

論文
[2064] RC 曲線部材の温度応力解析

浅井隆一*1・川上洵*2・加賀谷誠*3・水城康男*4

1. まえがき

近年、曲率を有する構造物は、コンクリート構造においても積極的に用いられるようになってきている。著者らは、面内荷重を受けるPC曲線部材のひびわれ強度及び破壊強度を解析的に明らかにした¹⁾。このようなコンクリート曲線部材において、日中太陽により表面が加熱された場合や容器の内側が高温となる場合に生じる温度応力は重要であるが、ほとんど研究報告等がなされていなかった。本研究は、熱を受けたRC曲線部材の温度応力を解析し、その構造特性を明らかにしたものである。

2. 軸力と曲げを受けるRC曲線部材の弾性応力

面内荷重を受けるRC曲線部材の弾性応力解析は、次の3つの仮定に従うものとする。①平面保持の仮定が成り立つ。②コンクリートと鉄筋の応力-ひずみ関係は、フックの法則に従うとする。③ひびわれ直前までは全断面有効とする。

図-1(a)のように、RC曲線部材が、軸力N及び曲げモーメントMを受けたとき、図-1(c)に示すように、コンクリート部材ABB₁A₁がABB₁'A₁'のように変形したとする。その時、図心位置(曲率半径R)における、ひずみε₀は、

$$\epsilon_0 = \frac{O_1 O_1'}{O O_1} = \frac{O_1 O_1'}{ds} = \frac{O_1 O_1'}{R d\theta} \dots \dots \dots (1)$$

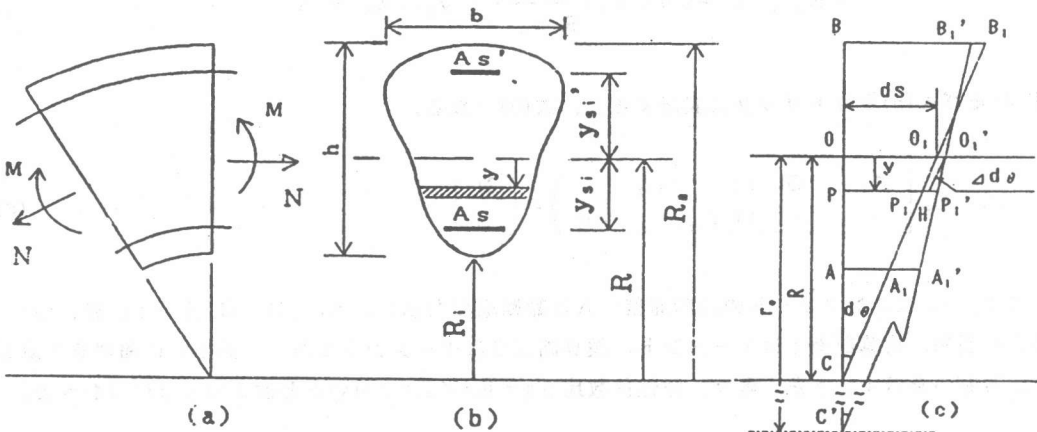


図-1 軸力及び曲げを受けるRC曲線部材

*1榎大林組、工修(正会員)
 *2秋田大学教授 鉱山学部土木環境工学科、工博(正会員)
 *3秋田大学講師 鉱山学部土木環境工学科、工博(正会員)
 *4榎ピー・エス東北支店 技術部 設計担当課長(正会員)

次に、原点Oから任意位置yにおけるひずみ ϵ_{oy} は、 $P_1 H = O_1 O_1'$ を考慮すると、

$$\begin{aligned} \epsilon_{oy} &= \frac{P_1 P_1'}{P P_1} = \frac{P_1 H + H P_1'}{P P_1} = \frac{\epsilon_o R d\theta + y \Delta d\theta}{(R - y) d\theta} \\ &= \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y}{R - y} \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

