

論文

[2074] 信頼性理論による RC 梁の疲労寿命予測

大井 祥之^{*1}・吉川 弘道^{*2}

1. まえがき

鉄筋コンクリート構造物および構造部材が繰返し荷重を受けることによって疲労破壊することは、コンクリート構造物の耐久性を考える場合の重要な要素の一つである。このため鉄筋コンクリート構造物の疲労限界状態に対する照査に際しては、疲労強度(寿命)の算定が主要な検討項目となっている。しかし、使用材料の疲労強度が大きくなばらつきを有すること、特に鉄筋が複数本配置されると、逐次破断を呈する[2],[3],[4]ため、従来のような確定論では危険側をとることになる。

そこで、本研究は、RC梁を対象とし、材料の平均強度に対して従来からあるS-N線図を用い、累積損傷理論ならびに確率論により、RC梁の疲労破壊確率を定式化・提案するものである。加えて、モンテカルロシミュレーション[6]による数値計算を実施し、いくつかの考察を行った。特に、本報は、前回の報告[1]に新たな知見を加え報告するとともに、疲労破壊と降伏破壊の条件および曲げと軸力を受けるRC梁部材の疲労破壊について考察するものである。

2. 線形被害則に基づく疲労寿命の算定手法

RC梁中に配置してあるm本の鉄筋に線形被害則[7]を適用し、繰返し曲げ荷重によって最弱鉄筋から逐次破断させていき、梁全体が破壊するに至るまでの過程を考える。以下にそのモデル化と算定手順を示す。

- ①一定の最大、最小曲げモーメントMmax、MminがRC梁(図-1)にそれぞれ作用したとき、残存する鉄筋に均一の最大応力 σ_{max} 、最小応力 σ_{min} が発生する。すなわち引張応力は鉄筋が等分に分担する。
- ②i-1本の鉄筋が破断した状態をi段階(i=1,2,3,⋯,m)とし、このときの応力振幅 S_{ri} に対して、所定のS-N線図(松本ら[2],[3],[4]が行った異形鉄筋の空中疲労試験より導いた式 $\log N = 20.13 - 4.188 \log S_r$)より、鉄筋がm-i+1本ある時の平均疲労寿命 N_{fi} が求まる。
- ③残存するm-i+1本の鉄筋の疲労寿命 N_{fij} は、logスケール上にて、正規分布するものとし、与えた平均値 $m(\log N_{fij})$ 、変動係数 $V_r(\log N_{fij})$ に従うものとする。そして、最弱の疲労寿命のものから、 $j=i, i+1, \dots, m$ と順番づける(図-2)。
- ④i段階における繰返し回数を n_i 、j番目鉄筋の累積損傷量を M_{ij} 、損傷量の増分を ΔM_{ij} として次式のような線形被害則を適用する。

$$M_{ij} = \sum_{k=1}^i \Delta M_{kj} = \sum_{k=1}^i \left(\frac{n_k}{N_{fkj}} \right) \quad (1)$$

- ⑤i段階において最弱の疲労寿命をもつ鉄筋を、線形被害則に基づき、破壊させる。すなわち $M_{ij}=1$ が成立したとき、i段階は終了し、次のi+1段階に進む。

以上①～⑤がi段階における1つのループを示すもので各段階で鉄筋を1本ずつ破壊させて、m段

*1 武蔵工業大学大学院 工学研究科土木工学専攻(正会員)

*2 武蔵工業大学助教授 工学部土木工学科、工博(正会員)

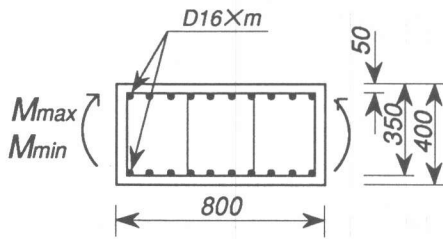


図-1 RC梁断面図

階まで繰返す。i=mが完了したとき、すなわち、全鉄筋が疲労破壊したときの繰返し回数の総和を、RC梁としての疲労寿命Nfbeamとする。そしてこのときm個の連立一次方程式が成り立ち、つぎのよ
うなマトリックスで表現される。

