

論文

[2003] 鉄筋コンクリート部材の3次元非線形有限要素解析プログラムの開発

正会員○雨宮 篤(千葉大学大学院)

正会員 内田 和弘(フジタ技術研究所)

正会員 野口 博(千葉大学建築学科)

1. はじめに

有限要素解析は、鉄筋コンクリート(RC)部材の構造解析によく用いられるようになってきた。その場合、特殊な構造物を除いては主に、2次元解析として適用されている。最近、建造物の高層化、複合化、使用材料の高強度化が進んでおり、高軸圧に抵抗するために拘束筋によりコンクリートの耐力と靱性を向上させたRC柱や、柱がRCで梁がSである混合構造物の柱・梁接合部での鉄板によるコンクリートの3次元的拘束など、従来の2次元解析のみでは検討が難しい構造部材が増えてきている。

そこで本研究では、ここ数年、著者等が改良を加えてきたRC部材の2次元非線形有限要素解析プログラムを3次元に拡張し、従来の2次元的手法では取扱いの難しかったRC系の部材を3次元で直接解析したり、部材の3次元効果を部分的に3次元で解いて、その結果を2次元モデルに生かすことを目指して、基本的な解析を行うことを目的とした。

2. 解析方法

2.1 コンクリート要素

コンクリートは図-1に示すような20節点アイソパラメトリック要素とし、主応力、剛性等を、要素内の27個の積分点で評価する。また、コンクリートは直交異方性体とし、Darwin・Pecknold等の等価一軸ひずみモデル<sup>1)</sup>を、Murray等<sup>2)</sup>が3次元に拡張したものを使用する。また、応力-ひずみ関係には(1)に示す、Saenz式<sup>3)</sup>を用いる。ただし、最大値には後述する破壊基準により得られた値を用いる。

$$\sigma_i = \frac{E_0 \varepsilon_{iu}}{1 + [(E_0/E_s) - 2] (\varepsilon_{iu}/\varepsilon_{ic}) + (\varepsilon_{iu}/\varepsilon_{ic})^2} \quad (1)$$

$E_0$ : 応力0のときの接線弾性係数

$\sigma_i$ : 最大圧縮応力

$\varepsilon_{ic}$ : 最大圧縮応力に対する等価一軸ひずみ

$E_s$ :  $\sigma_{ic}/\varepsilon_{ic}$ =割線係数

● 節点  
× 積分点

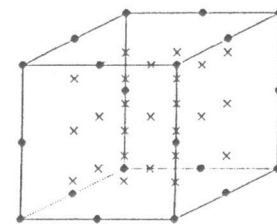


図-1 コンクリート要素

2.2 破壊基準

図-2に示すように、主応力空間( $\sigma_1$ - $\sigma_2$ - $\sigma_3$ )内に主応力の関数によって破壊曲面を定義し、主応力ベクトルがこの曲面を貫く時の値を、応力の最大値として求める。破壊曲面には、Willam-Warnkeの3パラメータモデル<sup>4)</sup>にさらに二つの自由度を加えた5パラメータモデル<sup>5)</sup>を使用する。破壊曲面の偏差平面(直線 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ (静水圧軸)に垂直な平面:紙面)による断面(楕円の一部を使用)を図-3に示す。座標軸 $\sigma_1$ 、 $\sigma_2$ 、 $\sigma_3$ がこの平面の上に投影されている。偏差平面は各座標軸に等角をなしているので、偏差平面上に投影された座標軸は互いに等しい角度で交わる。また、 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  ならば  $0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ$  の範囲にあって、他の領域については対称性を利用し

て求めることができる。ただし、 $\theta$ は(2)による。

$$\cos \theta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 - 2\sigma_3}{\sqrt{2 [ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 ]^{1/2}}} \quad (2)$$

