

論文

[2013] 破壊力学的手法による無筋コンクリート梁の曲げ破壊解析

石黒 覚*¹

1. はじめに

コンクリート材料における破壊進行の特徴は、ひびわれ先端において破壊進行領域と呼ばれる微細ひびわれの集積領域が形成されることにある。有限要素法や境界要素法などの数値解析によりコンクリート部材の耐力や変形を精度よく予測するためには、この破壊進行領域を考慮したひびわれ進展のモデル化が重要と考えられている。現在、このような破壊進行の特徴を考慮した代表的な解析モデルとしては、Hillerborgにより提案された仮想ひびわれモデル[1]とBazantにより提案されたひびわれ帯モデル[2]の2つがある。これら二つのモデルは、引張軟化特性と破壊エネルギーの概念を導入した点に特徴があり、コンクリートの破壊力学モデルとして有限要素解析や境界要素解析などに組み込まれている。また、応力拡大係数などのパラメータを用いる通常の破壊力学では、初期ひびわれ(切欠き)を有する部材などを解析対象としているのに対して、これらの破壊力学モデルでは、初期ひびわれのないものにも適用できる。

本研究は、これらの破壊力学モデルを組み込んだ有限要素解析により、切欠きのある無筋コンクリート梁や切欠きのない梁の荷重-変位関係および曲げ破壊の数値解析を行い、モデルの適用性や曲げ強度の寸法効果などについて検討したものである。

2. 破壊力学モデルによるひびわれの解析方法

2.1 仮想ひびわれモデルによる有限要素解析

仮想ひびわれモデルは、ひびわれ先端における破壊進行領域を、結合力モデルの一種である「仮想ひびわれモデル」で表現したものである。このモデルは、結合力を仮想的なひびわれ面間の距離(開口変位 W)の関数として与えるものである。つまり、仮想ひびわれ先端での結合力が引張強度 f_t であり、限界開口変位 W_{cr} において結合力が零となる。本研究では、結合力-開口変位の関係として、図-1に示す二直線モデルを用いることとする。

仮想ひびわれモデルを組み込んだ有限要素解析プログラムとして、文献[3]において大津氏が示したFORTRAN プログラムがある。この解析プログラムは、定ひずみ三角形要素を使用して梁の曲げ破壊解析ができるようになっている。本研究では、この解析プログラムにおいて、定ひずみ三角形要素四個から構成した四角形要素を使用できるようにし、また、剛性方程式の解法をバンドマトリックス法に変更して使用した。

2.2 ひびわれ帯モデルによる有限要素解析

ひびわれ帯モデルは、破壊進行領域を分布ひびわれの帯で表現したものである。このモデルでは、ひびわれ帯内に微細ひびわれが一樣に分布すると考え、二直線で表される引張軟化特性に対して図-2に示すような引張応力-ひずみの関係を適用する。図-1および図-2に示した仮想ひびわれモデルとひびわれ帯モデルの引張軟化特性は、 $G_f = h g_f$ で関係付けられる。ここで、

*1 大阪府立大学講師 農業工学科(正会員)

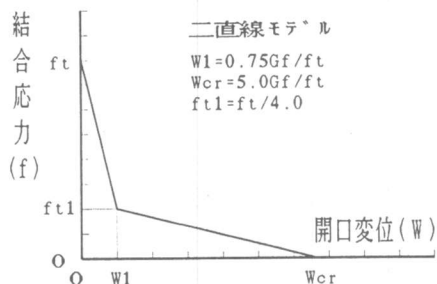


図-1 仮想ひびわれモデルにおけるコンクリートの引張軟化特性

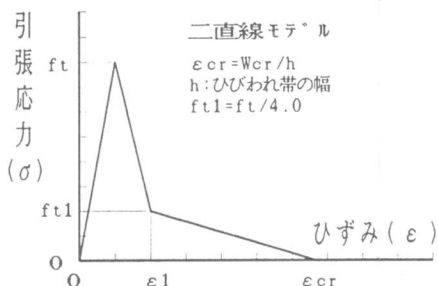


図-2 ひびわれ帯モデルにおけるコンクリートの引張軟化特性

G_f は破壊エネルギーであり、 g_f は $\sigma - \varepsilon_{cr}$ 曲線で囲まれる面積を表している。開口変位と歪の関係は、 $W_{cr} = h \varepsilon_{cr}$ となる。ただし、 h はひびわれ帯の幅である。ひびわれ帯モデルによる有限要素解析では、最大主応力の方と直交方向にひびわれが進展するものとし、ひびわれ発生要素を直交異方性体として表現する。本解析で用いた直交異方性体の応力-ひずみ関係は、次式のように表される。