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{N_{f11}} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & \frac{1}{N_{f22}} & 0 & \cdots & 0 \\ N_{f12} & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ N_{f1m} & N_{f2m} & N_{f3m} & \cdots & N_{fmm} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

さらに、上式、左辺のマトリックスを[A]、ベクトルを{n}とすると、

$$[A]\{n\} = \{I\} \quad (3)$$

のように略記することができる。ただし、{I}は単位ベクトルである。また、疲労寿命Nfbeamは、

$$N_{fbeam} = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_m = [1, 1, \cdots, 1] \begin{Bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ \vdots \\ n_m \end{Bmatrix} = \{I\}^T \{n\} \quad (4)$$

となる。このことから、最終的に次式のように表示することができる。

$$N_{fbeam} = \{I\}^T [A]^{-1} \{I\} \quad (5)$$

3. シミュレーション結果および考察

モンテカルロ法[6]による数値シミュレーションについては、前報と同じ方法を用いることにする。したがって、i段階における平均値Nfiに対するj番目鉄筋の疲労寿命を、基本値(標準正規乱数)を変数変換することによって、次式で与える。

$$N_{fij} = N_{fi}^{V_r \cdot Y_j(RND)^{+1}} \quad \text{ただし、} \log N_{fij} : N(\log N_{fi}, V_r \cdot \log N_{fi}) \quad Y_j(RND) : N(0,1) \quad (6)$$

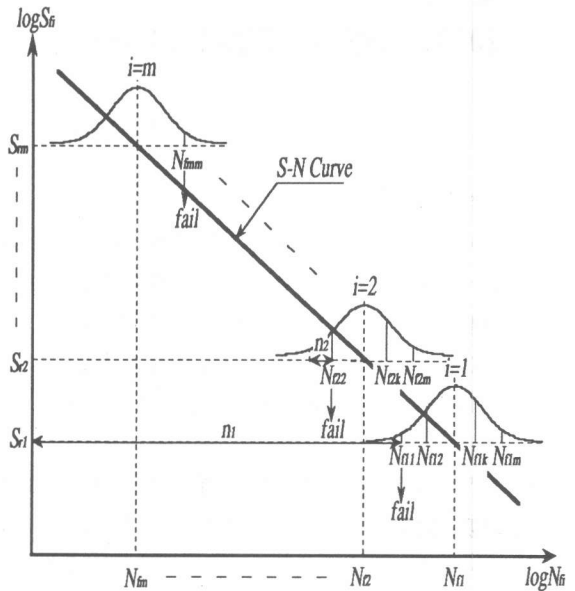


図-2 逐次破断モデルの概念図

以上のような設定で、 $Y_{j(RND)}$ を唯一の確率的な変動値とした数値シミュレーションを行う。ただし、試行回数は10000回である。

(1) RC梁の疲労寿命の分布

RC梁の疲労寿命の対数の分布が正規分布かどうかを検討してみた。図-3は変動係数6%、相関係数 $\rho=0$ および $\rho \doteq 1.0$ における、RC梁の疲労寿命 N_{fbeam} の度数分布である。この分布に対して正規分布に関する χ^2 検定を行うと有意水準5%で仮定は棄却されず、分布は正規分布とみなすことができる。このことは、各変動係数および相関特性を導入したときにも同様のことが認められた。

