

論文

[2005] 変動三軸応力を受けるコンクリートの圧縮軟化特性のモデル化

正会員○水野英二（名古屋大学土木工学科）

正会員 畑中重光（三重大学建築学科）

1. まえがき

筆者らは、前報<sup>1)</sup>において、およそ20 kgf/cm<sup>2</sup>以下の比較的低い側圧下でのコンクリートの圧縮軟化特性を理論的に説明するため、ひずみ空間で定義した塑性理論<sup>2)</sup>に基づく圧縮軟化モデルを開発し、その有効性を報告した。

本研究では、既提案の力学モデルを用いて変動三軸応力経路に対するコンクリートの圧縮軟化特性を再現するための手法を詳述する。ここでは、コンクリートの載荷経路依存性を合理的に取り扱うために、コンクリートの損傷度の概念を導入したモデル化を行う。さらに、載荷経路を変化させた三軸圧縮実験結果<sup>3)</sup>と提案モデルによるシミュレーション結果とを比較・考察する。

2. 圧縮軟化モデルの概要

2. 1 Lade型降伏関数F

Lade型降伏関数 $F^{4)}$ はひずみ $\varepsilon_{ij}$ 、塑性ひずみ $\varepsilon_{ij}^p$ 、降伏曲面の大きさを示す強度パラメータ $f_p$ 、降伏曲面の経線の曲率に関する定数 $m$ 、および引張強度に関する定数 $a$ を用いて表すことができる。ここで、強度パラメータ $f_p$ は、破壊以前は塑性仕事量 $W_p (= \int \sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^p)$ が増えるに従って増加し、破壊強度( $f_p = \eta_1$ )に達した後は減少する。強度パラメータ $f_p$ は、一般には塑性仕事量 $W_p$ と側圧 $\sigma_c$ との関数として次式で表現できる。

$$f_p = \alpha \exp(-\beta W_p) \left(\frac{W_p}{P_a}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $P_a$ は大気圧であり、パラメータ $\alpha$ および $\beta$ は、側圧 $\sigma_c$ の関数であるパラメータ $\gamma$ と強度パラメータ $f_p$ の最大値 $\eta_1$ に対応する塑性仕事量 $W_{ppeak}$ との関数として表現することができる。すなわち、

$$\alpha = \eta_1 \left(\frac{e P_a}{W_{ppeak}}\right)^{\frac{1}{\gamma}} \dots\dots\dots (2)$$

$$\beta = \frac{1}{\gamma W_{ppeak}} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $e$ は自然対数の底である。さらに、塑性仕事量 $W_{ppeak}$ は側圧 $\sigma_c$ の関数として次式により表される。

$$W_{ppeak} = P \left(\frac{\sigma_c}{P_a}\right)^{\ell} P_a + W_{ppeak}^0 \quad (4)$$

ここに、 $P$ および $\ell$ は定数であり、 $W_{ppeak}^0$ は側圧 $\sigma_c$ がゼロの場合の塑性仕事量を示す。

前報<sup>1)</sup>のモデルキャリブレーションによって得られた $f_p$ - $W_p$ 関係の概要を図-1に示す。図中にも示したように、 $f_p$ の最大値( $\eta_1$ )は側圧 $\sigma_c$ の大きさに拘らずほぼ一定であり、 $W_{ppeak}$ および $\gamma$ の値は、ともに

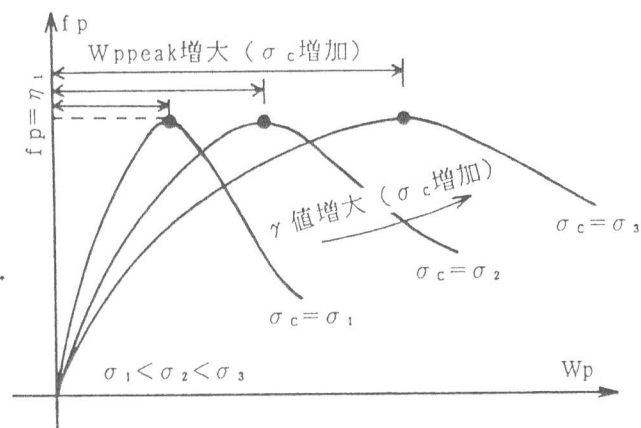


図-1  $f_p$ - $W_p$  関係の概要

側圧  $\sigma_c$  の増加に伴い増大する。

## 2. 2 塑性ポテンシャル関数 G

弾性ひずみの不変量 ( $\bar{I}_1 - \sqrt{J_2}$ ) 空間での塑性ポテンシャル曲面を図-2に示す。図中、パラメータ  $k$  は塑性ポテンシャル曲面 G と降伏曲面 F との関係を示す値であり、強度パラメータ  $f_p$  と側圧  $\sigma_c$  の関数である。