破壊曲面の子午線(曲面と、静水圧軸を含む平面(子午面)との交線、その線上では $\theta = \text{一定}$ )は、(3)(4)の2次曲線を用いて表される。

$$r_1 = a_0 + a_1 \sigma_n + a_2 \sigma_n^2 \quad (3)$$

$$r_2 = b_0 + b_1 \sigma_n + b_2 \sigma_n^2 \quad (4)$$

図-4に示す子午線は圧縮子午線、引張子午線と呼ばれ、それぞれ $\theta = 60^\circ$   $\theta = 0^\circ$ に相当する。ここで、圧縮子午線がFcと三軸実験から得られた点( $\xi, \rho_1$ )を、引張子午線がFt、Fcb、実験データから得られた点( $\xi, \rho_2$ )を通り、さらに両子午線が静水圧軸上の一点(等方引張)で交わるとすれば係数 $a_i, b_i$ がすべて定まり、圧縮、引張子午線が描ける。ただし、本研究では、三軸実験のデータが得られなかったので、五つのパラメータのうち三つ、Fc、Ft、Fcb(等二軸圧縮強度)は実験データを用い、残りの二つは、Kupferの平板実験<sup>6)</sup>を参考に、ここでは、二組の異なる応力比の実験値から $\xi, \rho_1, \rho_2$ を逆算した。圧縮、引張子午線と、図-3の楕円の一部分を用いた断面を(7)によって組み合わせれば破壊曲面が定義され、三方向の主応力の最大値が得られる。

ひずみについても応力と同様に、主ひずみ(等価一軸ひずみ)座標系に破壊曲面を設定し、最大値を求める。

$$\sigma_n = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3Fc} \quad (5)$$

$$\tau_n = \frac{[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 ]^{1/2}}{\sqrt{15}Fc} \quad (6)$$

$$\tau_n = r(\theta, \sigma_n) \quad (7)$$

$$r = \frac{2r_2 r_{21} \cos \theta + r_2 (2r_1 - r_2) [4(r_{21}) \cos^2 \theta + 5r_1^2 - 4r_1 r_2]^{1/2}}{[4r_{21} \cos^2 \theta + (r_2 - 2r_1)^2]} \quad (8)$$

$$r_{21} = r_2^2 - r_1^2$$

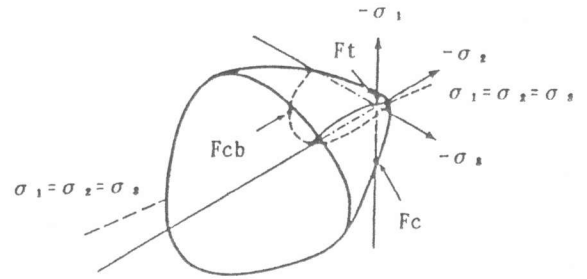


図-2 破壊曲面

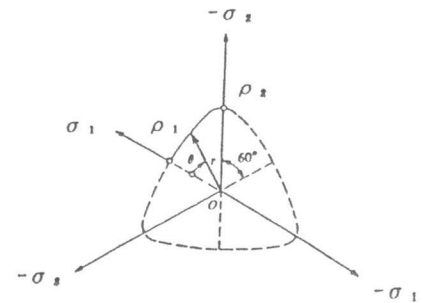


図-3 破壊曲面の偏差断面

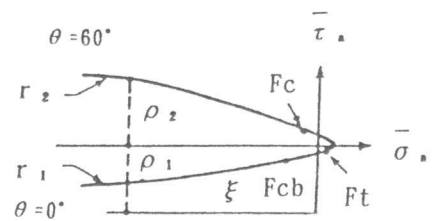


図-4 破壊曲面の圧縮・引張子午線

### 2.3 圧壊の取扱い

各積分点で求められる主応力が、圧縮主応力が破壊基準により得られた最大値に達すると、その方向に圧壊が発生するとし、圧壊後は未だ健全な2軸から圧壊軸を切り放し、以後、2次元応力場として扱う。圧壊は一つの積分点につき最大三つまで（互いに直交）発生するので、順次、次元を落としていく。

### 2.4 ひび割れの取扱い

ひび割れは要素の積分点領域の分布ひび割れモデルとする。引張主応力が最大値に達したらその方向と垂直な平面にひび割れが発生するとし、ひび割れ発生後は圧壊と同様に次元を落としていく。