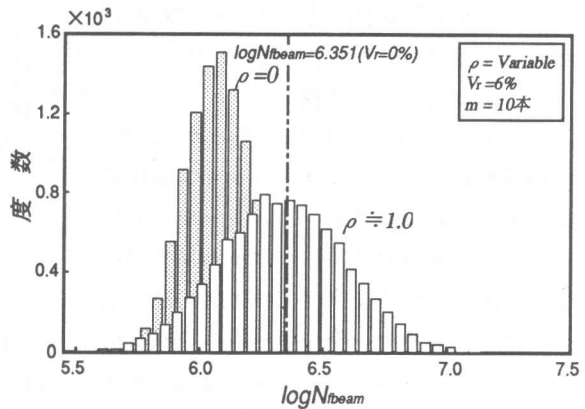


図-3 RC梁の疲労寿命と分布

(2) 相関係数がRC梁の疲労寿命に与える影響

m本の鉄筋は互いに相関性[6]を持つことが考えられる。これは実際の場合を考えたとき、m本の鉄筋が同一の会社(メーカー)の製品であったり、同じロットから切り出されたものであればそれらの鉄筋の性能(特性)は大小の違いはあれ、そこには相関性が存在するはずである。そこで、基本値に相関性を持たせたときの相関係数-変動係数-RC梁の疲労寿命の平均値の関係を図-4に示す。まず、すべての場合で、ばらつきを考えると、この図より、RC梁の疲労寿命の

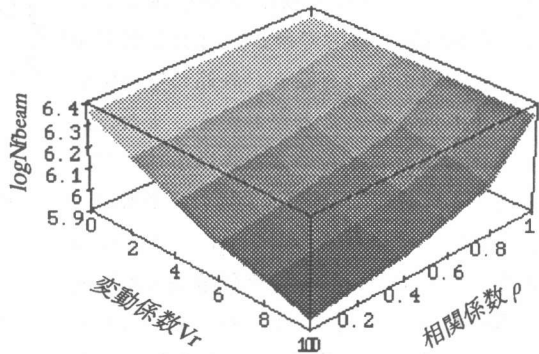


図-4 相関特性がRC梁の疲労寿命に与える影響

平均値は確定値(変動係数0%)を下回り、変動係数の増加に伴って低下するのがわかる。これは、ばらつきが大きいほど最弱鉄筋の疲労寿命が低下するため、RC梁部材としての疲労破壊が早くなることを示している。また、これとは逆に相関係数の増大に伴ってRC梁の疲労寿命が大きくなるのがわかる。鉄筋間の相関が強いということは、言うなれば鉄筋どうしの性質が似ているということを示しており、このことは変動係数が小さいということに類似して考えることができる。すなわち、相関が強いほど鉄筋どうしの疲労寿命は近いものとなり、同じ変動係数で相関がないものに比べ、最弱鉄筋の破断からRC梁の破壊まで早くなるものの、最弱鉄筋の疲労寿命自体は低下しない(最弱鉄筋の寿命がより確定値に近くなる)分だけRC梁の疲労寿命が大きくなると思われる。

(3) RC梁の疲労寿命に対する本数効果

梁中の鉄筋本数を変化させたときのRC梁の疲労寿命の平均値を図-5に示す。この図より、鉄筋の本数が1本するときRC梁の疲労寿命は一定値をとり、なおかつ確定値(変動係数0%)に合致し、変動係数および鉄筋本数の増大に伴いRC梁の疲労寿命の平均値は低下するのがわかる。図-6は、図-5のX-X断面を示している。この図より、各変動係数に対して鉄筋本数が4本以上においては、RC梁の疲労寿命にあまり差がないのがわかる。これは本数の増加によって、ばらつきが増加する

分、最弱鉄筋の疲労寿命が低下するものの、本数が多いほど、鉄筋応力の再分配が緩やかになり、最弱鉄筋の破壊がRC梁部材の破壊に結びつかないことを示している。

(4) 実験結果との比較

図-7は、松本ら[2],[3],[4]が行ったRC梁の疲労試験結果と本シミュレーション結果を比較したものである。シミュレーションに際しては、各載荷荷重における初期平均疲労寿命 N_{f1} に対して、松本らが鉄筋の空中疲労試験より求めた、空中疲労寿命の標準偏差0.105を与えた。そして、各初期応力振幅に対して、最弱鉄筋の疲労寿命、RC梁の疲労寿命をプロットし、それぞれの回帰式を求めた。これらの実験結果から判断すると、最弱鉄筋の疲労寿命とRC梁の疲労寿命は、長寿命のものを除き、鉄筋の空中疲労試験より低下することがわかる。また、鉄筋単体の寿命のばらつき自体は小さいが、最弱鉄筋が破断してからRC梁の疲労寿命に至るまでにはかなりの余命があることがわかる。そして、これらの実験結果と本手法を用いたシミュレーションから求められた回帰式を比較した場合、RC梁の疲労寿命は、ほぼ正確に近似できるものの、最弱鉄筋の疲労寿命は、その回帰式をかなり下回っているのがわかる。

