

[1194] 不確定因子の影響を考慮したマスコンクリートの温度応力解析

松井邦人^{*1}・西田徳行^{*2}・土橋吉輝^{*2}・潮田和司^{*3}

1. はじめに

1975年以降、マスコンクリートの温度応力研究小委員会も発足し、既往の研究とその成果が、更に第2回の同委員会の報告では、コンクリート躯体にはり理論が適用できることが明らかにされ、内部拘束係数、外部拘束係数を用いた簡易温度計算法が提案され、実用に供されるようになってきている。

コンクリートの温度応力に影響する因子は、セメントの発熱率、コンクリートの熱伝導率、熱伝達率、比熱、熱膨張係数、外気温等数多い。温度応力の解析では、これらの因子の値として過去のデータを参考とした標準偏差あるいは実験を行いそのデータの平均値が用いられている。しかし、これらの因子を確定量としてではなく、確率量として扱いそのばらつきの影響を定量的に評価することも重要である。

本研究では、不確定因子の影響を調べるため、これまでに蓄積してきた研究成果を参考として温度応力に影響する因子の平均値と標準偏差を定め、温度応力の計算にはCompensation-Line法を用いている。モンテカルロシミュレーションにより温度および温度応力を計算し、さらに温度ひびわれ指数の分布より温度ひびわれ確率を評価している。

2. コンクリート躯体の温度応力解析

図-1のような半無限の岩盤上に厚さ H_c で無限に広がっているマスコンクリートを考えることにする。熱源はコンクリート躯体の中にあり、そこでセメントの水和反応により発生した熱は、躯体に接する空気と岩盤に伝達する。コンクリート躯体及び岩盤の熱伝導方程式、初期条件、境界条件は一般に式(1)~(7)で表すことができる。

(コンクリート)

(岩盤)

$$\text{熱伝導式: } K_c \frac{\partial^2 T_c}{\partial x^2} + \dot{Q}(t) = \rho_c C_c \frac{\partial T_c}{\partial t} \quad (1) \qquad K_R \frac{\partial^2 T_R}{\partial x^2} = \rho_R C_R \frac{\partial T_R}{\partial t} \quad (5)$$

$$\text{初期条件: } T_c(x, 0) = T_{c0} \quad (2) \qquad T_R(x, 0) = T_{R0} \quad (6)$$

$$\text{境界条件: } K_c \frac{\partial T_c}{\partial x} + \alpha_A (T_c - T_A) = 0 \quad (3) \qquad T_R(x_0, t) = T_B \quad (7)$$

$$\text{発熱特性: } \dot{Q}(t) = \rho_c C_c Q_\infty \gamma e^{-\gamma t} \quad (4)$$

T_c : コンクリート躯体の温度分布、 K_c : コンクリート躯体の熱伝導率、 ρ_c : コンクリートの密度、 C_c : コンクリートの比熱、 α_A : コンクリート躯体から空気への熱伝達率、 T_A : 外気温、 Q_∞ 、 γ : 発熱特性パラメータ、 T_R : 岩盤温度分布、 K_R : 岩盤の熱伝導率、 C_R : 岩盤の比熱、 ρ_R : 岩盤の密度、 T_{R0} : 岩盤の初期温度分布、 T_B : 温度固定境界面における岩盤温度、

*1 東京電機大学教授 理工学部建設工学科、Ph.D. (正会員)

*2 西松建設(株)技術研究所技術部土木技術課

*3 東京電機大学大学院 理工学研究科建設工学専攻

温度解析では、近似解として固体と固体の境界面温度を等しいと仮定してさしつかえない。従つて、ここではコンクリートと岩盤の初期温度はそれぞれ異なるが、境界面の温度は両者の平均値として計算を行なっている。

3. 解析条件と温度解析結果

温度解析に必要なパラメータを表-1、表-2に整理した。表-1は本解析で確率変数として扱っているパラメータの基準値(平均値)と標準偏差であり、表-2は確定量としたパラメータの値であり、文献1)～6)を参考に設定した。