$$\{d\sigma\} = [D_{cr}] \{d\varepsilon\} \quad \dots (1)$$

$$[D_{cr}] = \frac{1}{1 - \nu^2 \cdot n_1} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} n_1 \cdot E & \nu \cdot n_1 \cdot E & 0 \\ \nu \cdot n_1 \cdot E & E & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu^2 \cdot n_1) \cdot \beta \cdot G \end{bmatrix} \quad \dots (2)$$

ここで、 $n_1 = E_1/E$ であり、 E_1 はひびわれ直交方向の弾性係数を表す。 β は、ひびわれによるせん断剛性の低減係数である。ひびわれの発生した要素は、 $n_1 = 0.01$ 、 $\beta = 0.25$ と仮定した。

ひびわれ帯モデルを組み込んだ有限要素解析の流れを図-3に示している。本解析法では増分段階の第一ステップにおいて、載荷節点に変位増分を与える。そし

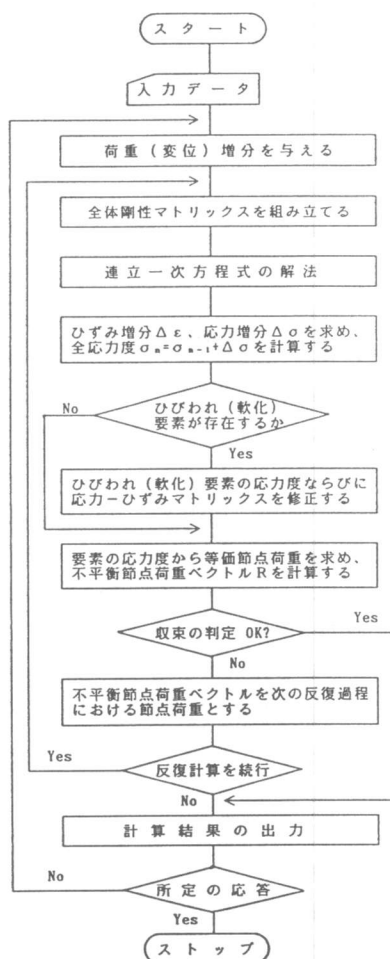


図-3 ひびわれ帯モデルを用いた有限要素解析の流れ

て、計算された各要素の応力値に基づいてひびわれ発生の判定を行う。ひびわれの発生している要素においては、ひびわれと直交方向のひずみに基づいて材料の引張軟化特性から与えられる応力度に修正する。次に、各要素応力から等価節点荷重を計算し、次式で与えられる不平衡節点荷重ベクトル $\{R\}$ を計算する。

$$\{R\} = \{F\}_{EXT} - \sum_{e=1}^m \int_v [B]^T \{\sigma_n\} dv \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 m は要素数、 $\{\sigma_n\}$ は要素の応力度 $\{F\}_{EXT}$ は外力ベクトル、 $[B]$ はひずみ-変位変換マトリックスである。

次に、収束判定を行い、もし、収束判定基準を満足しなければ、不平衡節点荷重ベクトル $\{R\}$ を次ステップでの節点荷重として反復計算を行う。収束判定は不平衡節点荷重ベクトル成分の二乗和の平方根 $\sqrt{\sum \{R_i\}^2}$ と载荷点荷重 P を比較し、 $\sqrt{\sum \{R_i\}^2} / P < 0.001$ になれば収束したものと判定する。本解析プログラムでは、定ひずみ三角形要素およびそれら四個から構成した四角形要素を使用し、剛性方程式の解法にはバンドマトリックス法を適用した。

3. 無筋コンクリート梁の曲げ破壊試験と数値解析

3.1 試験方法および結果

曲げ破壊試験の概略を図-4 (a), (b) に示す。本研究では、無筋コンクリート梁として10cmx10cmx40cmの角柱供試体を使用し、切欠きのない梁と中央部に切欠きを設けた梁（切欠き長さ $L=2\text{cm}, 4\text{cm}, 6\text{cm}$ ，幅2mm）について試験を行った。载荷試験は3等分点2点载荷で行い、载荷速度は0.2mm/minとした。梁中央部の変位および荷重をデータロガー（TDS-301）により計測し、また、図-4 (b) に示すように、2個のAEセンサーを供試体側面に取り付けAE計測も同時に行った。