4. 疲労破壊と降伏破壊の関係

本手法によるRC梁の疲労寿命算定においては、鉄筋の応力が降伏点を越えてもおお逐次破断をさせているが、降伏点を考慮するにあたって、疲労破壊と降伏破壊との関係を図-8に示す。縦軸にi段階、横軸は鉄筋

10本時の初期最大応力 σ_{max1} を降伏応力 f_y で除して無次元化したものである。降伏破壊、引張破壊を決めるにあたっては、鉄筋の最大応力が降伏点と引張強度を越えた時とした(図-9)。図-10は $\sigma_{max1}/f_y=0.53$, $\sigma_{max1}/f_y=0.75$ 、変動係数10%における、j番目鉄筋の疲労寿命の平均値の推移を示したものであり、点線は降伏強度および引張強度を設定したときの推移を示している。降伏点を設定していない場合のj番目鉄筋の疲労寿命は変動係数に対して、おおむね半数の鉄筋が破断するまで、変動係数の影響を受けてばらつくものの、それ以降においては、ほとんど余命が見られな

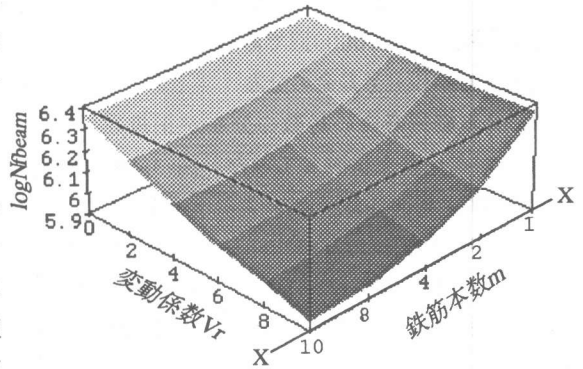


図-5 RC梁の疲労寿命に対する本数効果

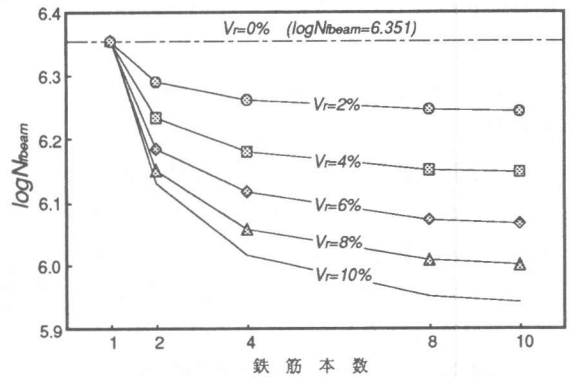


図-6 X-X断面

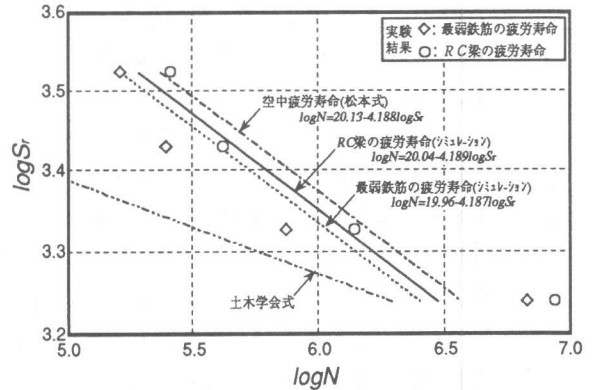


図-7 松本ら([2],[3],[4])実験結果との比較

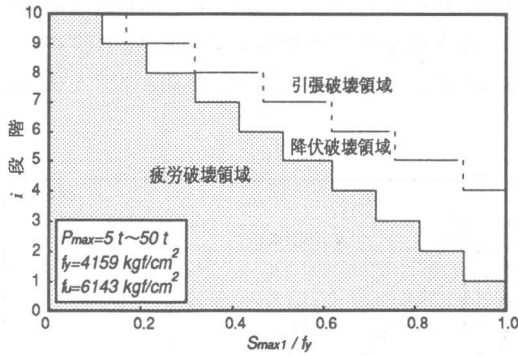


図-8 疲労破断と降伏破断の関係図

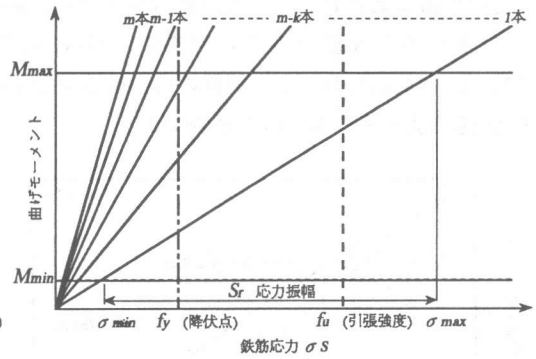


図-9 曲げモーメント～鉄筋応力図(概念図)

