

論文

[1098] 弾塑性多孔質材料のクリープ性状に及ぼす間隙水圧の影響

に関する解析的研究

正会員 ○大下英吉 (前田建設工業技術研究所)  
 正会員 D. R. Lokuliyana (名古屋大学大学院)  
 正会員 田辺忠顕 (名古屋大学土木工学科)

1. はじめに

セメントの水和熱により発生する温度応力を算定する際、コンクリートのクリープ特性の影響を考慮することが必要である。しかし現段階における解析方法では、クリープ特性におよぼすコンクリートの材令、応力状態（圧縮、引張）の影響を十分には反映していない。また、実験的研究も少なく特に若材令におけるクリープ特性に関しては過去に数例を数えるのみである。そこで本研究では、若材令コンクリートを対象にして圧縮および引張クリープ特性に及ぼす各種要因の影響を解析的に評価し、若材令コンクリートのクリープ特性について考察を行った。

2. 解析理論

本研究では、コンクリートを図-1に示すような骨材とセメントペーストおよびそれらの空隙には水が満たされている多孔質材料として捉え、骨材は完全等方弾性体、セメントペーストは弾塑性体と仮定した。

解析は、Contri, Majorana, Schrefler[1], Lewis, Schrefler[2]らによって提案された力の釣合条件と流れの連続条件を満足する連成方程式を時間依存型およびDrucker-Pragerの降伏条件を改良した非線形の場合に拡張させ、有限要素で離散化して行った。

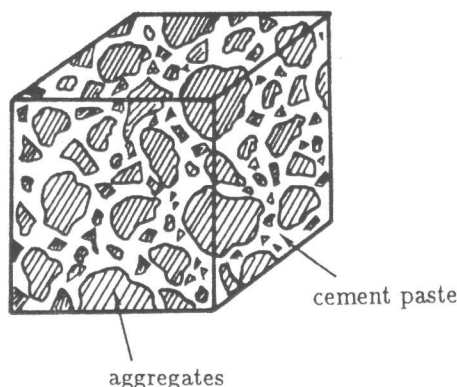


図-1 二相材料コンクリートモデル

2.1 連成方程式の定式化

本研究は、力の釣合条件と質量保存の条件を満足する連成解析であり、以下にそれぞれの定式化および連成の定式化を示す。なお本研究の特徴は、間隙水圧によるコンクリート粒子の圧縮性を考慮したことである。

(1) 力の釣合条件

多孔質材料内の全応力  $\{\sigma\}$ 、有効応力  $\{\sigma'\}$  および間隙水圧  $p$  の関係は、引張を正とすると以下のように示される。

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \{m\}p \quad (1)$$

ここで、 $\{m\}$  はクロネッカーの記号である。また、全応力とはコンクリート全体（固体相（骨材+セメントペースト）+液体相）に作用している応力、有効応力とは固体相に作用している応力であり下式のような増分形で示される。

$$d\{\sigma'\} = D_T^{ep} \{d\{\epsilon\} - d\{\epsilon^{pr}\}\} \quad (2)$$

ここで、 $[D_T^{ep}]$  はコンクリート中の空隙に液体が満たされていない状態における応力-ひずみマトリックスであり、 $d\{\epsilon^{pr}\}$  は間隙水圧増分  $dp$  によって生じる固体相のひずみ増分であり、固体相の平均的な応力-ひずみマトリックス  $[D^e]$  および間隙比  $\alpha$  を用いてそれぞれ以下のよ

うに表される。

$$[D_s^{ep}] = (1 - \xi)[D_s^{ep}] \quad (3)$$

$$d\{\varepsilon^{pr}\} = -[D_s^{ep}]^{-1}\{m\}dp \quad (4)$$

そして、仮想仕事の原理から求められる釣合方程式を有限要素により離散化すると下式に示すような微分方程式が得られる。

$$K_T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - L \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} - \frac{d\{f\}}{dt} = 0 \quad (5)$$

ここで、 $K_T$ 、 $L$ はそれぞれ接線剛性マトリックス、間隙水圧による固体相の体積変化を表すマトリックスであり、また $\{f\}$ は外力を表している。これらのマトリックスを下式に示す。

$$K_T = (1 - \xi) \int_{\Omega} B^T D_s^{ep} B d\Omega, L = \int_{\Omega} B^T \xi \{m\} \bar{N} d\Omega, f = \int_{\Omega} \bar{N} \{b\} d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{N} \{t\} d\Gamma \quad (6)$$