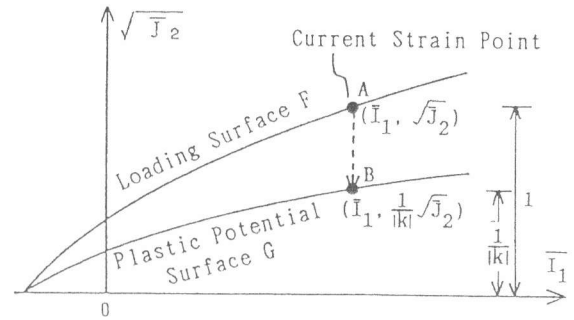


図-2 塑性ポテンシャル曲面

## 3. 変動三軸応力下での提案モデル

### 3. 1 変動三軸応力経路でのコンクリートの損傷評価

三軸圧縮実験での応力経路は、図-3(a)に示す応力不変量  $I_1 - \sqrt{J_2}$  平面では、 $(1/\sqrt{3})$  の傾きを有する線形経路となる。しかし、RC構造物の有限要素解析を行う場合、各コンクリート要素内での応力経路は、むしろランダムとなるのが一般的である。いま、ランダムな応力経路上での現在の三軸応力状態  $\sigma_{ij}$  を偏差平面上に概略的に示すと図-3(b)の点 A のようである。ここで、O B は偏差平面上での三軸圧縮実験の応力経路である。点 A および点 B は、ともに等しい強度パラメータ  $f_p$  (=一定) の降伏曲面上にあり、本研究では、点 A と点 B とのコンクリートの損傷度は等価であると仮定し、ランダム応力経路上の点 A での応力-ひずみ増分式に、点 B での強度パラメータ (損傷パラメータ、式(1)) の剛性  $df_p/dW_p$  を用いる。

### 3. 2 変動三軸応力経路での $f_p - W_p$ 関係の推定法

ここでは、簡単化のため、一軸および三軸圧縮実験応力経路を含む応力不変量  $I_1 - \sqrt{J_2}$  平面内のランダムな主応力 ( $\sigma_1, \sigma_2 = \sigma_3$ ) 経路を対象に説明する。いま、ランダムな主応力経路を経た後、軸応力  $\sigma_1$ 、側圧  $\sigma_c$  なる応力状態でつり合いにあるコンクリートが軸応力 ( $\sigma_1 + d\sigma_1$ )、側圧 ( $\sigma_c + d\sigma_c$ ) なる応力状態 (ただし、応力増分は微小である) へと移る場合の塑性仕事増分量  $dW_p$  を、一定側圧  $\sigma_c$  および ( $\sigma_c + d\sigma_c$ ) 下での  $f_p - W_p$  関係を用いて推定することを考えてみる。

図-4に、それぞれ一定側圧  $\sigma_c$  および一定側圧 ( $\sigma_c + d\sigma_c$ ) での  $f_p - W_p$  曲線を示す。図中の点 A は、一定側圧  $\sigma_c$  下での  $f_p - W_p$  曲線上の現つり合い点、さらに点 C は一定側圧 ( $\sigma_c + d\sigma_c$ ) 下で