### 2.5 フープ要素

鉄筋は線材としてモデル化し、その復元力特性はbi-linearとする。

### 2.6 計算方法

非線形計算は接線剛性法により行い、連立方程式の解法はWave-Front法を3次元用に拡張して用いた。

## 3. 解析プログラムの検証

まず、基本的なモデルの最も簡単な形での検証として、一つのコンクリート要素に一軸圧縮、等二軸圧縮を加え、Kupferの平板実験との比較を行い、解析結果と実験値の良好な対応を確認した（図-5）。Kupferのデータには、図-6のRichart<sup>7)</sup>による三軸圧縮試験のように、静水圧軸近傍の高圧縮応力域のデータは含まれていないが、パラメータを、Richartの実験に基づいて新たに定義しなおして解析を行った。解析結果が示すように、パラメータを精度良く定義できれば、低圧縮応力域から高圧縮応力域まで解析が可能となる。

## 4. 中心一軸圧縮をうける短柱の解析

RC短柱の力学性状は、帯筋の形式や間隔等により異なることが知られており、この場合の柱コアコンクリートの挙動を通常の2次元的手法で解析するには無理がある。そこでこの問題を3次元的に扱い、本解析の特徴である加力と直交方向の挙動を考慮し、補強筋の強度や形状によって異なるコアコンクリートの拘束効果を検証した。解析対象試験体は、佐々木、寺岡等による「鉄筋コンクリート造短柱の中心圧縮性状に関する研究」<sup>8)</sup>から、 $F_c$ が $350\text{kg/cm}^2$ のRC3シリーズを使用した。

### 4.1 実験の概要

試験体の諸元を表-1に示す。また図-7に試験体の形状・寸法を示す。断面 $20\times 20\text{cm}$ 、高さ $60\text{cm}$ （試験区間 $40\text{cm}$ ）、主筋は12-D10である。主要な実験パラメータは、帯筋比（ $P_w$ ）、帯筋形状、帯筋の降伏点（ $\sigma_y$ ）である。使用されたコンクリート及び鉄筋の力学的性質を表-2、表-3に示す。

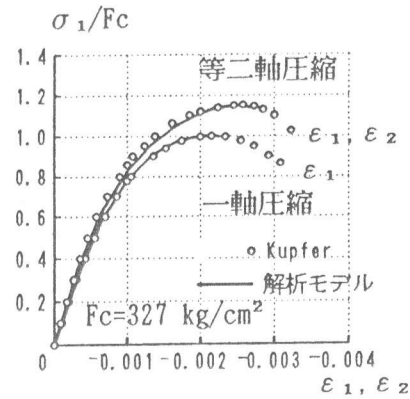


図-5 Kupferのデータと基本モデルの比較

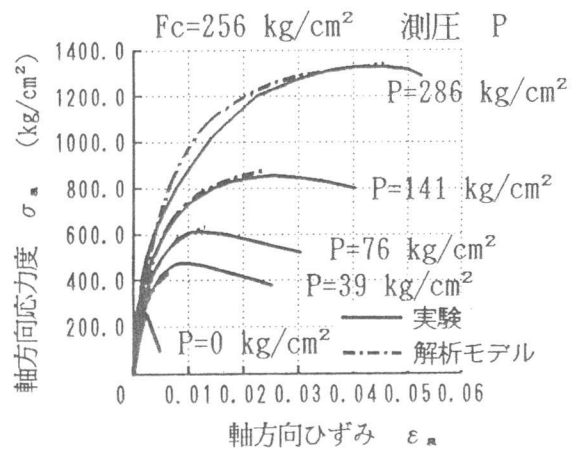


図-6 Richartの三軸圧縮試験

#### 4.2 実験結果

実験では、同程度の $P_w$ で帯筋形状が四角形よりも八角形の場合に、また、同じ帯筋形状では、 $P_w$ が大きい場合に圧縮靱性に富む性状が見られ、耐力も上がる。

#### 4.3 解析モデル

本解析の主眼は、帯筋によるコンクリートの拘束が柱の挙動にどう影響するかを明らかにすることにある。そこで、それ以外の因子（加力部付近での拘束、柱のプロポーション等）の影響を排除して解析するため、図-8に示すように、補強筋を跨いで試験体の一部をとりだし、さらに対称条件を利用して試験体断面の1/4を解析した。境界条件は、すべて面ローラーにより平面保持とした。帯筋は、付着データに関しては不明なので、完全付着とした。また、主筋の配筋位置は拘束効果には無関係であると考え、収斂計算の便宜上、荷重負担面積が等量になるように各要素の隅節点16箇所に分配して配筋した。かぶりコンクリートは、帯筋の拘束を受けず、プレーンコンクリートに近い性状を示すと考えられるので、ここではかぶりと同断面積の一軸材としてモデル化した。解析には、破壊基準の根拠であるKupferの実験のコンクリート強度に近いRC3シリーズの四角形補強（RNシリーズ）を2体、八角形補強（TNシリーズ）を3体モデル化して、補強筋量、補強筋の形状による耐力の違いを検証した。