ばらつきのあるパラメータが温度分布にどのように影響するかを調べるために、モンテカルロミュレーションを行うことにした。表-1の変動因子の中には相関のあると思われるものもあるが、ここでは便宜上独立で正規分布すると仮定している。それぞれの平均値と標準偏差に従つて

表-1 解析条件(変動因子の特性値)

項目	基準値	標準偏差
コンクリートの熱伝導率 (kcal/mh°C)	2.50	0.50
コンクリートの比熱 (kcal/kg°C)	0.31	0.031
断熱温度上昇実験定数 Q_{∞} (°C)	42.0	5.0
	1.0	0.3
コンクリートと外気温の間の熱伝達率(kcal/m ² h°C)	10.0	1.0
コンクリートの熱膨張係数 (1/°C)	10.0×10^{-6}	20.0×10^{-7}
材令91日のコンクリートの圧縮強度 (kgf/cm ²)	350.0	35.0
式(15)の ϵ^*	0.0	0.1

1000個の正規乱数を発生させ、1000組のパラメータの値を用いて式(1)～(7)を解いた。数値解法には差分法を用いており、x軸には中央差分を、時間軸にはクランク・ニコルソン法を適用している。中央部のt=2.5日とt=30日における温度分布を図-2に示す。各時刻における温度の平均値と標準偏差より、温度の信頼区間を求めた。図-3に中央部における温度の平均値とその信頼区間を示す。

温度は複数の確率変量の関数であるので、中心極限定理により近似的に正規分布すると仮定できる。そこで各時刻における温度の平均値と標準偏差により、温度の95%信頼区間を求めた。

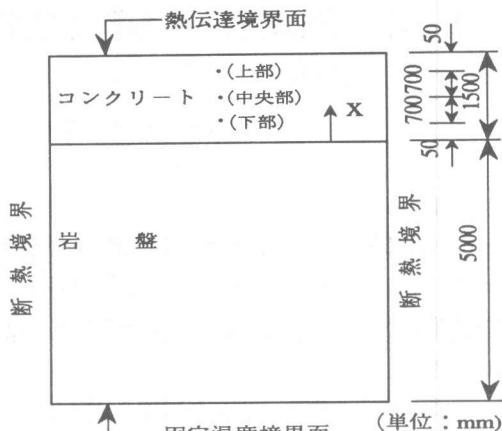


図-1 解析モデル

表-2 その他の解析条件

項目	定数
コンクリートの密度 (kg/m ³)	2312.0
岩盤の熱伝導率 (kcal/mh°C)	1.94
岩盤の密度 (kg/m ³)	2600.0
岩盤の比熱 (kcal/kg°C)	0.25
外気温 (°C)	20.0
固定温度境界面の岩盤温度 (°C)	15.0
コンクリートの打設温度 (°C)	20.0
岩盤の初期温度 (°C)	17.5
軸拘束係数: R _N	0.5
曲げ拘束係数: R _M (ピーク前)	1.0
曲げ拘束係数: R _M (ピーク後)	1.0