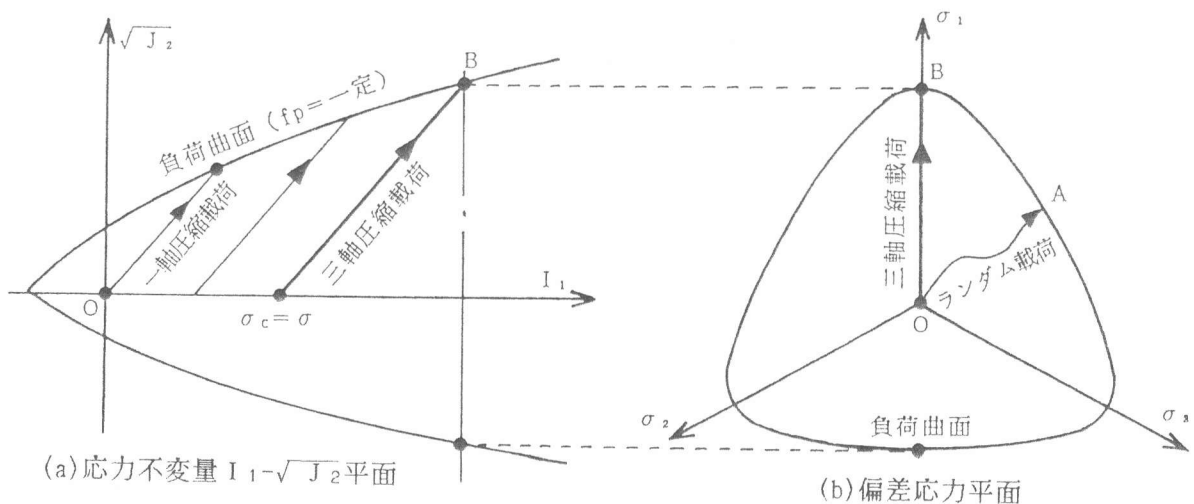


図-3 圧縮実験の応力経路

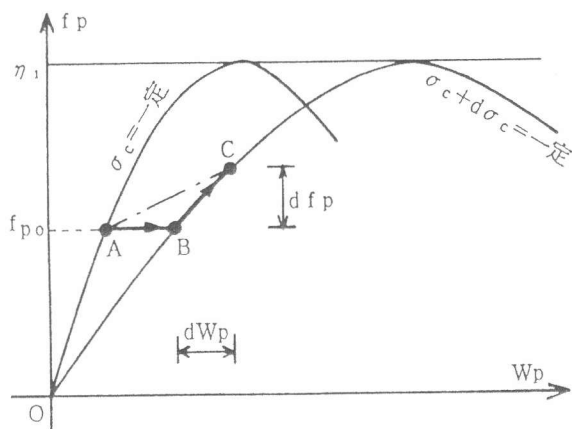


図-4 側圧  $\sigma_c$  の変動に伴う  $f_p$ ,  $W_p$  の増分

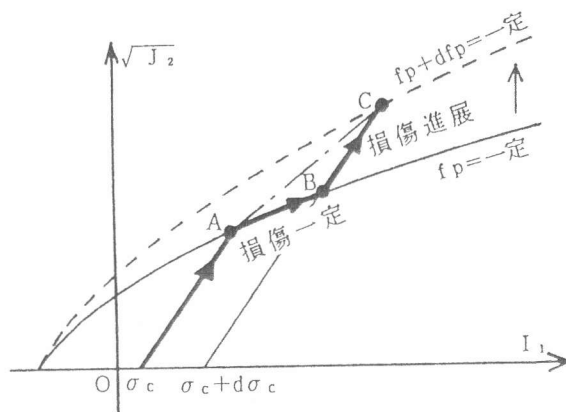


図-5 強度パラメータ  $f_p$  と損傷の関係

の  $f_p$ - $W_p$  曲線上の応力増分後のつり合い点である。この応力増分 ( $d\sigma_1$ ,  $d\sigma_c$ ,  $d\sigma_c$ ) による塑性仕事  $W_p$  の増加は、点 A から点 C までの塑性仕事ではなく、点 A と同じ強度パラメータ  $f_p$  (損傷度) を有する一定側圧 ( $\sigma_c + d\sigma_c$ ) 下での  $f_p$ - $W_p$  曲線上の点 B から点 C までの塑性仕事増分量  $dW_p$  と考えるのが妥当である。

