

論文

[2009] 低側圧 3 軸圧縮応力下で生じたひび割れ面のせん断伝達劣化機構のモデル化

村上雅英\*1・大谷恭弘\*2・西野和弥\*3・窪田敏行\*4

1. はじめに

コンクリート材料の応力-ひずみ関係については最大応力前の硬化領域に対して、例えば弾塑性理論に基づく現象学的モデルや微視構造的観点から定式化されたモデルなど、すでに多くのモデルが提案されている。しかし、最大応力以降の軟化領域に対しては、硬化領域に対する手法をそのまま適用した場合の解の安定性・唯一性の問題や、有限要素法に適用した場合の要素サイズの影響などの問題が生じることが明らかとなってきた。引張応力下でのクラック形成に伴う軟化挙動の取り扱いに対しては、破壊エネルギーに基づいて要素サイズの影響を考慮したモデル化により、多くの場合これらの問題は克服されてきている[1]。一方、多軸圧縮応力下での軟化挙動の取り扱いに対しては、Shear Bandなどの機構を仮定した方法や、Non-local理論による方法、或いはMicro Mechanics的手法などが試みられているが、実用的なモデルの開発に至っていないのが現状である。

鉄筋の横補強効果を期待したコンファインドコンクリートなどの軟化領域の構成則は、主として鋼管や横補強筋などによる軸対称な拘束下での実験結果を回帰的に数式モデル化したものに基づいたものが大部分である。軸対称な拘束を与える3軸圧縮試験や試験体形状を立方体とした3軸圧縮試験ではひび割れ面が複雑に生じるため、軟化領域のShear Bandなどの機構に基づいた理解を複雑にしている。そこで、筆者らは機構のモデル化を2次元で扱うことの可能な非軸対称な低側圧をプレーンコンクリートに与える3軸圧縮試験装置を考案した。そして、一連の実験より側圧状態に依存しない最終安定条件が存在することを確認した。また、最大応力以降の $\sigma_s - \epsilon_s$ 曲線の軟化領域の勾配のばらつきとひび割れ本数に密接な関係があることも確認した[2]。

本論文では、低側圧3軸圧縮状態ですべり破壊面(モデルではShear Bandに対応する)が明確に生じる破壊に限定し、筆者らの実験結果に基づき最大応力以降の軟化領域のモデル化を行い、実験で得られた知見をモデルの観点より検討する。

2. 破壊の局所化とShear Bandの扱いについて

コンクリートが圧縮力を受けると、図-1に示すようにある応力レベルまでは線形弾性体として挙動し、その後非線形挙動が現れ、最大応力を迎える。その区間では骨材とセメントペーストの接着面に微細なひび割れが試験体全体で一様に発生する。最大応力は、Mohr-Coulombの破壊基準により表現できるものと仮定すると、最大応力に到達直後ではMohr-Coulombの破壊基準に従って最もすべり易い面に破壊が集中、すなわち、局所化し始め、その部分でひび割れに沿ったすべ

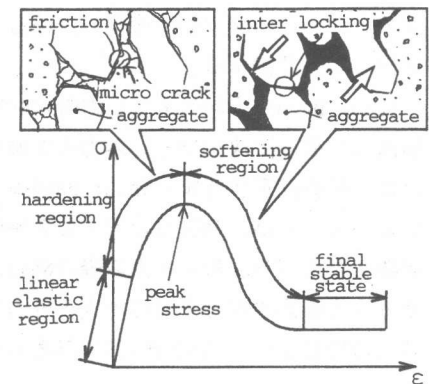


図-1 各ひずみレベルでの破壊機構

\*1 近畿大学講師 理工学部建築学科、工博(正会員) \*2 神戸大学助教授 工学部建設学科、Ph.D.(正会員)  
\*3 近畿大学大学院 工学研究科 建築学専攻(正会員) \*4 近畿大学教授 理工学部建築学科、工博(正会員)

りが生じる。最大応力付近ではMohr-Coulombの破壊基準の第2項の見かけの摩擦力は主として微細なひび割れの接触によって生じる。その後、Shear Band内のひび割れ部分でひずみが不連続になり始めるとMohr-Coulombの破壊基準の第1項の粘着力は急激に減退するが、ひび割れ間の骨材の乗り上げとめり込みなどにより見かけの摩擦力は増加する。