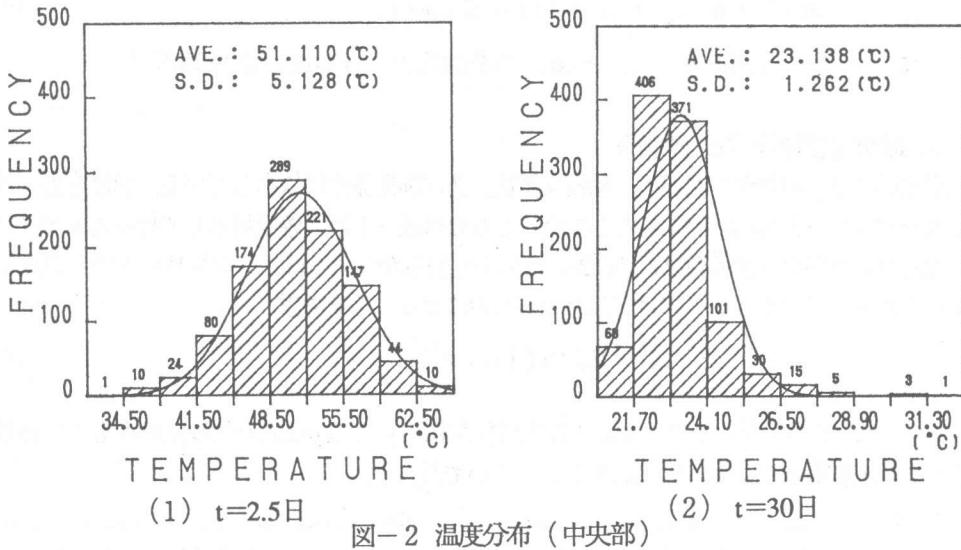


図-2 温度分布（中央部）

4. 温度応力解析

温度応力の解析にはCompensation-Line法を用いることとする。材令 t_i および t_{i+1} における温度応力をそれぞれ σ_i 、 σ_{i+1} とすると、

$$\sigma_{i+1}(x) = \sigma_i(x) + \Delta\sigma(x) \quad (8)$$

ここに、 $\Delta\sigma(x)$ は、材令 t_i と t_{i+1} の間に生じる温度応力の増分であり、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta\sigma(x) &= E_e(t) \{ \alpha \Delta T(x) - \bar{\Delta\sigma} \\ &\quad - \Delta\phi(x - H_c/2) \} \\ &+ R_N E_e(t) \bar{\Delta\varepsilon} \\ &+ R_M E_e(t) \Delta\phi(x - H_c/2) \end{aligned} \quad (9)$$

$$\bar{\Delta\varepsilon} = \frac{1}{H_c} \int_0^{H_c} \alpha \Delta T(x) dx \quad (10) \quad , \quad \Delta\phi = \frac{12}{H_c^3} \int_0^{H_c} (\alpha \Delta T(x) - \bar{\Delta\varepsilon}) (x - \frac{H_c}{2}) dx \quad (11)$$

α ：コンクリートの熱膨張係数、 R_N ：軸拘束係数、 R_M ：曲げ拘束係数。

また $E_e(t)$ は有効ヤング係数で、次式で計算する。

$$E_e(t) = \psi(t) \times 1.5 \times 10^4 \sqrt{f'_c(t)} \quad \begin{cases} t < 3 \text{ 日} & : \Psi(t) = 0.73 \\ 3 \text{ 日} < t < 5 \text{ 日} & : \Psi(t) = 0.135t + 0.325 \\ t > 5 \text{ 日} & : \Psi(t) = 1.0 \end{cases} \quad (12)$$