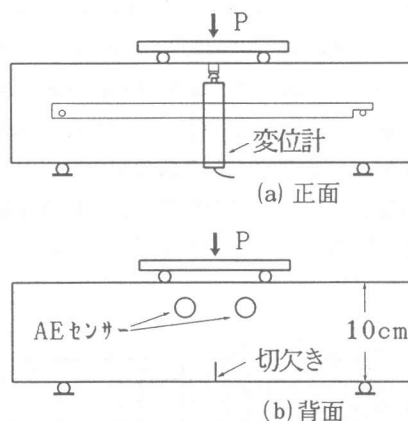


図-4 梁の曲げ破壊試験

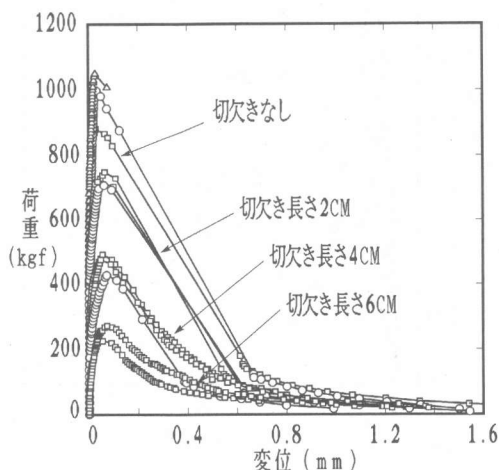


図-5 無筋コンクリート梁の荷重-変位関係

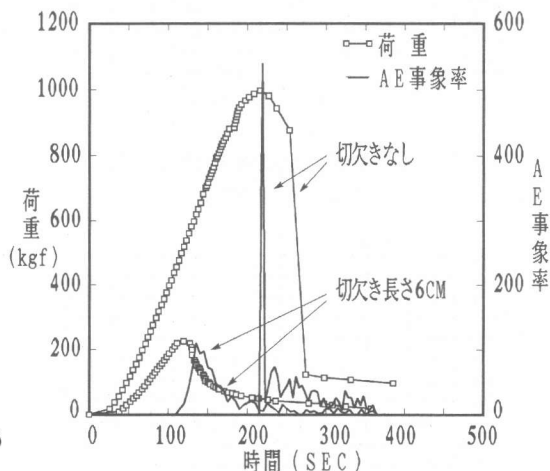


図-6 曲げ破壊試験時の荷重-時間関係とAE事象率

梁供試体は各切欠き長さのものを3個作成し、脱型後26日間水中養生し、1日室内で放置した。コンクリートの圧縮強度は 417kgf/cm^2 、引張強度 31.2kgf/cm^2 、曲げ強度 31.4kgf/cm^2 である。

試験より求めた無筋コンクリート梁の荷重-変位曲線を図-5に示す。切欠き長さが4cmおよび6cmの梁については最大荷重以降の下降域についても安定して計測することができた。切欠き長さ2cmや切欠きのない梁については最大荷重以降に急激な荷重低下を示すが、供試体は破断せず、ひびわれ面の応力伝達によりある程度荷重を保持している状況が認められる。

切欠きのない梁と切欠き長さ6cmの梁について、曲げ破壊時の代表的なAE事象率を図-6に表している。最大荷重に達する直前からAEが発生し始め、最大荷重を少し越えた辺りで最も多く発生する。最大荷重以降の下降域では発生率は少ないが増減を繰り返しながらAEが発生している。また、AE事象総数については、切欠き長さの大きい梁ほど少なくなる傾向を示した。

3.2 曲げ破壊の数値解析

仮想ひびわれモデルにより曲げ破壊の数値シミュレーションを行い、試験結果と比較した。解析モデルのメッシュ分割を図-7に示す。材料特性として、引張強度 $f_t=3.1\text{MPa}$ (31.2kgf/cm^2)、弾性係数 $E=28.4\text{GPa}$ (290000kgf/cm^2)、ポアソン比 $\nu=0.2$ を解析に用いた。また、破壊エネルギーについては、 $G_f=100\text{N/m}$ (0.102kgf/cm)を仮定した。

解析より求めた荷重-変位曲線と試験での代表的な結果を図-8に示す。荷重-変位関係は、切欠き長さが短くなるほど解析結果と試験結果の差が大きくなっている。コンクリートの曲げ強度は、一般に引張強度の1.5倍程度になると言われているが、今回の試験では曲げ強度と引張強度が同じぐらいの値になっており、これが両結果に大きな差を生じさせた一因と考えられる。