#### 4.4 解析結果

図-9に、RN5試験体の荷重-軸方向ひずみ関係の実験結果と解析結果の比較を示す。両者は軸ひずみが約 $1300\mu$ まで良好に対応しているが、その後解析結果はやや硬めになり、実験より約 $600\mu$ 小さいひずみで最大耐力に至った。他のすべての試験体についても同様に、最大耐力時のひずみは、解析結果の方がやや小さかったが、最大耐力値は実験結果と解析結果は良好に対応していた。

図-10に補強筋量（ $P_w\sigma_y$ ）と耐力の関係を示す。

表-1 試験体諸元

RC3	RN5	TN5	RN10	TN10	TN15
$P_w$	0.49%	0.62%	0.96%	0.98%	1.61%
$P_w\sigma_y$	14.4	21.9	29.4	28.8	51.2
補強筋	5φ @ 40	4φ @ 40	7φ @ 40	5φ @ 40	D6 @ 40

単位： $P_w\sigma_y$  (kg/cm<sup>2</sup>)

表-2 コンクリートの力学的性質

$\sigma_c$	$\epsilon_c$	E	$\sigma_t$
356	2511	275	42.1

$\sigma$  (kg/cm<sup>2</sup>) E (t/cm<sup>2</sup>)  $\epsilon$  (10<sup>-4</sup>)

表-3 鉄筋の力学的性質

鉄筋	$\sigma_y$	$\sigma_u$	E	$\epsilon_y$	伸び
D10	3746	5308	1700	2200	26.3
4φ	3533	4864	2000	1790	32.8
5φ	2940	4690	2086	1410	35.9
D6	3180	4390	1580	1990	29.3
7φ	3060	4600	1976	1550	30.1

\*0.2% off setによる 単位： $\sigma$  (kg/cm<sup>2</sup>)  
E (t/cm<sup>2</sup>)  $\epsilon$  (10<sup>-4</sup>) 伸び (%)

