

論文

[1196] CP ひびわれ幅法の表面ひびわれ解析への適用

石川雅美\*<sup>1)</sup> 渡辺弘子\*<sup>2)</sup> 梅原秀哲\*<sup>3)</sup> 田辺忠顕\*<sup>4)</sup>

1. はじめに

CP ひびわれ幅法は、コンペンセーションプレーン法を拡張して温度ひびわれの幅を算定する手法である。CP ひびわれ幅法は、外部拘束の度合が比較的強く、発生するひびわれが貫通することの多い構造物を対象として、その開発及び検証が進められてきた。しかしながら一方では、温度ひびわれでも内部拘束が卓越するような場合もあり、このような場合には貫通ひびわれには至らず、ひびわれは表面部で止まっていることがある。例えば図-1に示すように、ダム等の非常にマッシブなコンクリートの表面部や、杭基礎あるいは柔らかい地盤上に直接打設されるスラブ状の構造物の表面部等に発生するひびわれである。

本報は、貫通ひびわれを仮定したCP ひびわれ幅法を、内部拘束に起因して発生する表面ひびわれに対しても適用できるようにCP ひびわれ幅法を変更し、その解析事例を示したものである。

2. CP ひびわれ幅法の基本式

CP ひびわれ幅法は、以下の4つの仮定を基に、コンペンセーションプレーン法を基礎として定式化されている。

1) 平面保持の仮定：鉄筋ひずみ及びひびわれ周辺のコンクリートは高さ方向に直線分布している。

2) 付着喪失等価領域 (図-2(a)のls) の仮定：ある区間で鉄筋とコンクリートとの付着は完全に消滅している。

3) ひびわれ影響領域 (図-2(a)のlc) の仮定：ひびわれによるコンクリートの応力減少は、ある領域に平均的に生じる。

4) 打継面の剥離：ひびわれ影響領域内の新コンクリートと基礎コンクリートの打継面は剥離している。

これらの仮定のうち、仮定2)の付着の切れる領域の長さ、及び仮定3)と仮定4)のひびわれ影響領域の長さをどのように設定するかが、ひびわれ幅を求める際に極めて重要となる。貫通ひびわれを対象とする場合には、これらの領域を図-2(a)のように矩形と仮定して理論的な定式化がなされているが、このように仮定すると、被拘束体の上層と下層とでひびわれ幅があまり変わらない結果となる。しかし、一般に観察される表面ひびわれは表面に近いほどひびわれ幅が大きくなると考えられるので、付着喪失等価領域及び応力解放領域を矩形と仮定するとこのような現象は現われ得ない。そこで、表面ひびわれを扱う場合には、図-2(b)に示すように、表面に近いほど解放領域を大きくするように定式化を変更する。

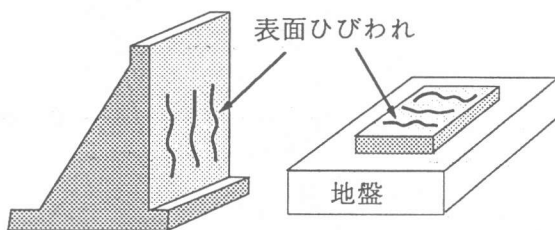


図-1 表面ひびわれの例

\* 1 東急建設 (株) 技術研究所土木研究部土木構造研究室、工修 (正会員)

\* 2 東急建設 (株) 技術研究所土木研究部土木構造研究室、(正会員)

\* 3 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科、Ph .D. (正会員)

\* 4 名古屋大学教授 工学部土木工学科、工博 (正会員)