なお、 $N, \bar{N}$ はそれぞれ変位、間隙水圧に関する形状関数であり、 $B$ はひずみ-変位マトリックスである。

## (2) 質量保存の条件

水頭 $h$ は、位置水頭 $z$ と圧力水頭 $p/\gamma$ との和により下式で表される。

$$h = z + p / \gamma \quad (7)$$

ここで、 $\gamma$ は液体の単位体積重量であり、位置水頭 $z$ は鉛直上向きを正とする。

質量保存の条件は単位ボリューム当たり外部から流入する量( $q$ )と外部に流出する量( $\nabla v$ )との差が体積変化( $\nabla^T v$ )に等しい(式(8))と表すことができる。なお、 $v$ は液体の流速でありDarcyの法則にしたがうものと仮定する。

$$\Delta V = q - \nabla^T v \quad (8)$$

ここで、式(8)の左辺(体積変化)に及ぼす要因を以下に示す。

- |                       |                            |
|-----------------------|----------------------------|
| (a) 蓄積速度に起因する体積ひずみの変化 | (d) 圧力変化に起因する粒子体積の変化       |
| (c) 流体の体積変化           | (e) 有効応力の変化によって生じる固体相の体積変化 |

これらの各要因を式(8)に代入し、質量保存式に対する有限要素の離散化は、Galerkin法を用いると次式のようなになる。

$$H\{\bar{p}\} + S \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} + L^T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - \{f_p\} = 0 \quad (9)$$

ここで、 $H$ 、 $S$ 、 $L^T$ および $f_p$ はそれぞれ下式のように表される。

$$H = \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T k' \nabla \bar{N} d\Omega, S = \int_{\Omega} \bar{N}^T s \bar{N} d\Omega, L^T = \xi \int_{\Omega} \bar{N}^T \{m\}^T B d\Omega, \quad (10)$$

$$f_p = - \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T k' \nabla \gamma z d\Omega + \int_{\Omega} \bar{N}^T q d\Omega \quad s = \frac{\xi}{k_f}, k' = \frac{k}{\gamma}$$

## (3) 連成方程式

釣合方程式(5)と質量保存式(9)との連成方程式は、下式のようなマトリックスにより表すことができる。

$$\begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & -[H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{p}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_T] & -[L] \\ -[L^T] & -[S] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} \\ \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{d\{f\}}{dt} \\ -\{f_p\} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

この連成方程式は、変位および間隙水圧の初期値が与えられれば現段階の値が直接求まるということを表している。本研究では、式(11)に後退差分法を適用し下式のような増分形のマトリックス表示で表される連成方程式を用いることにした。

$$\begin{bmatrix} [K_T] & -[L] \\ -[L^T] & -\Delta t[H] - [S] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta\bar{u}\} \\ \{\Delta\bar{p}\} \end{Bmatrix} = \Delta t \begin{Bmatrix} \frac{d\{f\}}{dt} \\ -\{f_p\} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} [0] & [0] \\ [0] & -[H] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\}_i \\ \{\bar{p}\}_i \end{Bmatrix} \quad (12)$$

ここで、 $\{u\}_i$ 、 $\{p\}_i$ は、それぞれ前段階における節点変位ベクトル、節点間隙水圧である。

## 2. 2 二相材料としての若材令コンクリートのモデル化

本研究では、コンクリートを骨材とセメントペーストから成る二相材料として捉え、骨材は等方完全弾性体、セメントペーストは弾塑性体と仮定してコンクリートのモデル化を行った。

### (1) セメントペーストの弾塑性マトリックス

塑性理論から降伏関数  $F$  は、式(13)に示すように有効応力場および塑性ひずみ履歴の関数として表され、 $F \leq 0$  の時にセメントペーストは弾性状態、また  $F > 0$  の時には塑性状態にある。

$$F = F(\{\sigma'\}, \{\varepsilon_c^p\}) = 0, \quad F < 0 : \text{弾性状態} \quad , \quad F \geq 0 : \text{塑性状態} \quad (13)$$