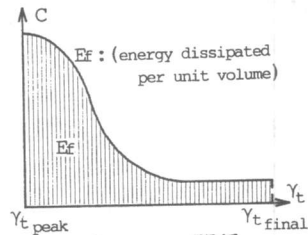
最大応力以降、1本目のひび割れが形成し始めた時に、拘束力の増加などによりその部分の摩擦力が大きくなると、対称な位置に新たなひび割れが形成される。破壊集中機構によるとひび割れ線が1本の場合よりも2本の場合の方がShear Bandの体積 $V_s$ が大きくなり、図-2(a)に示すように単位体積当たりの散逸エネルギー $E_f$ がほぼ一定であると仮定すると、試験体全体で最大応力以降に消費する仕事量 $W_f$ は $V_s$ に比例して大きくなる。同図(b)の $\sigma_s - \epsilon_s$ 関係とひび割れ状況の関連を説明する上で、このような破壊の局所化に対する解釈は有効な手段となる。

実際のShear Band内のせん断ひずみは、図-3に示すようにひび割れ間では不連続であり、ひび割れ面から離れるに従い減少し、ある範囲を越えると最大応力に達した後、除荷した状態となる。このようなあいまいに分布しているせん断ひずみに対してShear Band幅 $B_s$ を設定することによって、Shear Band内の平均的なせん断ひずみ $\gamma_t$ が求まり、見かけの単位体積当たりの散逸エネルギー $E_f$ が確定できる。しかし、現時点ではShear Band幅を確定することは困難であるため、 $V_s$ が最小となる(ひび割れ線が1本のみ)試験体を抽出して、それらの実験結果に対してShear Band幅が側圧状態によらず一定であると仮定して、単位ひび割れ線長さ当たりの散逸エネルギー $E_f$ を評価する。またShear Band内の塑性ひずみ増分についても同図のように平均化して考えるが、Shear Band幅が確定できないため、Shear Band両側の接線、法線方向の塑性変位の増分として評価する。

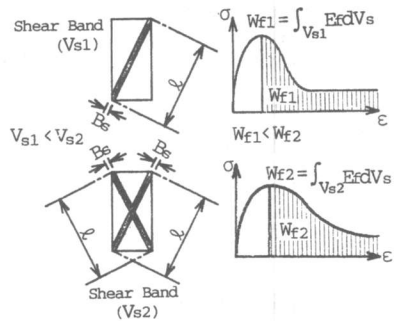
Shear Bandの方向は最大応力時にMohr-Coulombの破壊基準に従って決定でき、外力の主軸の回転がない場合には最終安定状態までShear Bandの方向は回転しないということが、筆者らの行った3軸圧縮試験[2]で確認されている。最大応力以降のShear Band内に作用するせん断応力度と垂直応力度と外力の関係は図-4の力の釣合より式(1)と式(2)で与えられる。

$$\sigma_1 = \sigma_n + \tau_t \tan \theta \quad \dots(1)$$

$$\sigma_3 = \sigma_n - \tau_t \tan \theta \quad \dots(2)$$



(a)  $C - \gamma_t$  関係



(b) Shear Band体積 $V_s$ と仕事量 $W_f$   
図-2 ひび割れ本数と軟化勾配の関係

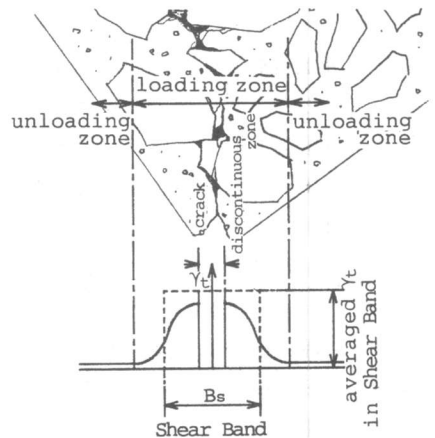


図-3 Shear Band幅 $B_s$ の仮定

最大応力以降ではShear Band内では塑性変形によりエネルギー散逸が行われるが、Shear Band外では弾性除荷となり弾性エネルギーが解放される。そのため、最大応力以降では全体変位の増分よりShear Band内の塑性変位増分を計算する際には、Shear Band外の弾性除荷による変形の影響も考慮すべきであるが、現時点ではShear Band外部の弾性剛性の評価できていないこと、また最終安定状態ではShear Band内部の塑性変形と比べてShear Band外部の弾性変形は無視しうる程小さいことより、図-5のように弾性除荷変形を無視した式(3)と式(4)でShear Band内の塑性変位増分を求める。