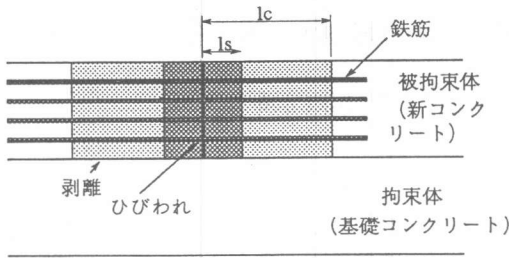


図-2(a) 矩形モデル

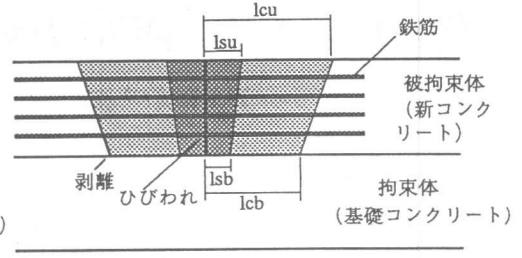


図-2(b) 台形モデル

ここに、 $l_s$ 及び $l_{su}$ 、 $l_{sb}$ は鉄筋とコンクリートとの付着が完全に無い領域（鉄筋の付着喪失等価領域）を指し、 $l_c$ 及び $l_{cu}$ 、 $l_{cb}$ はひびわれによってコンクリートの応力が解放される領域（ひびわれ影響領域）を指す。

いま、ひびわれ影響領域以外の部分は固定されているものとして、ひびわれの片側のみを取り出してきて、図-3(a)のようにデカルト座標 $(x, y)$ 及び一般座標 $(\xi, \eta)$ を定める。

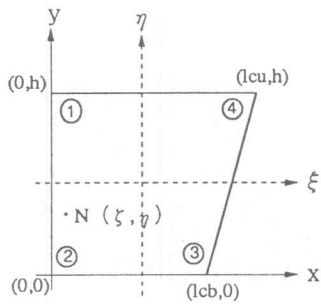


図-3(a) デカルト座標

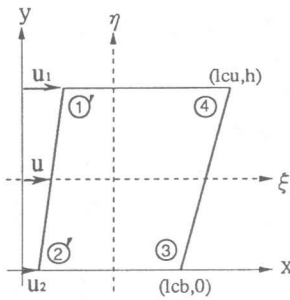


図-3(b) 一般座標

このとき、 $(x, y)$ 座標と $(\xi, \eta)$ 座標との関係は次式で表される。

$$x = N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + N_4x_4, \quad y = N_1y_1 + N_2y_2 + N_3y_3 + N_4y_4 \quad (1)$$

図-3(a)より各点の座標を代入すると $(x, y)$ 座標との関係は式(1)より求められる。

$$x = N_2l_{cb} + N_3l_{cu}, \quad y = N_3h + N_4h \quad (2)$$

ここに、

$$N_1 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1+\eta), \quad N_2 = \frac{1}{4}(1-\xi)(1-\eta), \quad N_3 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1-\eta), \quad N_4 = \frac{1}{4}(1+\xi)(1+\eta) \quad (3)$$

いま、節点3、4は固定されていて節点1、2のみがひびわれの発生によってx方向に変位すると考えて、それぞれ節点の変位を $u_1$ 、 $u_2$ とする。ただし、y方向の変位は考えない。そうすると、任意点 $N(\xi, \eta)$ の変位は次式で表される。

$$u = N_1(\xi, \eta)u_1 + N_2(\xi, \eta)u_2 \quad (4)$$

従って、任意の位置のひずみは次式で表される。

$$\epsilon_c = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (5)$$

ここに、

$$\frac{\partial y}{\partial x} = 0 = \left( \frac{\partial N_1}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_4}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} \right) h + \left( \frac{\partial N_1}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) h \quad \text{より} \quad \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial x}{\partial x} = 1 = \left( \frac{\partial N_3}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_3}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) l_{cb} + \left( \frac{\partial N_1}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_4}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) l_{cu} \quad \text{より} \quad \frac{\partial \xi}{\partial x} = \frac{4.0}{l_{cb} + l_{cu} + \eta(l_{cu} - l_{cb})}$$