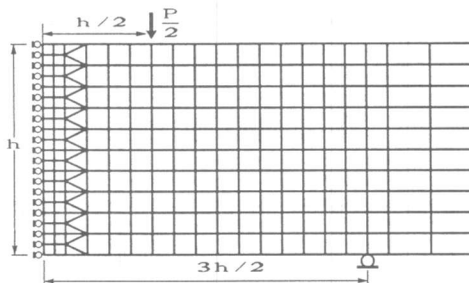


図-7 曲げ破壊試験の解析に用いた梁のメッシュ分割図

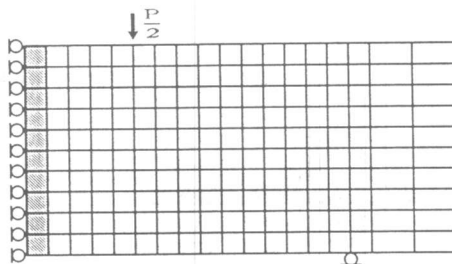


図-9 寸法効果の解析に用いた梁のメッシュ分割図

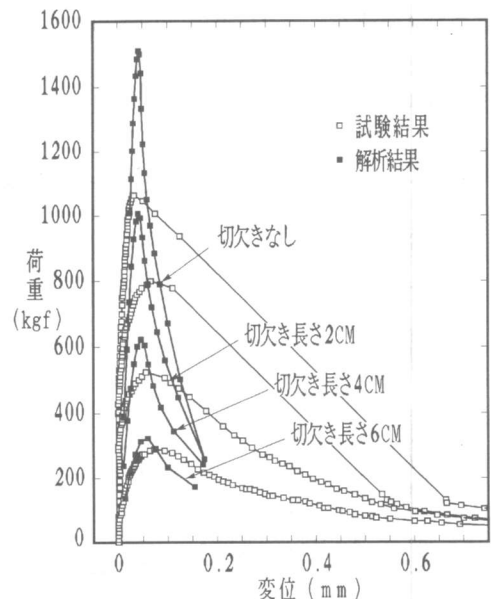


図-8 仮想ひびわれモデルによる曲げ破壊の数値解析結果

3.3 曲げ強度の寸法効果に関する検討

寸法の異なる梁（梁の高さ $h=10\text{cm}, 20\text{cm}, 40\text{cm}$ ）を仮想ひびわれモデルとひびわれ帯モデルによりそれぞれ解析した。また、解析より求めた曲げ強度と内田等[6]の提案した曲げ強度推定式の結果を比較し、破壊力学モデルによる寸法効果の定量的評価についても検討した。この解析で使ったメッシュ分割図を図-9に示す。ひびわれ帯モデルによる有限要素解析では、メッシュ分割図の中央1要素の列（斜線部分）をひびわれ進展経路と仮定した。一方、仮想ひびわれモデルでは、対称面の節点を分離させてひびわれ進展を表現する。解析に使用した材料特性は、引張強度 $f_t=2.9\text{MPa}$ (29.6kgf/cm^2)、弾性係数 $E=27.5\text{GPa}$ (280000kgf/cm^2)、ポアソン比 $\nu=0.2$ 、破壊エネルギー $G_r=100\text{N/m}$ (0.102kgf/cm)とした。

図-10は、各破壊力学モデルにより解析した荷重-変位（载荷点変位）曲線を示している。ひびわれ帯モデルと仮想ひびわれモデルにより予測した最大荷重は大体一致している。しかし、仮想ひびわれモデルより求めた荷重-変位曲線は、ひびわれ帯モデルのそれに比べて下降域の荷重低下が顕著になっている。

図-11には、曲げ強度の解析結果と内田等の提案した推定式(4)の結果を示している。ひびわれ帯モデルの解析結果は、推定式の結果ともよく一致しており、曲げ強度の寸法効果を定量的に評価できることが確認できた。

$$f_r/f_t = 1 + 1/(0.85 + 4.5(d/l_{ch})) \quad \text{ただし、} d/l_{ch} \geq 0.1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 f_r, f_t は曲げ強度および一軸引張強度、 d は梁の高さ、 l_{ch} は特性長さであり、 $l_{ch} = E_c G_r / f_t^2$ で定義される。ここに、 E_c は弾性係数、 G_r は破壊エネルギーである。