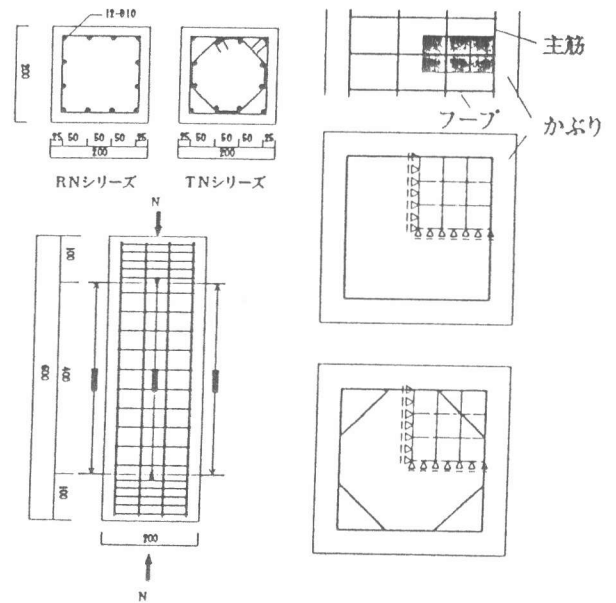


図-7 試験体の形状・寸法 図-8 試験体のモデル化

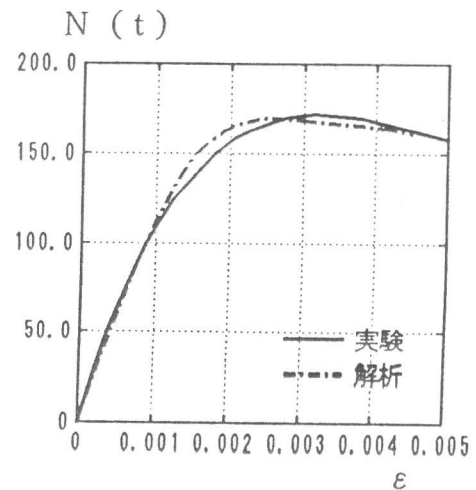


図-9 荷重-変形関係

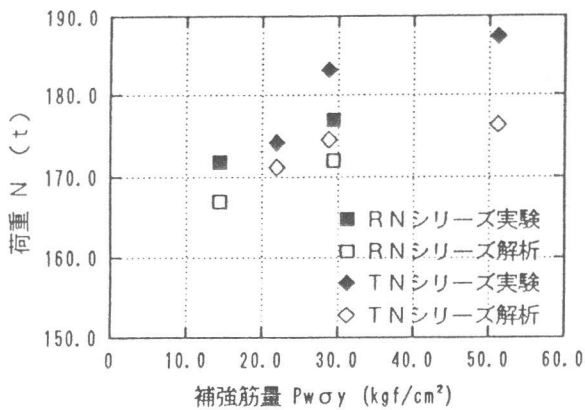


図-10  $P_w\sigma_y$ -耐力の関係

実験結果、解析結果を比較して示す。解析結果も実験結果と同様に、 $P_w\sigma_y$ が大きい程、また同程度の補強量ではフープ形状が八角形のほうが、四角形よりも最大耐力が高い。また実験では、いずれの試験体についても、最大耐力付近でフープが降伏しているが、解析では最大耐力時でも、フープのひずみは降伏強度の約三割程度であった。これは、解析ではフープが完全に均等に引っ張られたため、実験で観察されたすべり破壊に裏付けられるようなフープへの局所的な応力の集中が無いためと考えられる。したがって、耐力は解析上、 $P_w\sigma_y$ よりも $P_w$ 、あるいはフープの剛性の影響が大きい。

図-11、12に最大耐力時のTN、RN 両シリーズの、フープに囲まれた断面内（フープ断面と呼ぶ）の主応力の流れを示す。（点線：引張、実線：圧縮）ここでは両者とも、最大で  $F_c$  の約二割程度の断面内応力が作用しているが、フープの形状によって、断面内の主応力の流れに違いが認められる。また、柱軸方向の応力は、断面内ではほぼ一様になっているが、断面内で二軸圧縮を受ける位置では、前述の破壊曲面の形状により目標値が上がるので、その分圧壊が遅れる。逆に点線で示された引張応力の作用する位置では、応力の目標値が $F_c$ よりも下がり、その結果、圧壊が二軸圧縮の部分に先だって生じる。さらに図-13に、RNシリーズのフープの巻かれていない断面の主応力の流れを示す。フープ断面と比較すると、全体的に断面内応力は小さく、また、フープ断面の場合よりも内側に引張-圧縮域が存在する。したがって、フープ断面と比較して圧壊が生じる範囲が、より内側にも広がっていると思われる。本解析から、