これらの関係を式(5)に代入して整理すると、コンクリートのひずみは次式で表される。

$$\epsilon_c = - \frac{(1+\eta)u_1 + (1-\eta)u_2}{l_{cb} + l_{cu} + \eta(l_{cu} - l_{cb})} \quad (7)$$

これに対応する鉄筋のひずみは、1, 2の節点の線から、上部で $l_{su}$ 、下部で $l_{sb}$ だけひびわれ面から離れたところの変位を求めて、その長さで割って求める（図-4参照）。

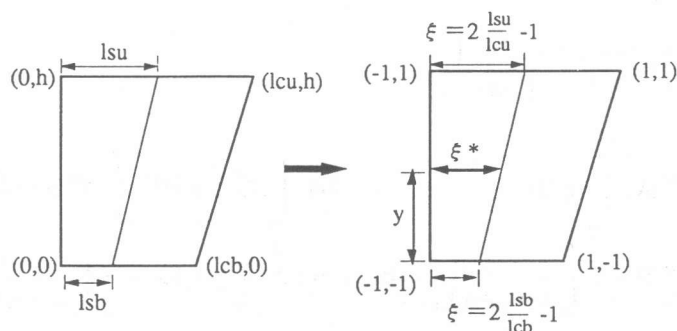


図-4 鉄筋位置でのひずみ増分

上部 ( $l_{su}$ の位置) では  $\eta = +1$ ，下部 ( $l_{sb}$ の位置) では  $\eta = -1$  になるから、これを式(2)に代入すると次式が導かれる。

$$l_{su} = \frac{2}{4}(1+\xi)l_{cu} \quad (\text{上部}) \quad l_{sb} = \frac{2}{4}(1+\xi)l_{cb} \quad (\text{下部}) \quad (8)$$

上部と下部の位置の自然座標は、式(8)から次式のように求められる。

$$\xi = 2 \frac{l_{su}}{l_{cu}} - 1 \quad (\text{上部}) \quad \xi = 2 \frac{l_{sb}}{l_{cb}} - 1 \quad (\text{下部}) \quad (9)$$

任意の位置の一般化座標  $\xi^*$  は、上部と下部とを補間して求める。

$$\xi^* = \left( \frac{2l_{su}}{l_{cu}} - 1 \right) \frac{y}{h} + \left( \frac{2l_{sb}}{l_{cb}} - 1 \right) \frac{h-y}{h} \quad (10)$$

従って、鉄筋のひずみは次式で表される。

$$\epsilon_s = \frac{u}{l_s} = \frac{1}{l_s} N_1(\xi^*, \eta) u_1 + N_2(\xi^*, \eta) u_2 \quad (11)$$

ここに、

$$I_s = N_3(\xi^*, \eta) I_{sb} + N_4(\xi^*, \eta) I_{su} \quad (12)$$

CPひびわれ幅法でひびわれ幅を求める際の第1段階として考える、ひびわれ発生直前と直後との鉄筋とコンクリートの軸力及びモーメントのつり合い式(文献[1]の(3)式及び(4)式)は次式で表される。

$$\int_{A_c} \sigma_c^{(0)}(x,y) dA + E_c \int_{A_c} \Delta \varepsilon_{c1}(x,y) dA = \int_{A_s} \sigma_s^{(0)}(x,y) dA + E_s \int_{A_s} \Delta \varepsilon_{s1}(x,y) dA \quad (13)$$

$$\int_{A_c} \sigma_c^{(0)}(x,y)(y-y_g) dA + E_c \int_{A_c} \Delta \varepsilon_{c1}(x,y)(y-y_g) dA = \int_{A_s} \sigma_s^{(0)}(x,y)(y-y_g) dA + E_s \int_{A_s} \Delta \varepsilon_{s1}(x,y)(y-y_g) dA \quad (14)$$

ここに、 $\sigma_s^{(0)}$ ,  $\sigma_c^{(0)}$ : ひびわれ直前の鉄筋及びコンクリートの応力

式(13), (14)に、式(7)及び(11)から求められる $\Delta \varepsilon_c$ ,  $\Delta \varepsilon_s$ を代入して整理すれば、任意点の変位は次式より求められる。