ここで、 $\omega = \frac{\Delta d\theta}{d\theta}$ である。

従って、曲げを受ける曲線部材の任意位置yにおける応力 σ_{oy} は、

$$\sigma_{oy} = E \epsilon_{oy} = E \left\{ \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y}{R - y} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

軸力及び曲げモーメントの釣合いは、

$$\begin{aligned} E_o \int \left\{ \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y}{R - y} \right\} dAc + E_s \left\{ \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y_{si}'}{R - y_{si}'} \right\} A_s' \\ + E_s \left\{ \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y_{si}}{R - y_{si}} \right\} A_s = N \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_o \int \left\{ \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y}{R - y} \right\} y dAc + E_s \left\{ \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y_{si}'}{R - y_{si}'} \right\} y_{si}' \cdot A_s' \\ + E_s \left\{ \epsilon_o + (\omega + \epsilon_o) \frac{y_{si}}{R - y_{si}} \right\} y_{si} \cdot A_s = M \dots \dots \dots (5) \end{aligned}$$

式(4)及び式(5)をマトリックス表示すると、式(6)となる。

$$E_o \begin{bmatrix} A_i & G_R \\ G & I_R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_o \\ (\omega + \epsilon_o)/R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 A_o はコンクリートの純断面積、 A は総断面積を示し、 A_i 、 G 、 G_R 及び I_R は、各々、換算断面積、換算断面1次モーメント、換算断面2次モーメントであり、添字Rは曲率を考慮してあるものを示す。また、各々、弾性係数比 $n_s = E_s / E_c$ を用いると次式のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} A_i &= \int dA + (n_s - 1) (A_s' + A_s) \\ G &= \int y dA + (n_s - 1) (A_s' \cdot y_{si}' + A_s \cdot y_{si}) \\ G_R &= \int \frac{y}{1 - y/R} dA + (n_s - 1) \left(\frac{A_s' \cdot y_{si}'}{1 - y_{si}'/R} + \frac{A_s \cdot y_{si}}{1 - y_{si}/R} \right) \end{aligned} \right\} (7)$$

$$I_R = \int \frac{y^2}{1-y/R} dA + (n_s - 1) \left(\frac{A_{s1}' \cdot y_{s1}'^2}{1-y_{s1}'/R} + \frac{A_s \cdot y_{s1}^2}{1-y_{s1}/R} \right)$$

式(6)より、軸力Nと曲げモーメントMを受ける曲線部材のひずみと曲率は、式(8)となる。

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_o \\ (\omega + \epsilon_o)/R \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_o (A_i I_R - G G_R)} \begin{bmatrix} I_R & -G_R \\ -G & A_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} \quad \dots (8)$$

3. RC曲線部材の温度応力

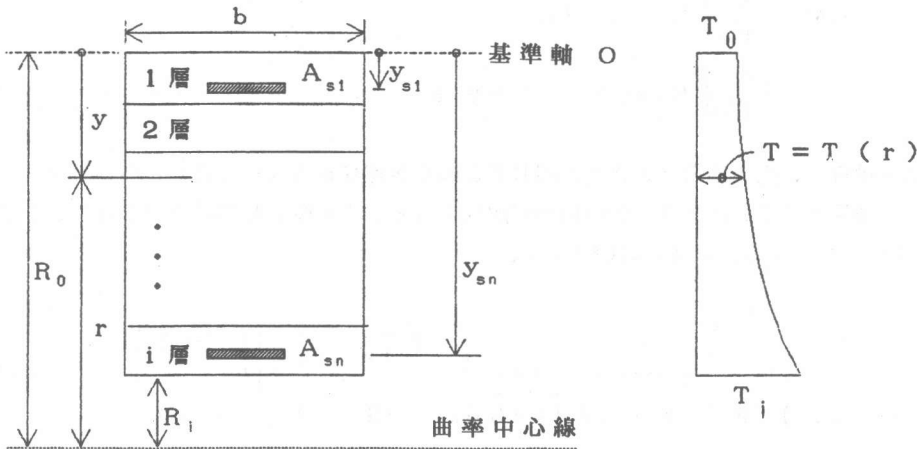


図-2 非線形の温度上昇を受ける多層曲線部材

図-2のようなi層からなる矩形断面を考える。温度上昇により自由に膨張が起こるとき任意部分におけるひずみ ϵ_f は以下ようになる。

$$\epsilon_f = \alpha_{ti} T \quad \dots (9)$$

ここで、 $T = T(r)$ であり、任意位置rでの温度上昇、 α_{ti} はi層目の熱膨張係数である。もしこのひずみを仮に拘束したとき、拘束された部分での応力は以下ようになる。ここで E_i はi層の弾性係数である。