これを図-5 に示す応力不変量  $I_1$ - $\sqrt{J_2}$  平面で説明する。図中の点 A, B, C は図-4 のそれぞれの点に相当する。この微小な応力経路 AC を、強度パラメータ  $f_p$  を有する負荷曲面上の応力経路 AB と強度パラメータが  $f_p$  から ( $f_p + d f_p$ ) へと変化する応力経路 BC とに分解して考える。ここで、応力経路 AB は損傷度 (強度パラメータ) が一定な経路を、一方、応力経路 BC は損傷度が進展する経路である。従って、微小応力経路 AC でのコンクリートの損傷度増大による全塑性仕事増分量は、現応力点 A と等価な損傷度を有する点 B から点 C までの応力経路 BC による塑性仕事増分量  $dW_p$  として扱うのが適当である。それゆえ、この  $dW_p$  を弾塑性増分式<sup>1)</sup>に用いて、弾性ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^e$  および塑性ひずみ増分  $d\varepsilon_{ij}^p$  を計算する。さらに、一般応力の場合に対しても、この操作を繰り返すことにより、変動応力下での  $f_p$ - $W_p$  関係が推定できる。

#### 4. 実験データおよび材料パラメータの設定

##### 4.1 実験データ

本研究の対象となった実験データは、水セメント比 (W/C) 0.45, 0.55 および 0.70 のコンクリート素材供試体 (10x10x10 cm) の三軸圧縮実験データ (側圧  $\sigma_c$  の載荷経路: 一定載荷, 漸増載荷, および途中載荷の3種類) である。実験方法については、文献3) に詳述されているのでここでは割愛する。

##### 4.2 材料パラメータ

材料パラメータは、側圧一定載荷時の三軸圧縮実験データに基づき、以下のように設定した。

① 弾性定数: 弾性域では、線形等方弾性と仮定し、体積弾性係数  $K$  およびせん断定数  $\mu$  として、前報<sup>1)</sup>と同様、表-1 に示す値を用いた。

② 一軸圧縮強度  $f_c'$ : 表-1 に示す値を用いた。

③ 破壊曲面に対するパラメータ: 降伏関数  $F$  内のパラメータは、強度パラメータ  $f_p$ , 曲面の経線の曲率を表す  $m$ , 引張強度に対応する  $a$  の3つである。前報<sup>1)</sup>と同様、破壊時での  $f_p$  の値  $\eta_1 = 165$ ,  $m = 0$ ,  $a = 0.31 f_c'$  を用いた。

表-1 一軸圧縮強度と弾性定数

W/C	$f_c'$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$K$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	$\mu$ (kgf/cm <sup>2</sup> )
0.45	330	166,667	125,000
0.55	262	150,000	112,500
0.70	206	133,333	100,000

④初期降伏曲面：圧縮強度の約30%の応力点 ( $f_p = 26$ ) に初期降伏曲面を設定した。

⑤ $f_p$ - $W_p$ 関係：必要なパラメータは式(1)の $\gamma$ ，式(4)の $P$ ， $\ell$ ，および $W_{ppeak}^0$ である。ここでは， $\gamma$ は側圧 $\sigma_c$ の一次式 ( $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 \sigma_c$ ) と仮定した。3種類のコンクリ

ートに対するこれらのパラメータの値を表-2に示す。なお，決定方法は，文献1)を参照のこと。

⑥塑性ポテンシャル関数 $G$ ：図-2に示す $1/k$ の値として，硬化域では， $-1 \sim 0$ ，軟化域では， $0 \sim 1$ の値を用いた<sup>1)</sup>。

表-2  $f_p$ - $W_p$ 関係に必要なパラメータ

W/C	$\gamma_1$ ( $\text{cm}^2/\text{kgf}$ )	$\gamma_2$	P	$\ell$	$W_{ppeak}^0$ ( $\text{kgf}/\text{cm}^2$ )
0.45	1.75	0.20	0.099	1.000	0.346
0.55	2.20	0.25	0.099	0.867	0.346
0.70	1.75	0.50	0.099	1.100	0.346

## 5. 変動三軸応力を受けるコンクリートの圧縮軟化挙動の予測

### 5.1 側圧漸増载荷の予測

静水圧状態 ( $\sigma_c, \sigma_c, \sigma_c$ ) にあるコンクリート供試体を軸方向に圧縮すると同時に，側圧を徐々に増加 (漸増载荷) させる場合を考えてみる。ここでは， $W/C = 0.70$ のコンクリート供試体の三軸圧縮実験データ (3種類の漸増载荷実験データ) をモデル予測の対象とした。