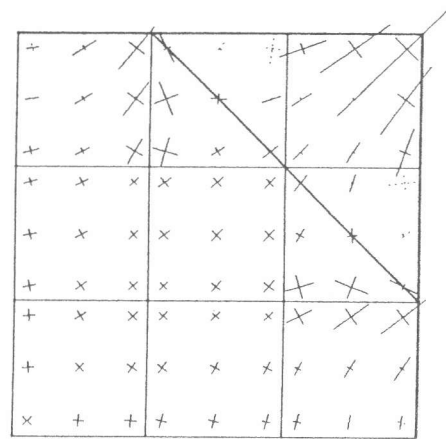


図-11 TNシリーズのフープ断面の主応力

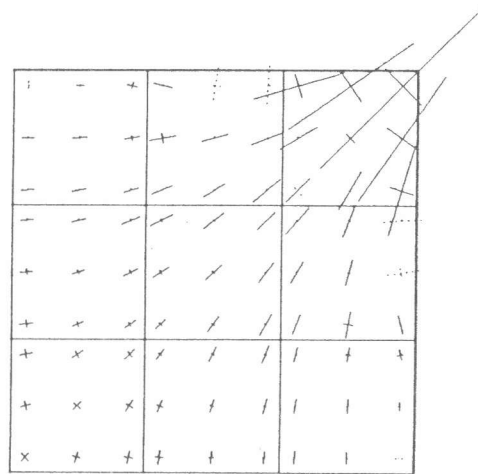


図-12 RNシリーズのフープ断面の主応力

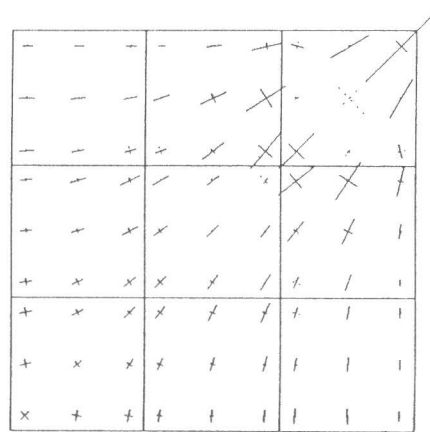


図-13 RNシリーズフープの無い断面の主応力

— — — — —  $-50\text{kgf/cm}^2$   
 .....  $+50\text{kgf/cm}^2$

両シリーズのフープによる有効拘束面積を定量的に議論するにはメッシュ分割がまだ粗いと思われるが、RNシリーズの方が二軸圧縮を受けている部分が少ないことが、同程度の $P_w/\sigma_y$ のTNシリーズよりも最大耐力が下がった原因と考えられる。

## 5. むすび

本研究で開発した3次元FEM解析プログラムを用いて、帯筋による拘束効果など、3次元応力下のコンクリート部材の非線形挙動をある程度追うことができた。本解析プログラムは、解析例が示すように、まだ精度的に十分でないが、これは既往の3軸実験データによる破壊基準がより正確に規定できれば改善が可能である。また、今後精度向上のためには、3軸実験データによる検証や、付着のモデル化など、検討すべき問題が数多くある。さらに、混合構造などの特殊な構造物の解析用に、ソリッド要素以外に板要素も使用出来るよう、プログラムを拡張する必要がある。

### 【備考】

なお、計算にはヒューレットパッカード社のワークステーション・9000シリーズ(32MB)を使用し、節点数約300の場合、一回の収斂ステップあたり約30秒を要した。また、現在の所、節点数最大515まで計算可能である。

【謝辞】本研究を行うにあたり、大分大学、平居孝之教授に御協力を頂きました。ここに感謝致します。

### 【参考文献】

- [1] Darwin, D., and Pecknold, D. A., "Nonlinear Biaxial Law for Concrete," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 103, No. EM2, Proc. Paper 12839, April, 1977, pp. 229-241.
- [2] Alaa, A. Elwi, and David, W. Murray(1979), "A 3D Hypoelastic Concrete Constitutive Relationship", Journal of the Mechanics Division, ASCE, Vol. 105, No. EM4, Proc. pap 14746, August, pp. 623-641.
- [3] Saenz, L. P. (1964):discussion of Equation for the Stress-Strain Curve of Concrete, by P. Desayi and S. Krishnan, American Concrete Institute Journal, Vol. 61, Sept., 1964, pp. 1229-1235
- [4] William, K. J., and Warnke, E. P., "Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete", International Association for Bridge and Structural Engineering Proceedings, Vol. 19, 1975
- [5] Argyris, J. H. G. Faust, J. Szimmat, E. P. Warnke, and K. J. Willam(1974):Recent Developments in the Finite Element Analysis of Prestressed Concrete Reactor, Nucl. Eng. Des., vol. 28, pp. 42-75.
- [6] Kupfer, H. B., and Gerstle, K. H., "Behavior of Concrete under Biaxial Stresses", Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 99, No. EM4, Proc. Paper 9917, Augst., 1973, pp. 853-866.
- [7] Richart, F. E., A. Brandtzaeg, and R. L. Brown(1928):A Study of the Failure of Concrete under Combined Compressive Stress, Univ. Ill. Eng. Exp. St. Bull. 185
- [8] 佐々木聡、寺岡 勝、他："鉄筋コンクリート造短柱の中心圧縮性状に関する研究" (その1. 実験及び実験結果の概要)、日本建築学会 大会学術講演梗概集(九州)1989年10月、PP491-492