$f'_c(t)$ は時刻 t における圧縮強度であり、 $t=91$ 日の圧縮強度を用いて、

$$f'_c(t) = \frac{t}{4.5 + 0.95t} f'_c(91) \quad (13)$$

式(8)、(9)より、時刻 t における温度応力は、

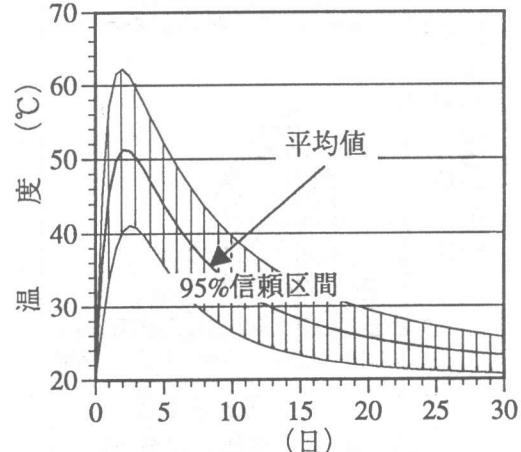


図-3 温度（中央部）の平均値と
95%信頼区間

$$\sigma(t) = \sigma_i(t) + R_N \sigma_N(t) + R_M \sigma_M(t) \quad (14)$$

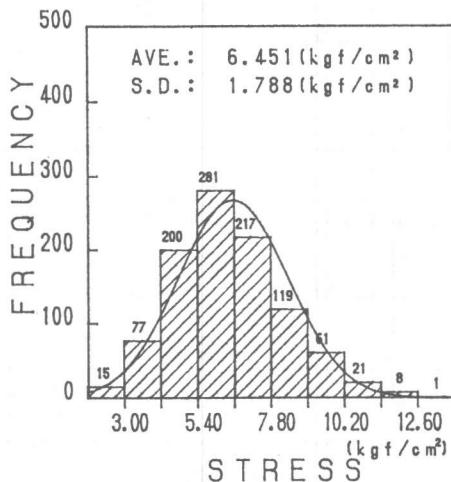
ここに、 $\sigma_i(t)$ ：内部拘束応力、 $\sigma_N(t)$ ：軸拘束応力、 $\sigma_M(t)$ ：曲げ拘束応力

5. 温度応力解析条件と解析結果

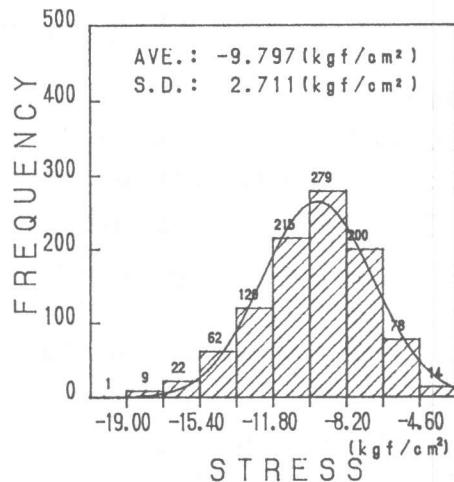
温度応力は、有効ヤング係数、軸拘束係数、曲げ拘束係数に依存している。温度応力の計算に必要なパラメータの内、確率量として扱ったものは表-1に、確定量として扱ったものは表-2に記した。有効ヤング係数は、式(12)、(13)から明らかのように、コンクリートの91日圧縮強度から求められている。ここでは式(12)そのもののばらつきを考慮して、

$$E_e^*(t) = E_e(t) (1.0 + \varepsilon^*) \quad (15)$$

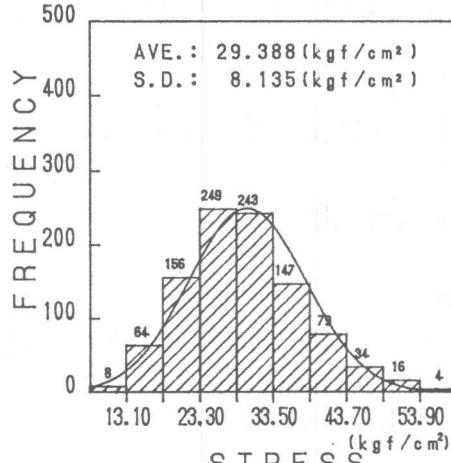
と表し、 ε^* を確率量とした。軸および曲げ拘束係数 R_N 、 R_M は人為的に定めるものであり、必ずしも確率変数として扱うにはふさわしくないであろう。



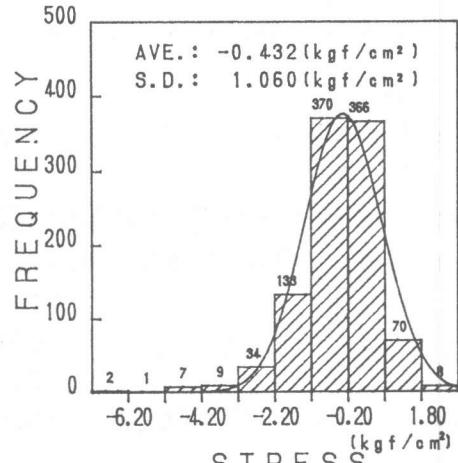
(1) σ_i (中央部) の分布



(2) σ_i (下部) の分布



(3) σ_N (中央部) の分布



(4) σ_M (下部) の分布

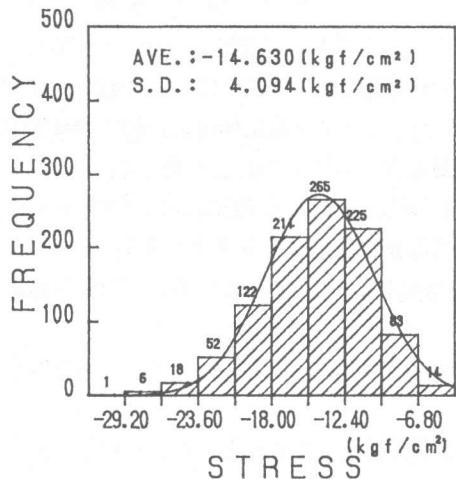
図-4 σ_i 、 σ_N 、 σ_M の分布 ($t=30$ 日)