実験データ (各種シンボル) とモデルによる予測値 (実線) との比較を図-6に示す。ここで，3種類の全ての実験において，側圧 $\sigma_c$ はほぼ線形漸増である。図中の枠内の数値はそれぞれ，軸ひずみ $\varepsilon_1 = 0\%$ および $2\%$ 時点での側圧を示す。図中には，一軸圧縮実験結果とそのモデル予測結果も併示してある。図によれば，軸ひずみ $2\%$ 時点で経路2 ( $\Delta$ 印) の方が経路1 ( $\circ$ 印) よりも大きな側圧が作用しているにも拘らず，経路2の軸応力度 (圧縮耐荷力)  $\sigma_1$ は経路1の軸応力度を越えない。モデルはこのような損傷度の応力経路依存性に対しても有効であると評価できる。

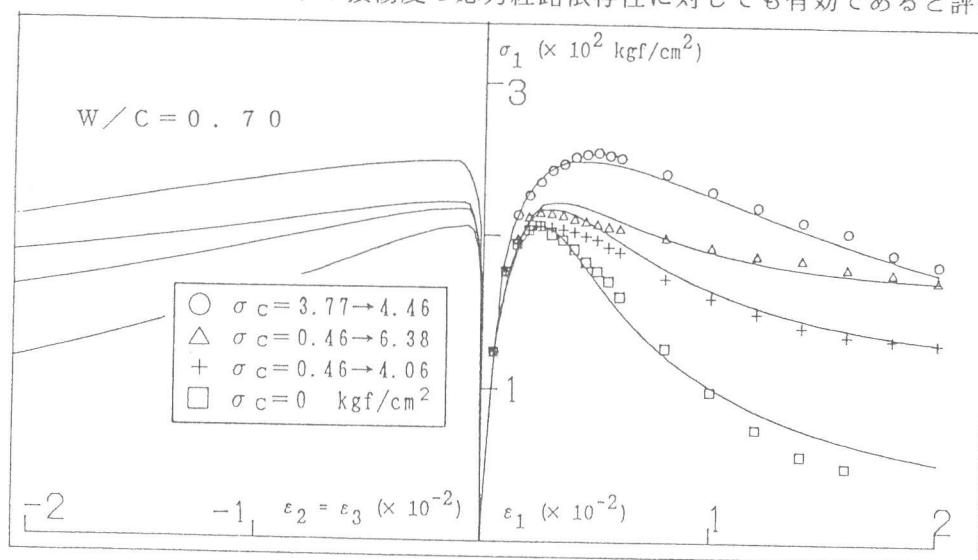


図-6 側圧漸増型の三軸圧縮実験結果とモデルによる予測結果との比較 ( $W/C = 0.70$ )

### 5.2 側圧途中载荷の予測

いま，無拘束状態 ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ) =  $(0, 0, 0)$  から，コンクリート供試体を一軸圧縮状態 ( $\sigma, 0, 0$ ) にする (Path I)。さらに，この一軸圧縮状態 ( $\sigma, 0, 0$ ) から，現在の軸方向ひずみ $\varepsilon_1$ を拘束したまま側圧 ( $\sigma_2 = \sigma_3$ ) をあるレベルまで载荷し (途中载荷: Path II)，再び，軸方向に圧縮する場合 (Path III) を考えてみる。

(A) Path I 図-7の応力不変量空間  $I_1 - \sqrt{J_2}$  に示すように一軸载荷経路OAでは，圧縮強度の約30%の応力点を通る初期降伏面 ( $f_p = 26$ ) までは弾性挙動，これを越えた後は弾塑性挙動 (負