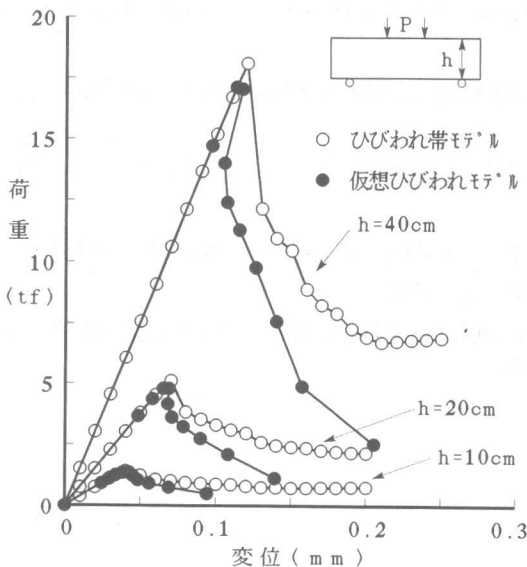


図-10 寸法の異なる梁の荷重-変位関係
（仮想ひびわれモデルとひびわれ帯モデルの比較）

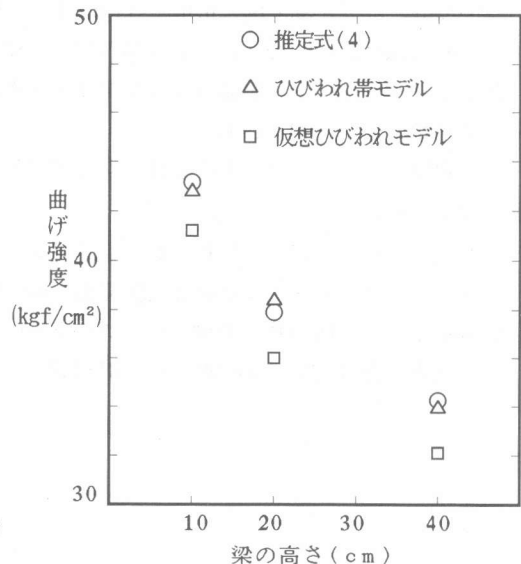


図-11 曲げ強度の解析結果

4. まとめ

本研究では、無筋コンクリート梁の曲げ破壊解析に対して、仮想ひびわれモデルとひびわれ帯モデルの二つの破壊力学モデルを適用した。これらの解析結果より得られた結論をまとめると以下ようになる。

- 1) 仮想ひびわれモデルとひびわれ帯モデルにより予測した無筋コンクリート梁の最大荷重は大体一致する。仮想ひびわれモデルより求めた荷重-変位曲線は、ひびわれ帯モデルより求めたそれに比べて下降域の荷重低下が顕著になる。
- 2) 破壊力学モデルにより曲げ強度の寸法効果を精度よく評価することができる。また、破壊力学モデルを組み込んだ有限要素解析は、曲げ強度の寸法効果を定量的に評価できる有力な手段になる。

5. おわりに

(社)日本コンクリート工学協会に破壊力学の応用研究委員会が設けられており、そこでコンクリートの破壊力学に関する共同研究が行われている。本委員会により「コンクリート構造物の破壊に関する共通解析および実験」が実施されており、本研究はその一環として行ったものである。最後に、本研究を進めるに当たりご協力を頂いた専攻生の中山雅士君に謝意を表します。

(参考文献)

- 1) Hillerborg, A. : Numerical methods to simulate softening and fracture of concrete, Fracture mechanics of concrete, structural application and numerical calculation, Martinus Nijhoff Publishers, pp.141-170, 1985
- 2) Bazant, Z. P. and Oh, B.H. : Crack band theory for fracture of concrete, Materials and Structures, Vol.16, pp.155-177, 1983
- 3) 日本コンクリート工学協会：コンクリート構造の破壊力学に関するコロキウム、委員会報告第4章、pp.36-72、1990
- 4) 三橋博三：コンクリートの破壊力学の現状と展望、コンクリート工学、Vol.25, No.2, pp.14-25、1987
- 5) ROKUGO, K. et al. : 各種方法によるコンクリートの破壊エネルギーとひずみ軟化曲線の定量化、コンクリート工学年次論文報告集、pp.663-668、1987
- 6) 内田裕市・六郷恵哲・小柳 治：コンクリートの曲げ強度の寸法効果に関する破壊力学的考察、土木学会論文集、No.442、pp.101-107、1992