$f_c'(91)$ と ϵ^* の平均値と標準偏差に適合するようにそれぞれに1000個の正規乱数を発生させ、温度応力を計算した。 $t=30$ 日における中央部と下部の $\sigma_1(t)$ 、 $\sigma_N(t)$ 、下部の $\sigma_M(t)$ の分布を図-4に示した。 σ_N は上、中、下部とも同じであり、 σ_M は中央部で0、上部では下部の応力と大きさは同じで符号は逆になることは式(9)～(11)からも明らかである。更に、 $R_N=0.5$ 、 $R_M=1.0$ としたときの温度応力分布を図-5に示す。軸体中央部において、2.5日ではパラメータのばらつきを考慮しても圧縮応力状態であるが、30日では引張応力状態となっている。また、図-6は、 $t=0\sim30$ 日における軸体中央部の温度応力の95%信頼区間を示している。

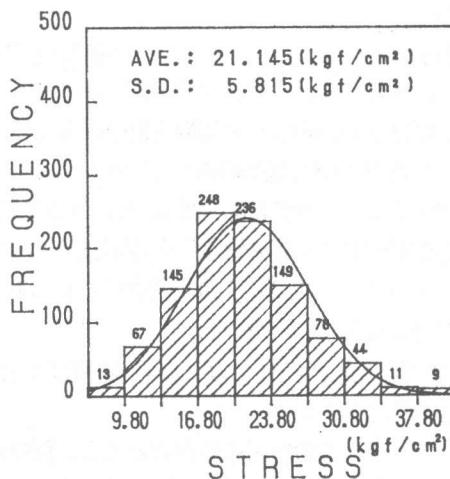
コンクリートの引張強度と圧縮強度の関係は、土木学会示方書より

$$f_t(t) = 1.4 \times \sqrt{f_c'(t)} \quad (16)$$

とされている。本式のばらつきは、 $f_c'(91)$ のばらつきに包含できるものと考え、式のあいまいさを無視した。 $t=0\sim30$ 日における引張強度の変化とその95%信頼区間を図-7に示し、軸体上、



(1) $t=2.5$ 日



(2) $t=30$ 日

図-5 軸体中央部の温度応力分布 ($R_N=0.5$ 、 $R_M=1.0$)