なお、本研究では Wuら [3] によって提案された塑性モデルを用いることにした。セメントペーストの弾塑性マトリックスは、降伏関数の適合条件、関連する流れ則、および塑性ひずみ増分ベクトルの直交条件から下式のように求まる。

$$[D_c^{ep}] = [D_c^e] - \frac{[D_c^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma'\}} \right\} \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma'\}} \right\}^T [D_c^e]}{\left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma'\}} \right\}^T [D_c^e] \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma'\}} \right\} - \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\varepsilon_c^p}\} \right\}^T \left\{ \frac{\partial F}{\partial \{\sigma'\}} \right\}} \quad (14)$$

ここで、 $[D_c^{ep}]$  はセメントペーストの弾塑性マトリックス、 $[D_c^e]$  はセメントペーストの弾性マトリックスである。

### (2) コンクリートの弾塑性マトリックス

本研究では、コンクリートの全ひずみ増分を骨材の全ひずみ増分とセメントペーストの全ひずみ増分の和で定義する。

$$\{\varepsilon^T\} = \frac{V_A}{V} \{\varepsilon_A^T\} + \frac{V_C}{V} \{\varepsilon_C^T\} \quad V = V_A + V_C \quad (15)$$

ここで、 $d\{\varepsilon^T\}$ 、 $d\{\varepsilon_A^T\}$ 、 $d\{\varepsilon_C^T\}$  はそれぞれコンクリート、骨材およびセメントペーストの全ひずみ増分であり、 $V$ 、 $V_A$ 、 $V_C$  はそれぞれコンクリート、骨材およびセメントペーストの体積である。式(15)および骨材とセメントペーストに作用する応力は等しいと仮定すると、コンクリートの弾塑性マトリックスは次式のようになる。

$$D_T^{ep} = \left[ \frac{V_A}{V} [D_A^e]^{-1} + \frac{V_C}{V} [D_C^e]^{-1} \right]^{-1} \quad (16)$$

## 3. 数値計算モデル

2章における解析理論を基に有限要素法により数値計算を行った。以下に解析モデル、解析条件および解析ケースを示す。なお、本研究では材令が一日のコンクリートを対象に解析を行った。

### 3. 1 解析モデルおよび解析条件

解析の対象としたモデルは、図-2に示すように一辺が40cmの立方体で、これを8要素に分割した供試体とした。解析条件には一軸圧縮および引張状態を想定して図-2に示すような境界条件を設定し、荷重は供試体上面に与えた。なお、図中の→は変位、●は間隙水圧に関する固定境界をそれぞれ表している。また、解析に用いた諸パラメータは、以下に示す通りであり、諸パラメータは時間によらず一定とした。

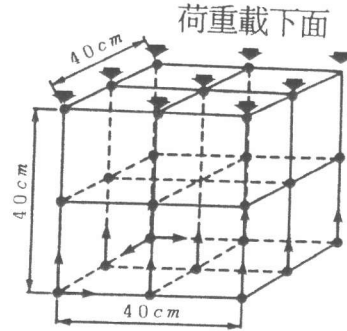


図-2 解析対象モデル

- |  |   |                             |
|--|---|-----------------------------|
| (a) 骨材に関する諸パラメータ   | (b) セメントペーストに関する諸パラメータ                                    |                             |
| ・ヤング係数 ( $E_a$ ) $4 \times 10^5$ (kgf/cm <sup>2</sup> )    | ・ヤング係数 ( $E_c$ ) $5.5 \times 10^4$ (kgf/cm <sup>2</sup> ) |                             |
| ・ポアソン比 ( $\nu_a$ ) 0.20                                    | ・ポアソン比 ( $\nu_c$ ) 0.20                                   |                             |
| ・体積比 ( $V_A/V$ ) 0.7                                       | ・体積比 ( $V_C/V$ ) 0.3                                      |                             |
| (c) 液体に関する諸パラメータ   | (d) 塑性域における材料定数   | (e) コンクリート強度                |
| ・体積弾性係数 ( $K_f$ ) $2.2 \times 10^5$ (kgf/cm <sup>2</sup> ) | ・初期内部摩擦角 ( $\phi_0$ ) $30.7^\circ$                        | ・圧縮強度                       |
| ・単位体積重量 ( $\gamma$ ) 0.001 (kgf/cm <sup>3</sup> )          | ・初期粘着力 ( $C_0$ ) 11.8 (kgf/cm <sup>2</sup> )              | 55.0 (kgf/cm <sup>2</sup> ) |
| ・間隙比 ( $\xi$ ) 0.15  | ・材料定数 $\alpha$ 0.65                                       | ・引張強度                       |
| ・透水係数 $5 \times 10^{-8}, 5 \times 10^{-6}$ (cm/min)        | ・材料定数 $\beta$ 1.00  | 20.0 (kgf/cm <sup>2</sup> ) |