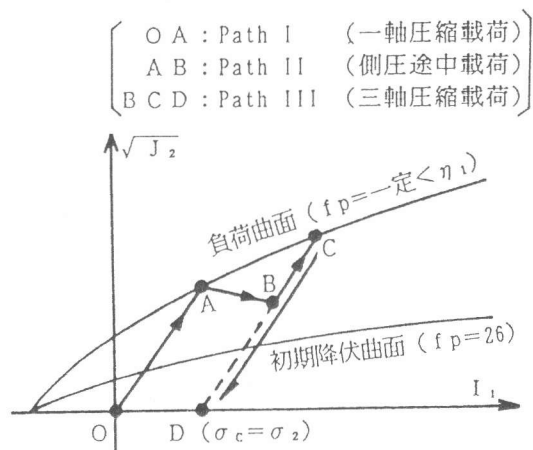


図-7 側圧の途中载荷経路（ひずみ軟化域）

荷)となる。

(B) Path II 途中载荷時での応力増分およびひずみ増分状態を表-3に示す。なお、正は圧縮を、負は引張を意味する。さらに、ひずみ増分状態をひずみ空間( $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ )で考察すれば、図-8のようである。図中、 $\bar{I}_1, \bar{J}_2$ はそれぞれ弾性ひずみ $\varepsilon_{ij}$ の一次、二次の不変量である。偏差ひずみ平面上では、表-3に示したひずみ増分ベクトルは、ひずみで定義される負荷曲面Fの内側に向かっており、この途中载荷が明らかに弾性除荷であることが分かる。

(C) Path III Path II (図-7の応力経路AB)が弾性除荷であるため、Path III 開始時の応力点は、Path I の最終点Aでの負荷曲面の内側に位置することになる(図-7の点B)。それゆえ、Path III では、再び応力点が負荷曲面に交差する点Cまでは弾性挙動を示し、点C以降では、再び弾塑性挙動を示すことになる。ひずみ軟化域で途中载荷を行った場合のコンクリートの軸応力-軸ひずみ関係を概略的に図-9に示す。

モデル予測の対象となったW/C = 0.55のコンクリート供試体の圧縮実験の種類を表-4に示す。また、図-10には、W/C = 0.55 に対する途中载荷実験結果(各種シンボル)とモデルによる予測結果(実線)との比較を示す。図-10から分かるように、载荷を行う時点の軸ひずみが大きくなるに従い、概略図(図-9)に示す点Cでの予測応力度が実験値と比較して小さくなる傾向にある。この原因として、コンクリートが拘束を受けることにより、損傷度がある程度回復することが考えられる。ここでは、拘束圧を受けることにより、負荷曲面が回復する(現在の強度パラメータ $f_p$ の値が破壊曲面での $f_p$ の値 $\eta_1$ に対して30%回復する)として、本モデルを修正した。

表-3 途中载荷時での応力増分とひずみ増分

応力増分	ひずみ増分
$d\sigma_1 > 0$	$d\varepsilon_1 = 0$
$d\sigma_2 > 0$	$d\varepsilon_2 > 0$
$d\sigma_3 > 0$	$d\varepsilon_3 > 0$

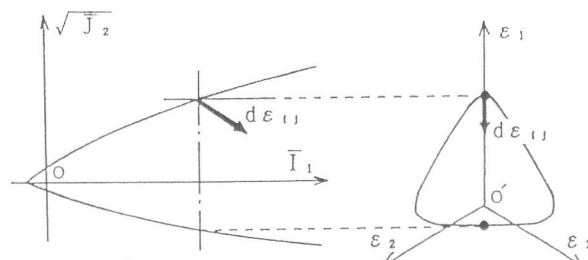


図-8 ひずみ空間におけるPath II のひずみ増分ベクトル

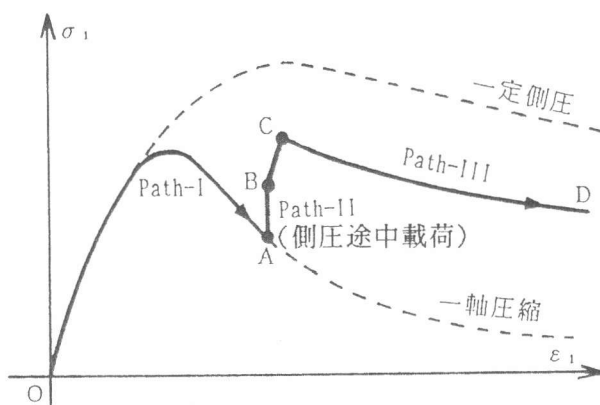


図-9 側圧途中载荷時の軸応力-軸ひずみ関係の概略図

表-4 途中载荷実験の種類 (W/C = 0.55)

	载荷時の軸ひずみ (%)	载荷応力 (kgf/cm <sup>2</sup> )
ケース 1	0.30	7.8
ケース 2	0.55	8.1
ケース 3	1.00	8.5