$$\delta_n = -H \varepsilon_3 \sin \theta - B \varepsilon_1 \cos \theta \quad \dots(3)$$

$$\delta_t = H \varepsilon_3 \cos \theta - B \varepsilon_1 \sin \theta \quad \dots(4)$$

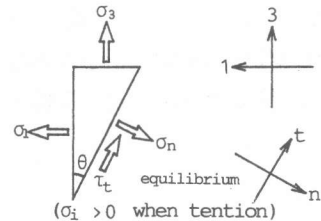


図-4 力のつりあい

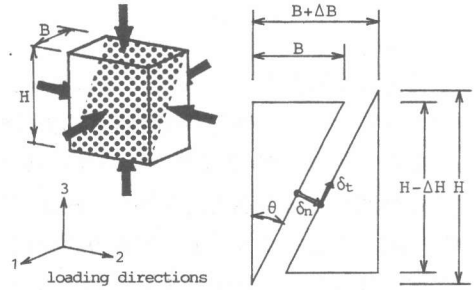


図-5 Shear Band内の塑性変位増分

### 3. Shear Band内のせん断伝達劣化機構

最大応力時にはShear Band内部のせん断伝達能力は図-6に示すようにMohr-Coulombの破壊基準より式(5)で与えられる。また、最終安定条件は式(6)で与えられる。

$$\tau_t = C_{peak} + \mu_{peak} \sigma_n \quad \dots(5)$$

$$(C_{peak} = 0.391 f_c, \mu_{peak} = 0.802)$$

$$\tau_t = C_{final} + \mu_{final} \sigma_n \quad \dots(6)$$

$$(C_{final} = 0.066 f_c, \mu_{final} = 1.049)$$

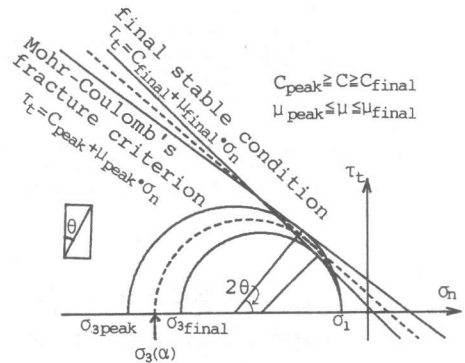


図-6 Mohr-Coulombの破壊基準と最終安定条件

ここで、括弧内の数値は筆者らの行った3軸圧縮試験[2]より得られた実験定数である。本来、最終安定状態においては、式(6)より外力を決定した後、式(1)と(2)でShear Band内部に作用するせん断応力度と垂直応力度を求める方法が厳格であるが、最終安定条件が与える仮想ひび割れ角度( $\pi/2 - \tan^{-1} \mu_{final}$ )とMohr-Coulombの破壊基準が与えるひび割れ角度( $\theta = \pi/2 - \tan^{-1} \mu_{peak}$ )の差を無視してもShear Band内の見かけの摩擦係数への影響は2%程度であるため、ここでは式(6)の各応力度の示す方向がShear Band内のn-t座標系の方向に近似的に一致するとして以下の論議を進める。

最大応力から最終安定応力に至るまでの任意の点のShear Band内のせん断伝達能力は式(7)で与えられる。また、その時の見かけの粘着力Cと見かけの摩擦係数 $\mu$ の値は図-6に示すようにMohr-Coulombの破壊基準と最終安定条件の間にある。

$$\tau_t = C + \mu \sigma_n \quad \dots(7)$$

そこで、 $\sigma_1$ を一定とした荷重に対して、最大応力時と最終安定時の間の任意の応力状態を表す指標、すなわち、劣化の程度を表す指標 $\alpha$ を式(8)で定義する。

$$\alpha = \frac{\sigma_3 - \sigma_{3peak}}{\sigma_{3final} - \sigma_{3peak}} \quad \dots(8)$$