なお、セメントのヤング係数 ( $E_c$ )、初期内部摩擦角 ( $\phi_0$ ) および初期粘着力 ( $C_0$ ) は材令一日における一軸圧縮状態での実測結果である。また、本研究では、3.2で述べる解析ケースのケースとして載荷応力が両状態とも塑性域 (降伏点) にある場合を想定しクリープひずみに及ぼす塑性の影響の比較を行うために、(e) に示す圧縮強度と引張強度の比を仮定した。

### 3.2 解析ケース

本研究では、圧縮および引張クリープ特性に及ぼす載荷応力 (載荷応力が圧縮および引張状態とも弾性域と塑性域の場合) の影響および透水係数の影響を調べるために、それぞれ以下に示す値に対して解析を行った。

#### (1) 載荷応力

弾性レベル: 各強度の30% (圧縮応力 16.5, 引張応力 6.0 (kgf/cm<sup>2</sup>))

塑性レベル: 20.0 (kgf/cm<sup>2</sup>) (圧縮強度の36%、引張強度の100%)

#### (2) 透水係数

$5 \times 10^{-8}$  (cm/min)

$5 \times 10^{-6}$  (cm/min)

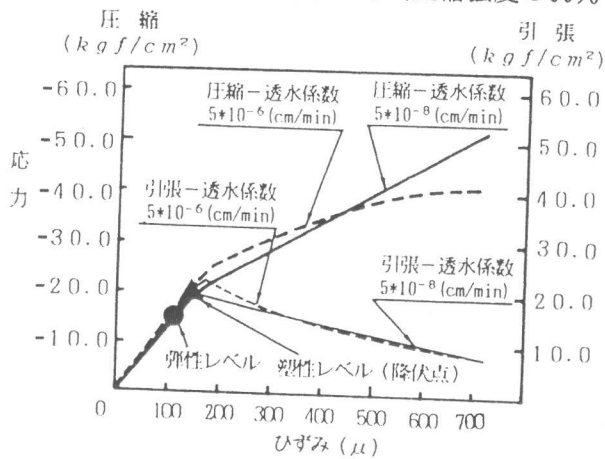


図-3 有効応力～ひずみ関係

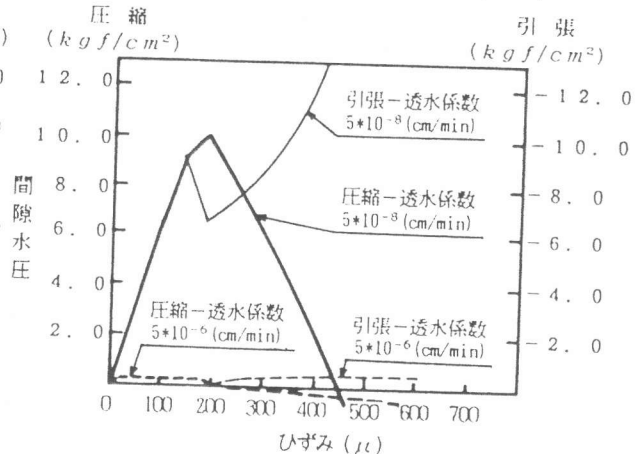


図-4 間隙水圧～ひずみ関係

クリープひずみの算定を行う前に、解析対象モデルに対する応力～ひずみ、間隙水圧～ひずみ関

係の解析結果をそれぞれ図-3、4に示す。図中の実線は透水係数が $5 \times 10^{-8}$ 、破線は $5 \times 10^{-6}$  (cm/min)における解析結果であり、一軸圧縮状態を太線で一軸引張状態を細線で表している。また●および▲印は、クリープ解析を行う際の弾性レベルおよび塑性レベルに対応する載荷応力をそれぞれ表している。この図から、圧縮および引張状態とも透水係数が小さいと有効応力、間隙水圧とも大きな値となっており、コンクリートが非排水に近い状態にあるものと思われる。