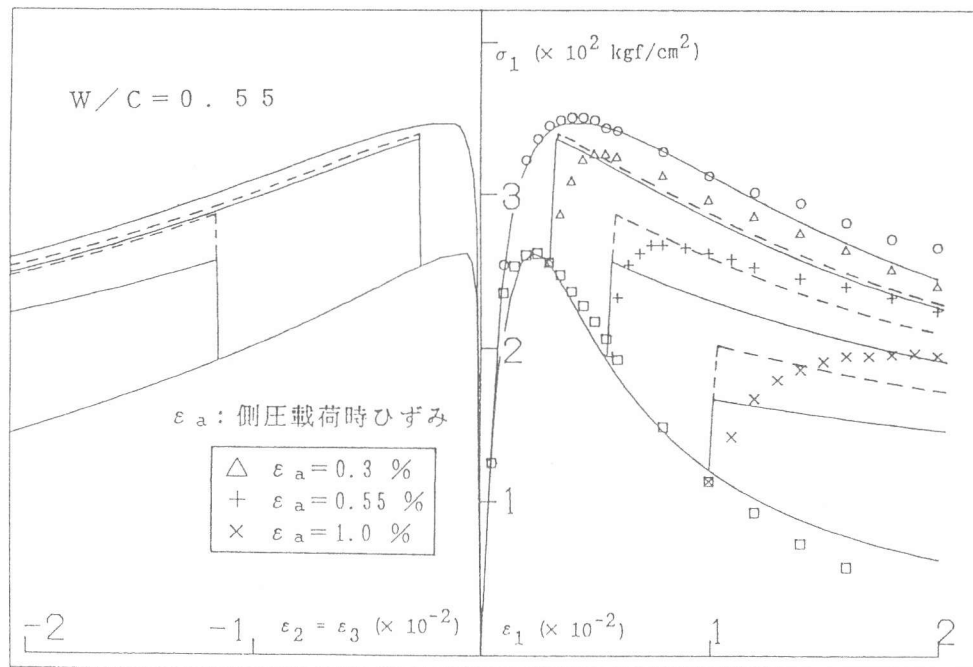


図-10 側圧途中載荷型の三軸圧縮実験結果とモデルによる予測結果との比較 ( $W/C = 0.55$ )

その結果を図-10に破線で示す。実験値と比較してよい一致がみられる。

## 6. まとめ

本研究は、以下のようにまとめられる。

- 1) 一般変動応力経路上でのコンクリートの圧縮軟化特性を再現するため、ひずみ空間で定義した塑性モデルに損傷度の概念を導入した。
- 2) 或る一定レベルまでの側圧を漸増載荷したコンクリートの圧縮耐荷力は、そのレベルの側圧を最初から一定載荷した場合の圧縮耐荷力を越えないという載荷経路依存性を再現できた。
- 3) 側圧を途中載荷すると、コンクリートは負荷状態になるのではなく、弾性除荷状態になる。この事実は、ひずみ空間で定義した負荷規準を用いることにより、明確に判定することができる。
- 4) 側圧を途中載荷する場合、側圧変動が軟化域の高いひずみレベルで行われるほど、モデルによる予測結果と実験結果との相違が大きくなる傾向にある。より正確な予測のためには、載荷経路に依存するコンクリートの損傷度の回復および進展の影響、高ひずみ域での弾性定数の低下をモデルに反映する必要があると考えられる。

## 参考文献

- 1) 水野英二, 畑中重光: 塑性理論によるコンクリートの圧縮軟化特性のモデル化, コンクリート工学論文集, Vol. 2(2), pp. 85-95, 1991.
- 2) Han, D. J. and Chen, W. F., 'Strain-Space Plasticity Formulation for Hardening-Softening Materials with Elastoplastic Coupling,' Int. J. Solids Structures, Vol. 22(8), pp. 935-950, 1986.
- 3) 小阪義夫, 谷川恭雄, 畑中重光: 低側圧3軸圧縮下のコンクリートの塑性変形挙動, 第6回コンクリート工学年次講演会論文集, pp. 257-260, 1984.
- 4) Lade, P. V., 'Elasto-Plastic Stress-Strain Theory for Cohesionless Soil with Curved Yield Surfaces,' Int. J. Solids Structures, Vol. 13, pp. 1019-1035, 1977.