

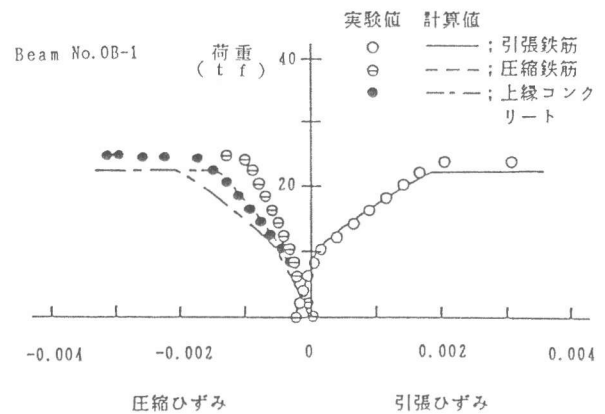


図-7 荷重-ひずみ関係

5. あとがき

アウトケーブルを用いたP R Cばりについて、有限要素解析による挙動解析結果と実験結果とを比較した結果、得られた結論は次の通りである。

- 1) ひびわれ発生荷重、降伏荷重、最大荷重の計算値は実験値と良く一致した。
- 2) 荷重-たわみ関係、荷重-ひずみ関係について計算値は実験値と良く一致した。

以上により、材料の非線形ならびに幾何学的な非線形を考慮した有限要素解析は、アウトケーブルを用いたP R Cばりの挙動解析を精度良く解析できるものと思われる。また、はりの途中でアウトケーブルをはりに止める場合は、その部分にはり部材の要素とP Cケーブルの要素とを結合要素を挿入することにより解析が可能であろう。

最後に、本研究をまとめるに当たり日本大学川口昌宏教授の多大なる御指導に感謝致します。また、図表の整理に与儀友一郎、藪谷 寛、吉川昌孝君たちの協力に感謝致します。

参考文献

- 1) 堀井健一郎ほか：骨組構造の大変形解析、土木学会論文報告集、No.191、pp.15-30、1971.7
- 2) 土木学会：コンクリート標準示方書〔設計編〕、1986
- 3) 岡村 甫ほか：鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析、土木学会論文集、No.360/V-3、pp.1-10、1985.8
- 4) Yaginuma, Y., et al. : Mechanical Behavior of Partially Prestressed Concrete Beams with Exterior Cables, Transactions of the JCI, Vol.9, pp.351-358, 1987
- 5) Yaginuma, Y., et al. : Flexural Behavior of Partially Prestressed Concrete Beams with Exterior Cables, Transactions of the JCI, Vol.11, pp.409-416, 1989
- 6) Yaginuma, Y., et al. : Influence of Span on Behavior of Partially Prestressed Concrete Beams with Exterior Cables, Transactions of the JCI, Vol.10, pp.409-416, 1988
- 7) Mattock, A.H., et al. : Comparative Study of Prestressed Concrete Beams, with and without Bond, J. of ACI, Vol.68, No.2, pp.116-125, 1972
- 8) 宮本征夫ほか：アンボンドP C部材の静的曲げ強度、鉄道技術研究所報告、No.826、pp.1-24、1973
- 9) 建築学会：プレストレス鉄筋コンクリート（Ⅲ種P C）構造設計・施工指針・同解説、1986