側圧の変動分 $\Delta\sigma_1$ に対して $\alpha$ の値は影響されないと仮定すると、側圧が変動後の応力状態は一義的に確定される。図-7より側圧が $\Delta\sigma_1$ 異なった位置で $\alpha$ が同じ場合の応力円を互いに描き、それらの接線を求めることによって、劣化の程度が等しい応力状態の時の $C$ と $\mu$ の値がそれぞれ式(9)と(10)のように確定する。

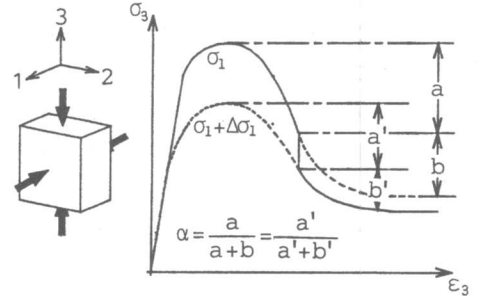
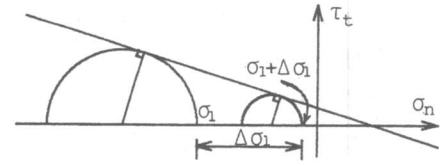


図-7  $\alpha$ の定義

$$C = \frac{(1-\alpha)(\sqrt{1+\mu_{peak}^2} + \mu_{peak})C_{peak} + \alpha(\sqrt{1+\mu_{final}^2} + \mu_{final})C_{final}}{\sqrt{(1-\alpha)(\sqrt{1+\mu_{peak}^2} + \mu_{peak})^2 + \alpha(\sqrt{1+\mu_{final}^2} + \mu_{final})^2}} \quad \dots(9)$$

$$\mu = \frac{(1-\alpha)(\sqrt{1+\mu_{peak}^2} + \mu_{peak})^2 + \alpha(\sqrt{1+\mu_{final}^2} + \mu_{final})^2 - 1}{2\sqrt{(1-\alpha)(\sqrt{1+\mu_{peak}^2} + \mu_{peak})^2 + \alpha(\sqrt{1+\mu_{final}^2} + \mu_{final})^2}} \quad \dots(10)$$

$\alpha$ と $C$ または $\mu$ との関係は図-8に示すようにほぼ直線となる。また、Shear Band内のせん断塑性増分変位である、 $\Delta\delta_t = \delta_t - \delta_{tpeak}$ と無次元化した見かけの粘着力 $\bar{C} = C/C_{peak}$ の関係を図-9に $\Delta\delta_t$ と見かけの摩擦係数 $\mu$ の関係を図-10にそれぞれ示す。試験体間の最大応力のばらつきによって、 $C_{peak}$ も $0.297fc \leq C_{peak} \leq 0.438fc$ の範囲でばらつくため、各試験体のそれぞれの最大応力から式(1), (2), (5)を用いて、 $\mu_{peak} = 0.802$ として $C_{peak}$ を求め、その値で見かけの粘着力を無次元化することにより最大応力のばらつきの影響を除去した。図中の実線は最終安定状態の確認できた試験体のものであり、点線は最終安定状態の確認できなかった試験体のものであ