$$\sigma_{restrained} = -E_i \epsilon_f \quad \dots (10)$$

この拘束応力は、基準軸Oに作用する軸力 ΔN と曲げモーメント ΔM によって表され、基準軸Oからの任意位置をyとすると、次式のように表わせる。

$$\Delta N = \int \sigma_{restrained} dA \quad \dots (11)$$

$$\Delta M = \int \sigma_{\text{restrained}} y \, dA \quad \dots \dots \dots (12)$$

式(10)を式(11), (12)の中に代入すると、軸力 ΔN と曲げモーメント ΔM は、次の式で表わせる。

$$\begin{aligned} \Delta N &= -\sum_{i=1}^m \int E_i \varepsilon_f \, dA \\ &= -\sum_{i=1}^m \int E_i \alpha_{ti} T(r) b \, dr \quad \dots \dots \dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta M &= -\sum_{i=1}^m \int E_i \varepsilon_f y \, dA \\ &= -\sum_{i=1}^m \int E_i \alpha_{ti} T(r) b y \, dr \quad \dots \dots \dots (14) \end{aligned}$$

いま、基準軸Oに、拘束応力と大きさが同じで、向きが逆な軸力 $(-\Delta N)$ と曲げモーメント $(-\Delta M)$ を適用することにより、先の拘束が解除される。その時、基準軸Oにおける、ひずみ $\Delta \varepsilon_0$ と曲率 $(\Delta \omega + \Delta \varepsilon_0)/R$ は、式(8)より、

$$\begin{Bmatrix} \Delta \varepsilon_0 \\ (\Delta \omega + \Delta \varepsilon_0)/R \end{Bmatrix} = \frac{1}{E_{\text{ref}} (\bar{A} \bar{I}_R - \bar{G} \bar{G}_R)} \begin{bmatrix} \bar{I}_R & -\bar{G}_R \\ -\bar{G} & \bar{A} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\Delta N \\ -\Delta M \end{Bmatrix} \quad \dots \dots (15)$$

ここで、 E_{ref} は基準とする層の弾性係数、また、 \bar{A} , \bar{G} , \bar{G}_R , \bar{I}_R は、基準となる弾性係数に対しての、換算断面積、換算断面1次モーメント及び2次モーメントで、添字Rは曲率を考慮したものである。

よって、基準軸Oからの任意位置yでのひずみ $\Delta \varepsilon$ は、

$$\Delta \varepsilon = \Delta \varepsilon_0 + \frac{(\Delta \omega + \Delta \varepsilon_0)}{R} \cdot \frac{y}{1 - y/R} \quad \dots \dots \dots (16)$$

となる。また、その時の応力 $\Delta \sigma$ は、式(17)にて表わせる。

$$\Delta \sigma = E_{\text{ref}} \cdot \Delta \varepsilon \quad \dots \dots \dots (17)$$

従って、温度上昇による実際の応力 σ は $\sigma_{\text{restrained}}$ と $\Delta \sigma$ を合計する事により得られ、任意位置yでの応力は、式(18)となる。

$$\sigma = E \left[-\varepsilon_f + \Delta \varepsilon_0 + \frac{(\Delta \omega + \Delta \varepsilon_0)}{R} \cdot \frac{y}{1 - y/R} \right] \quad \dots \dots \dots (18)$$