逆に、透水係数が大きいと間隙水圧が非常に小さくなり、排水に近い状態にあるものと思われる。また、図中の▲印で示す降伏点以降の塑性域において、間隙水圧は圧縮状態では急激に低下しているのに対し、引張状態では逆に急激に上昇している。このような間隙水圧の絶対値の大小およびその発生状態がクリープ特性に大きな影響を及ぼす要因であるものと思われる。

#### 4. 解析結果と考察

解析結果を図-5~7に示す。図-5は載荷応力が弾性レベルの場合、図-6は塑性レベルの場合に対するクリープひずみ~時間関係の解析結果を示している。図中に示す実線は透水係数が $5 \times 10^{-8}$ 、破線は $5 \times 10^{-6}$  (cm/min)の結果であり、一軸圧縮状態を太線で一軸引張状態を細線で表している。また、図-7は一軸圧縮状態(弾性レベル)における有効応力、間隙水圧~時間関係の解析結果を示している。図中に示す実線は有効応力、破線は間隙水圧であり、透水係数が $5 \times 10^{-8}$ の結果を太線で $5 \times 10^{-6}$  (cm/min)の結果を細線で表している。

##### (1) 透水係数の影響

載荷応力によらずクリープひずみの終局値は、圧縮および引張状態とも透水係数の値が小さいと大きな値となっている。これは、図-4に示すように間隙水圧は透水係数の値が小さい場合大きな値を生じ、また図-7から間隙水圧が時間とともに有効応力へと徐々に移行することによるものと思われる。

##### (2) 載荷応力の影響

透水係数の値が大きい場合、載荷応力によらず(1)で述べたことからクリープひずみは殆ど発生していない。透水係数の値が小さい場合には、特に引張状態において載荷応力が塑性レベルでは弾性レベルの場合に比べ、クリープひずみの終局値は約9倍となっている。逆に、圧縮状態では載荷応力が塑性レベルの場合、クリープひずみの終局値は弾性レベルの場合の約50%になっている。これは、間隙水圧が塑性域において引張状態では急激に上昇し、また圧縮状態では急激に減少している