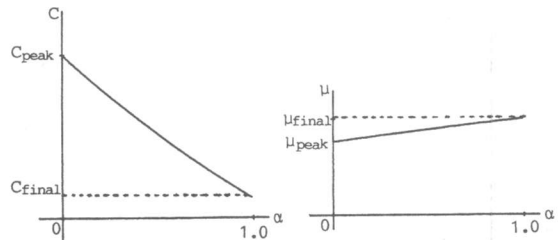


図-8  $C-\alpha$ 関係及び $\mu-\alpha$ 関係

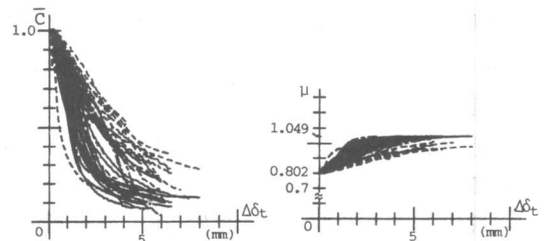


図-9  $\bar{C}-\Delta\delta_t$ 関係 図-10  $\mu-\Delta\delta_t$ 関係

り、それらの最終安定応力は式(6)によって推定した。両図ともかなりのばらつきが見られるが、 $C$ の減少の割合が大きい、すなわち $\mu$ の増加の割合が大きい試験体ではひび割れ線が1本であるものが多かったが、 $C$ の減少の割合が小さい、すなわち $\mu$ の増加の割合が小さい試験体では前者よりもひび割れ本数が多く、Shear Bandの体積 $V_s$ が前者より大きかった。これは、横軸を試験体の横断面上に現れる全てのShear Band内のせん断塑性変位増分の総和 $\Delta \delta_t = \Delta \gamma_t V_s / t l$  (但し  $t$ :試験体の厚さ=150mm,  $l$ :Mohr-Coulombの破壊基準で与えられるひび割れ線が1本の場合のひび割れ線長さ)としたことによる。

#### 4. せん断伝達劣化機構の数式モデル化

Shear Bandの体積が最小となる破壊、即ちひび割れ線が1本だけ生じた試験体を抽出し、それぞれについてShear Band 1本当たりのせん断塑性変位増分を式(11)のように無次元化した $\xi$ で表し、 $\bar{C}$ と $\xi$ の関係を図-11のように最大応力時に1階の微分係数=0となるような式(12)で近似した。

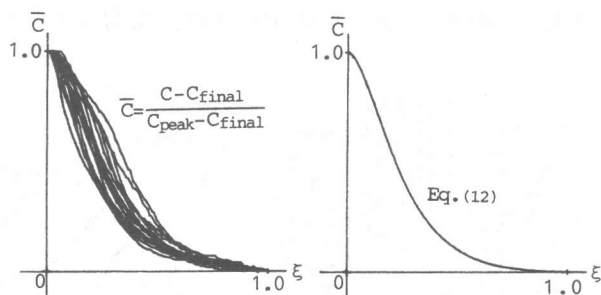


図-11  $\bar{C} - \xi$  関係の実験値と数式グラフ

$$\xi = \frac{\delta_t - \delta_{tpeak}}{\delta_{tfinal} - \delta_{tpeak}} \quad \dots(11)$$

$$C = \eta C_{peak} + (1 - \eta) C_{final} \quad \dots(12)$$

但し

$$\eta = \frac{(1 + \xi) e^{-\xi} - (1 + k) e^{-k}}{1 - (1 + k) e^{-k}}$$

$$k = 7.564$$

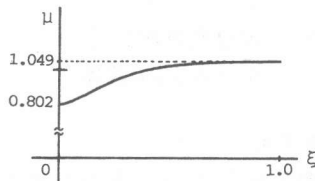


図-12  $\mu - \xi$  関係

そして、 $\delta_t$ を式(11)に与え、式(12)、(13)より $\alpha$ を求め、式(10)に代入することによって $\mu$ と $\xi$ の関係を計算し、図-12に示した。

$$\alpha = \frac{-\phi_2 - \sqrt{\phi_2^2 - 4\phi_1\phi_3}}{2\phi_1} \quad \dots(13)$$

但し

$$\phi_1 = \{(\sqrt{1 + \mu_{peak}^2} + \mu_{peak}) C_{peak} - (\sqrt{1 + \mu_{final}^2} + \mu_{final}) C_{final}\}^2$$

$$\phi_2 = 2(\sqrt{1 + \mu_{peak}^2} + \mu_{peak}) C_{peak}^2$$

$$- (\sqrt{1 + \mu_{peak}^2} + \mu_{peak})(\sqrt{1 + \mu_{final}^2} + \mu_{final}) C_{peak} C_{final}$$

$$+ \{(\sqrt{1 + \mu_{final}^2} + \mu_{final})^2 - (\sqrt{1 + \mu_{peak}^2} + \mu_{peak})^2\} C^2$$

$$\phi_3 = (\sqrt{1 + \mu_{peak}^2} + \mu_{peak})^2 (C_{peak}^2 - C^2)$$

図-13はひび割れ線が1本の場合のShear Bandの単位長さ・厚さ当たりの散逸エネルギー  $E_t' = E_t B_s$  に対して散逸エネルギーが1.5倍、2倍となる場合の  $\bar{C} - \Delta \delta_t$  関係である。図-9との比較より破壊エネルギーは最大でひび割れ線が1本の場合の2倍程度であり、ひび割れ線が2本生じていたこととよく対応している。