ここで、式(18)及び式(15)において、曲率半径Rを無限大にとると、直線理論式と一致する¹⁾。

4. 温度を受けるRC曲線部材の構造特性

以上2, 3の理論をもとに、熱を受けた時のRC曲線部材に関する数値解析を行い構造特性を明らかにする。

ここで、曲線部材断面内で、式(19)のような温度が、半径方向のみの関数である場合を考える²⁾。

$$T(r) = T_i - \frac{\ln \frac{r}{r_i}}{\ln \frac{r_o}{r_i}} (T_i - T_o) \quad (19)$$

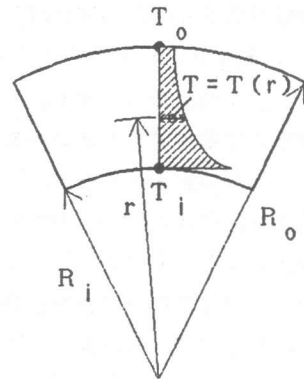


図-3 温度勾配を受ける曲線部材

構造特性を明らかにするRC曲線部材の断面を、図-4に示す。

ここで、 $b=100.0(\text{cm})$, $h=10.0(\text{cm})$, $a_s=0.2$, そして、コンクリートの熱膨張係数 $\alpha_t=1.0 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, 鉄筋の弾性係数 $E_s=2100000(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ 。温度勾配は、曲線部材の内側が加熱され、外側との温度差が 50°C である時を考える。また、温度応力は、引張を正とした。

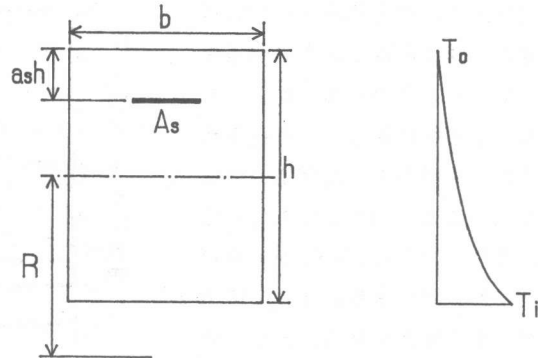


図-4 RC曲線部材断面と温度分布

図-5は、曲率と温度応力との関係を示す。無筋断面と単鉄筋断面(鉄筋比 $\rho_p=1.0(\%)$)の部材それぞれにおいて、曲率 h/R が変化した時、断面外側の応力 σ_{R0} と断面内側の応力 σ_{Ri} を見る。まず、無筋断面であるが、 $h/R=0$ 、すなわち直線部材では、温度が線形分布となるため、断面に温度応力は生じない。しかし、曲率を持つ事により応力は生じ、 h/R の増加に従って、 σ_{R0} , σ_{Ri} ともに増加する。また、単鉄筋断面における応力も、無筋断面と同様に、 h/R の増加にしたがい変化する。 $h/R=0$ においては、鉄筋とコンクリートの弾性係数が異なるので温度応力が生ずることになる。図-6に、鉄筋比と温度応力の関係を示す。