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} N_0 \\ M_0 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

ここに、

$$\begin{aligned} N_0 &= \int_{A_c} \sigma_c^{(0)} dA - \int_{A_s} \sigma_s^{(0)} dA, & M_0 &= \int_{A_c} \sigma_c^{(0)}(y-y_g) dA - \int_{A_s} \sigma_s^{(0)}(y-y_g) dA \\ a_1 &= E_s \int_{A_s} \frac{N_1}{I_s} dA + E_c \int_{A_c} \frac{1+\eta}{I_{cb}+I_{cu}+\eta(I_{cu}I_{cb})} dA, & a_3 &= E_s \int_{A_s} \frac{N_1(y-y_g)}{I_s} dA + E_c \int_{A_c} \frac{1+\eta}{I_{cb}+I_{cu}+\eta(I_{cu}I_{cb})} (y-y_g) dA, \\ a_2 &= E_s \int_{A_s} \frac{N_2}{I_s} dA + E_c \int_{A_c} \frac{1-\eta}{I_{cb}+I_{cu}+\eta(I_{cu}I_{cb})} dA, & a_4 &= E_s \int_{A_s} \frac{N_2(y-y_g)}{I_s} dA + E_c \int_{A_c} \frac{1-\eta}{I_{cb}+I_{cu}+\eta(I_{cu}I_{cb})} (y-y_g) dA \end{aligned} \quad (16)$$

また、 $y_g$ は新コンクリートの重心の $y$ 座標である。以降、ひびわれ幅を求めるまでの定式化は本報では記さないが、詳しくは文献[1]の導出を参考にされたい。

### 3. モデル化の際の基本仮定

#### 1) ひびわれ深さの設定

表面ひびわれは、コンクリート表面の引張応力が引張強度を超えたときに引張領域に発生すると考える。ひびわれ深さは、天端からの引張応力が初めてゼロとなる位置とする。構造物断面の応力分布は温度分布の変化により逐次変化するが、CPひびわれ幅法を適用する場合にはこのひびわれ深さは一定とする。

#### 2) 基礎コンクリート、新コンクリートの設定

図-2(b)は同時に打設されたコンクリートではあるが、表面ひびわれ先端を境界とし、それより下層のコンクリートを基礎コンクリート(拘束体)、上層のコンクリートを新コンクリート(被拘束体)とみなして新コンクリート部分に貫通ひびわれが発生するものとする。モデルとしては、1リフトの構造物に対して便宜上2つのリフトに分けて考える。

#### 4. FEMによる表面ひびわれの解析

図-5に、FEM解析に用いた全体のメッシュ図及び付着喪失等価領域の部分を拡大した詳細図を示す。本FEM解析では、ひびわれを離散ひびわれモデルで表している。ボンド要素には2種類の材料定数を設定した。すなわち、1つはコンクリートに発生する表面ひびわれを表し、もう一つは、表面ひびわれをボンドが切れるのと連動して鉄筋とコンクリートの付着を完全に喪失させる、付着喪失等価領域を表すボンド要素である。解析は表面ひびわれが生じるような温度分布を仮定し、そして表-1に示す定数を用いて行った。解析ケースは付着喪失等価領域  $l_s$  を2.5cm、5.0cm、7.5cmとし、それぞれの  $l_s$  に対して鉄筋比を0.2%、0.4%、0.6%とした場合の合計9ケースとした。

代表的な解析結果として  $p=0.2\%$ 、 $l_s=2.5\text{cm}$  の場合のひびわれ位置に隣接するコンクリート要素及び鉄筋要素の応力、さらにボンド要素の節点間の相対変位で表されるひびわれ幅を図-6に示す。また、ひびわれの発生によってひびわれ周辺のコンクリートの応力は解放されるが、図-7は、この応力解放領域が鉄筋比及び  $l_s$  によってどのように異なるかを示したものである。