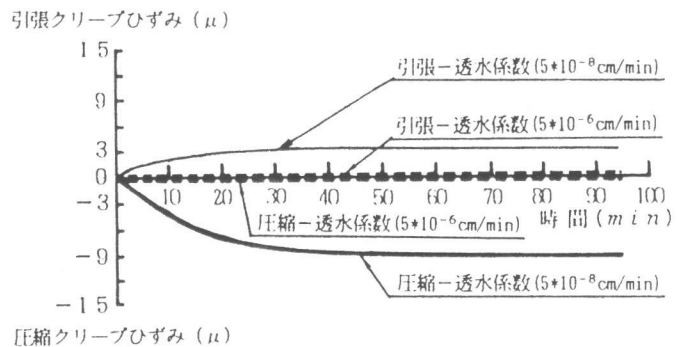


図-5 弾性レベルにおけるクリープひずみ

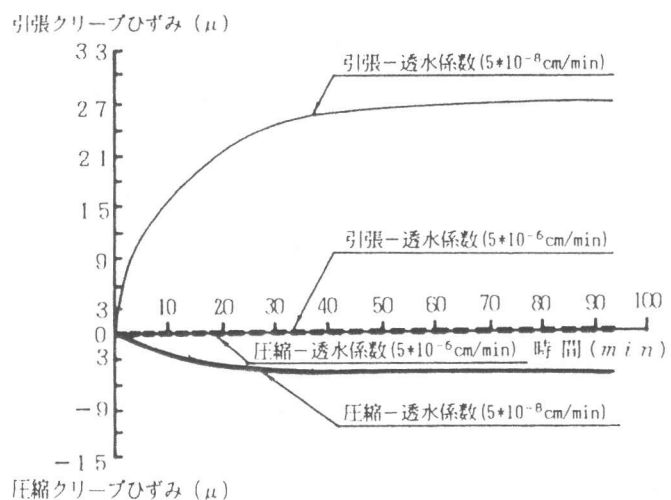


図-6 塑性レベルにおけるクリープひずみ

こと(図-4)、およびコンクリートが塑性状態にあることなどの影響が密接にクリープひずみに関係することによるものと推測される。

(3) 圧縮、引張クリープ特性の相違  
 荷重応力が弾性レベルでは、圧縮クリープひずみは引張クリープひずみよりも大きく終局値にして約3倍となっている。逆に、荷重応力が塑性レベルでは、引張クリープひずみが圧縮クリープひずみよりも大きく終局値にして

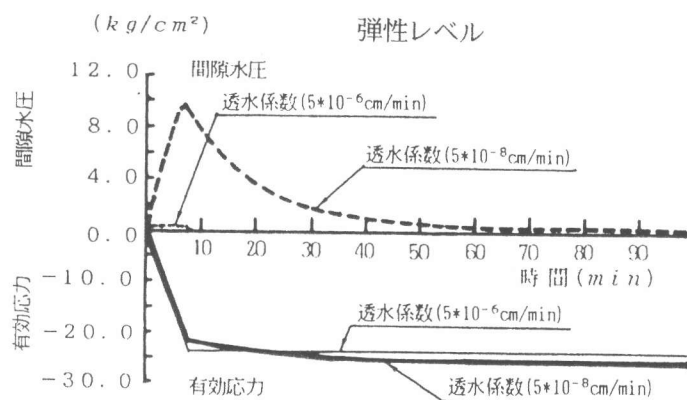


図-7 有効応力、間隙水圧～時間関係

約5倍となっている。コンクリートが塑性化することにより、圧縮状態では固体相が間隙水圧を負担することができるが、引張状態ではそれができないためクリープひずみが非常に大きくなるものと思われる。以上のことを踏まえ引張状態のみが塑性化した場合の圧縮、引張クリープ特性の相違を推測すると、コンクリートの塑性化がクリープひずみに及ぼす影響は非常に大きい(引張状態では)という結果から、定性的には図-6と同様な傾向になるものと思われる。

## 5. まとめ

本研究では、若材令コンクリートのクリープ特性に及ぼす荷重応力および透水係数の影響、および圧縮クリープおよび引張クリープ特性の相違についての解析的な評価を行った。本研究で得られた結論を要約すると次のようになる。

- (1) 透水係数の違いにより、圧縮、引張状態ともクリープ特性は全く異なる傾向にある。
- (2) 荷重応力の違いにより、圧縮、引張状態ともクリープ特性は異なる傾向にあり、荷重応力が塑性域の場合、弾性域に比べクリープひずみは圧縮状態では小さく、引張状態では大きくなる。
- (3) 圧縮、引張クリープ特性の相違は、荷重応力が弾性域では圧縮クリープひずみが大きく、逆に塑性域では引張クリープひずみが大きくなるという傾向にある。
- (4) 本研究では固体相(骨材+セメントペースト)のクリープ特性は考慮しておらず、液体の流れのみによってクリープ特性を評価し、さらに諸パラメータは時間によらず一定と仮定した。今後は、固体相のクリープのモデル化も行い、また諸パラメータを時間依存型として更に精度良く評価を行っていくことが必要であると思われる。

## 【参考文献】

- 1) Contri, L., Majorana, C. E. and Schrefler, B. A., : Proceeding of International Conference on Concrete of Early Ages, Vol. 1, 1982, pp. 193-198. (Ecole Nationale des Ponts et Chaussees, Paris 6-7-8 April, 1982)
- 2) Lewis, R. W., Schrefler, B. A. : A Fully Coupled Consolidation Model of the Subsidence of Venice, Water Resources Research: Vol. 14, pp. 223-230, 1978
- 3) Wu, Z. S. and Tanabe, T. : A Hardening-softening Model of Concrete Subjected to Compressive Loading, Journal of Structural Engineering, Architectural Institute of Japan, Vol. 36B, pp. 153-162, 1990