一定側圧及び変動側圧の実験で、ひび割れ線が1本のみ生じた試験体の最大応力以降における  $\sigma_3 - \varepsilon_3$  関係の実験値と本論文で導いた数式モデルの比較を図-14に示す。同図では軟化領域の  $\sigma_3 - \varepsilon_3$  関係の比較を行うため、数式モデル中の  $C_{peak}$  の値は、各試験体の最大応力より試験体ごとにも求め、実験値と数式モデルの最大応力の値を一致させてある。なお、変動側圧を与えた2種類の実験では、図中の点a, b, a', b'でそれぞれ側圧を変動させ、それらの間では  $\sigma_1$  を一定値とした。両者とも数式モデルは実験値を非常によく再現できている。

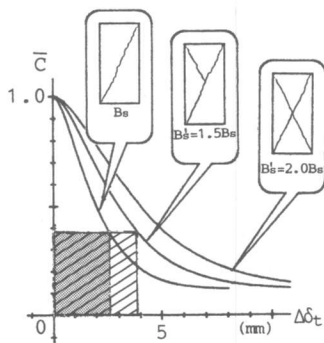


図-13 ひび割れ本数と  $\bar{C} - \Delta \delta_t$  の関係

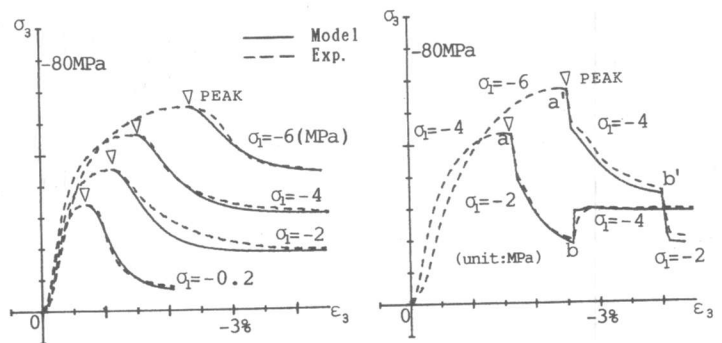


図-14 数式モデルと実験結果の比較例

## 5. まとめ

破壊機構を2次元的な解析で扱うことの可能な3軸圧縮試験を行い、最大応力以降の軟化現象に対して破壊の局所化機構を考察し、以下の知見が得られた。

劣化の程度を表す指標  $\alpha$  を導入することによって見かけの粘着力と摩擦係数を分離できることを示すと共に、Shear Band内のせん断伝達能力の劣化の推移を定量的に示し、それらを数式モデルで表現した。ひび割れ線が1本の場合に対して、その数式モデルより計算された  $\sigma_3 - \varepsilon_3$  関係と実験値はよく一致した。

現時点ではShear Band幅の確定、複数本のひび割れ線が発生するための分岐条件、Shear Band内の流れ則の定式化、2次元から3次元への拡張、破壊基準を平面から曲面へ拡張する方法など低側圧3軸圧縮域における破壊の局所化機構を解明する上で数多くの問題が残されている。

謝辞 研究全般にわたり、近畿大学理工学部建築学科卒論生 石田健吾君、川添博弓君の多大なる協力を得ました。ここに記して深く感謝の意を表します。

## 参考文献

- [1] Z.P. Bazant: Mechanics of distributed cracking, ASME, Vol. 39, No. 5, pp. 675~705, May 1986
- [2] 西野・村上・大谷・窪田: 低側圧3軸圧縮応力を受けるプレーンコンクリートの最大応力以降の破壊性状に関する実験, 第15回コンクリート工学年次論文報告集, 1993