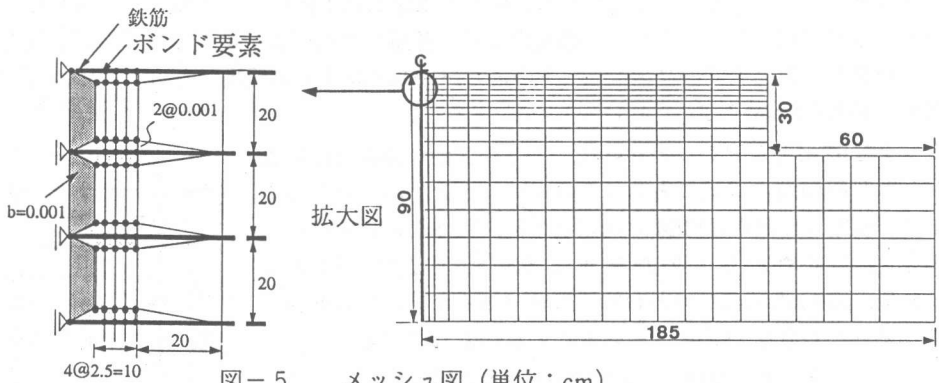
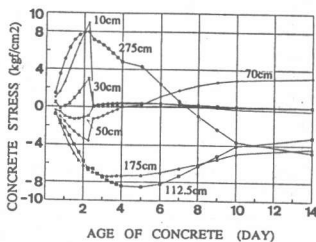


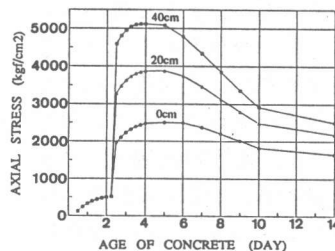
図-5 メッシュ図 (単位: cm)

表-1 解析条件

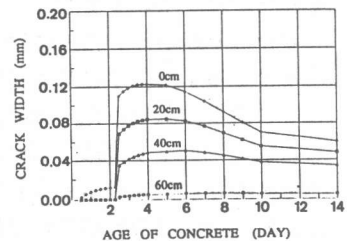
項目	コンクリート	鉄筋	地盤
弾性係数 (kgf/cm <sup>2</sup> )	$E=1.5 \times 10^4 \sqrt{f_c}$ $f_c = t \sigma / (a + bt)$ $a=4.5, b=-0.95$	$2.1 \times 10^6$	500
ポアソン比	0.2	—	0.35
線膨張係数(°C)	$10 \times 10^{-6}$	—	$10 \times 10^{-6}$
設計強度(kgf/cm <sup>2</sup> )	$\sigma = 240$	—	—
ひびわれ発生条件	$\sigma_t > 13.1 \text{ kgf/cm}^2$	—	—



<コンクリート応力>



<鉄筋応力>



<ひびわれ幅>

図-6 FEM解析結果の一例 ( $p=0.2\%$ 、 $l_s=2.5\text{cm}$ )  
(図中の数字は、表面からの距離を表わす)