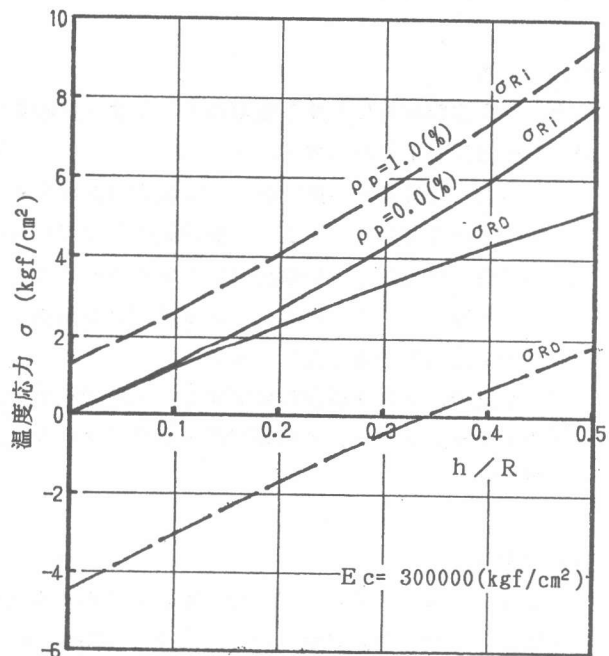


図-5 曲率と温度応力の関係

図-6において、コンクリートの弾性係数を $E_c=300000$ (kgf/cm^2) とし、鉄筋比と温度応力の関係を見ると、鉄筋比が増加するに従い、温度応力は増加する事がわかる。また、曲率の影響を見ると、 h/R が大きい部材ほど、 σ_{ri} の引張応力が大きくなっている。従って、このようなRC曲線部材を設計するにあたっては、直線部材と近似した場合の設計は、危険側の設計となる。

図-7は、鉄筋比が $\rho_p=1.0$ (%) の時の、弾性係数と応力の関係を示している。すなわち、前図より設計した部材に対して、弾性係数が変化した場合の、温度応力の変化を h/R ごとに表わしたものである。これを見ると、 h/R が大きい部材ほど、弾性係数に対して応力が変化する事がわかる。また、弾性係数が大きくなるにしたがい、 σ_{ri} の引張応力が漸増する。

5. まとめ

以上、RC曲線部材に対する温度応力に関する解析を行い、さらに構造特性について明かにしたが、その結果を下に要約する。

- (1) 著者らの提案する解析法は、断面内の温度分布から、あらゆる曲率 (h/R) を有するRC部材に対しても、また、熱膨張係数及び弾性係数などの物理的性質の、その値が異なる多層部材に対しても温度応力を得る事ができる。
- (2) 本理論における計算式は、曲率半径 R を無限大に取ることによって、直線部材における、応力算定式と一致を見ている。
- (3) 上記の、RC曲線部材に関する応力解析結果は、さらにPC曲線部材へ理論の拡張も可能であり、クリープ・乾燥収縮・レラクセーションなどの、2次応力をも解析することができる。

<参考文献>

- 1) 川上洵・徳田弘・加賀谷誠・矢作秀之：面内荷重を受けるPC曲線部材のひびわれ強度及び破壊強、構造工学論文集、Vol.38A、PP.1275~1286、1992.3
- 2) Welty, J.R: Engineering Heat Transfer, John Wiley & Sons, pp.72~74, 1974

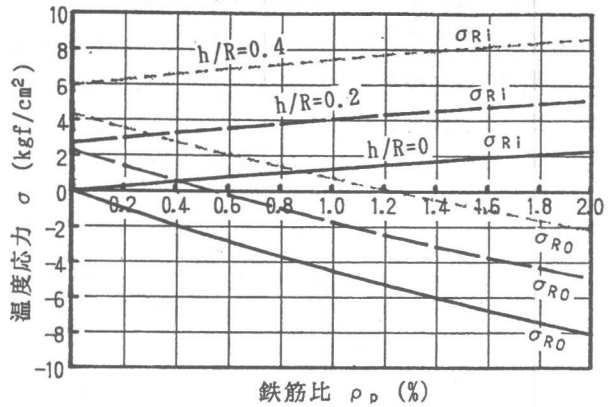


図-6 曲線部材の鉄筋比と温度応力の関係

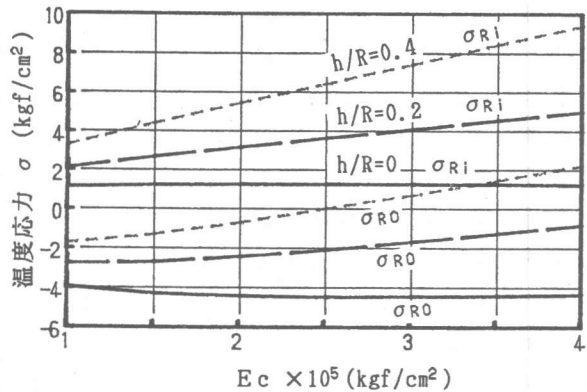


図-7 弾性係数と温度応力の関係