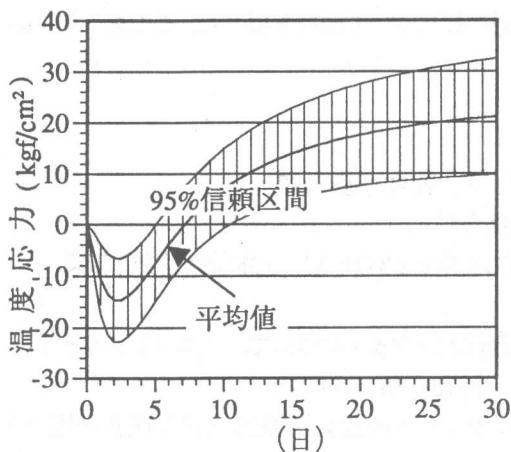


図-6 温度応力（中央部）の平均値と
95%信頼区間

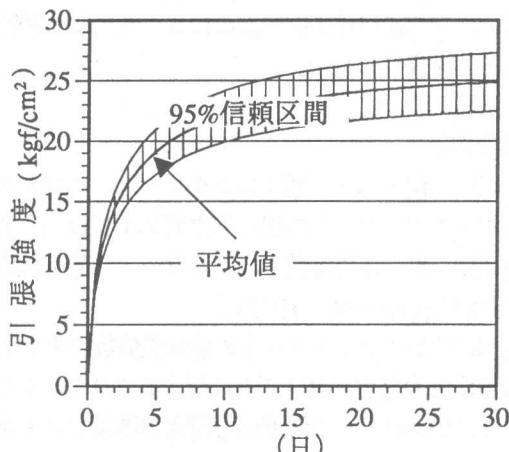


図-7 引張強度の平均値と95%信頼区間

中、下部における引張応力の平均値は、 $t = 0 \sim 30$ 日の式(16)より $f_c(t)$ の平均値を用いて計算した引張強度を越えることはないことを確認している。温度ひびわれ指数は、引張強度を用いて、

$$I_{cr} = \frac{f_c(t)}{\sigma_c(t)} \quad (17)$$

と表され、 I_{cr} が 1.0 より小さくなつたときにひびわれが発生すると考えている。 $t = 30$ 日における I_{cr} の分布を図-8 に示した。この図によると、図-1 のモデルは、表-1、表-2 の条件で約 25% の確率でひびわれが発生することが推定できる。

6. 結論

本論文では、マスコンクリートの温度応力に影響する因子の値のばらつきを考慮し、モンテカルロ法を用いて、時刻 t における温度、温度応力およびひびわれ指数への影響を評価する方法を示した。ここで計算に使用した値は参考文献より推定した平均値と標準偏差を用いている。この計算結果から以下のことが言える。

- 1) 図-3 より、中央部の温度はほぼ 2.5 日で最大値に達し、そのとき信頼区間の幅が最も広く、時間が経つにつれ信頼区間の幅が狭まる。すなわち推定精度がよくなると言える。
- 2) 図-6 より、温度応力は時間が経つにつれその信頼区間が広くなっている。すなわち推定精度が悪くなることが分かる。
- 3) 使用した解析条件では I_{cr} の平均値は 1.272 であるが約 25% の確率でひびわれが発生することを意味している。

表-1、表-2 の解析条件が変わると、評価結果は当然異なつたものとなる。しかし、温度や温度応力に見られる定性的な傾向は変わらないであろう。

謝辞：東京電機大学産業機械工学科亀岡利行教授には、伝熱工学について色々ご示唆を賜わった、また、東電設計技術開発部の松島 学氏には信頼性解析について助言を頂いた、ことをここに記し謝意を表わします。

参考文献

- 1) 岡田 清・六車 熙：コンクリート・ハンドブック、朝倉書店、1981。
- 2) マスコンクリートの温度応力研究小委員会「公開資料」。
- 3) 徳田 弘・庄谷征美：コンクリートの熱特性値の測定と 2,3 の考察、土木学会論文報告集、Vol.212, pp89~98、1973。
- 4) 川口 徹：コンクリートの熱膨張係数に関する既往の研究成果について、マスコンクリートの温度応力発生メカニズムに関するコロキウム、pp15~18、1982。
- 5) マスコンクリート温度応力研究委員会：マスコンクリートの温度応力発生方法に関する既往の研究成果とその総括（その 1）、コンクリート工学、Vol.23、No.10、pp7、1985。
- 6) 新土木設計データブック（上巻）、森北出版、1968。

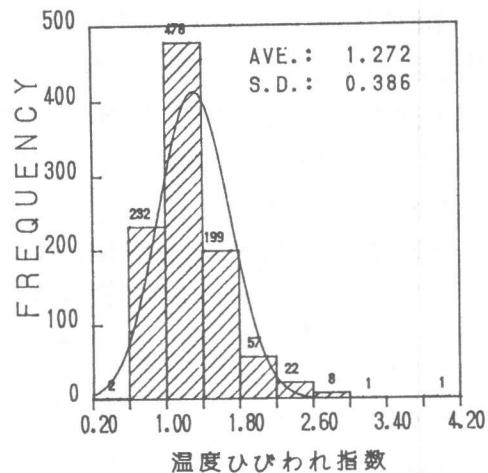


図-8 車体中央部 I_{cr} 分布 ($t = 30$ 日)