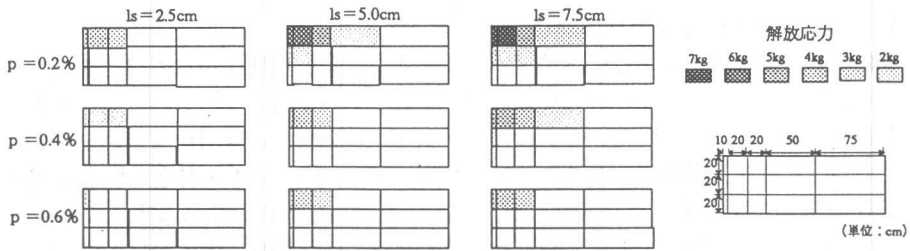


図-7 コンクリートの応力解放領域

### 5. CP法とFEMとの比較

前節に示した表面ひびわれ問題に対して、CPひびわれ幅法によるひびわれ幅の計算結果がFEMと同程度の値となるようにCPひびわれ幅法の $l_s$ の値を同定した。図8はCPひびわれ幅法のメッシュであるが、前述したように表面ひびわれを取り扱うため、一つのリフトをひびわれ深さまでとそれ以下の部分とに分けて考えている。ただし、外部拘束係数は下側のリフトの底面からとしている。CPひびわれ幅法で用いたコンクリート強度定数及び各節点の温度履歴は先のFEM解析と同じ値とし、また、ひびわれ発生までのコンクリートの応力がFEMの結果と同程度になるようにCPひびわれ幅法外部拘束係数を $R_n=0.2$ ,  $R_{m1}=1.0$ ,  $R_{m2}=1.0$ と定めた。

表-2はFEMとCPひびわれ幅法によるひびわれ発生直後の表面ひびわれ幅の値の比較である。この表は、CPひびわれ法である $l_s$ 値を仮定したとき、FEMと同程度の値を得るために $l_c$ の値をどの程度に定めたらよいかを示している。また、図9は $l_s=7.5\text{cm}$ ,  $p=0.2$ の時のひびわれ幅の履歴であるが、ひびわれ深さによってひびわれ幅が異なっていることが示されている。

表-2 ひびわれ発生時のひびわれ幅の比較

鉄筋比 (%)	$L_s$ (cm)	$L_c$ (cm)	CP法による		FEMによる	
			$W_{c1}$ (mm)	$W_{c2}$ (mm)	$W_{c1}$ (mm)	$W_{c2}$ (mm)
0.2	2.5	100	0.063	0.067		
	5.0	75	0.079	0.084		
	7.5	65	0.090	0.092		
0.4	2.5	125	0.042	0.049		
	5.0	100	0.066	0.068		
	7.5	75	0.076	0.079		
0.6	2.5	150	0.030	0.038		
	5.0	125	0.052	0.056		
	7.5	100	0.067	0.068		

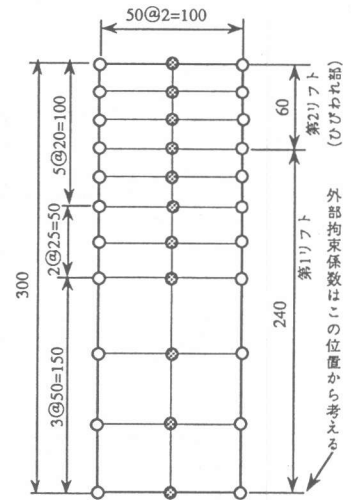


図8 CPひびわれ幅法のメッシュ

### 5. まとめ

本報告では、これまで貫通ひびわれを対象として導出されてきたCPひびわれ幅法に対し、表面ひびわれについても適用できるよう、その基本仮定を変更し、定式化を示すとともに解析のモデル化の際に留意すべき点についても紹介した。そして、鉄筋比、及び付着喪失等価領域 $l_s$ をパラメータとしたFEM解析とCPひびわれ幅法による解析の比較から、両者の解析結果がほぼ一致するように $l_c$ の値を同定し、これを示した。

### 参考文献

- 1) 加茂友裕、田辺忠顕：マスコンクリートの温度ひびわれ幅算定方法に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集、11-1、pp.457~462、1989

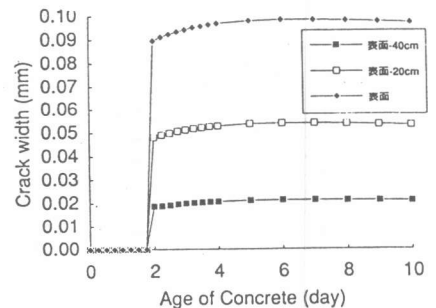


図9 ひびわれ幅の履歴