い傾向にあり、したがって半数の鉄筋が破断したときのRC梁の疲労寿命と考えることができる。しかし、 σ_{max1}/f_y の比と変動係数が大きくなるほど、降伏点を設定している場合としていない場合のRC梁の疲労寿命の差が大きく算出されることから、本手法においては、降伏点を設定して鉄筋の最大応力が降伏点を越えた時のj番目鉄筋の寿命をもってRC梁の疲労寿命と考えたほうが妥当であると思われる。

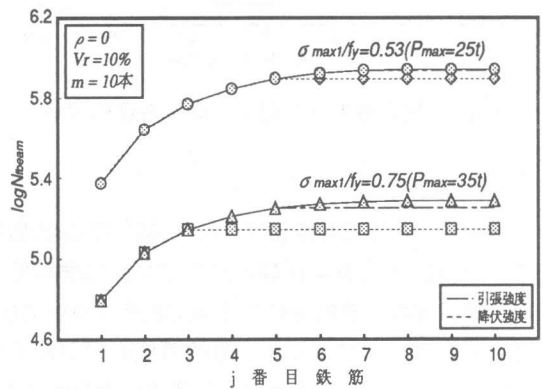


図-10 j番目鉄筋の疲労寿命

5. 曲げと軸力を受けるRC梁部材の疲労寿命

図-11に示すような断面を有する単鉄筋のコンクリート梁(弾性係数比15)を考える。この梁に偏心を持つ一定の最大、最小軸力をそれぞれ作用させ、曲げと軸力を発生させたときの破壊形態について考察する。問題の設定は以下の通りである。

- ①鉄筋には圧縮応力が生じないようにするため、軸力の作用位置を心外とする。
- ②最小軸力 $P_{min}=0t$ とし、従って、軸力の振幅 $P_r=P_{max}$ は完全片振りとする。
- ③鉄筋、コンクリートともに、S-N線図として土木学会示方書の疲労強度算定式を用いる。
- ④鉄筋、コンクリート、それぞれの疲労寿命は、ばらつかないものとし、確定値として扱う。
- ⑤鉄筋本数を10本とする。

以上の設定で、鉄筋、コンクリートの初期応力振幅に対して、それぞれ所定のS-N線図より、初期平均疲労寿命を求め、最大軸力 P_{max} と偏心量 e がRC梁部材の破壊形態に与える影響について考察する。

最大軸力から見た場合の初期平均疲労寿命の関係を図-12に示す。点線が鉄筋、実線がコンクリートのそれぞれ初期平均疲労寿命を示している。本手法によるRC梁部材の疲労寿命の算定結果より、鉄筋にばらつきを与えた場合、RC梁の疲労寿命は初期平均疲労寿命(確定値)を下回ることを考慮すると、偏心量

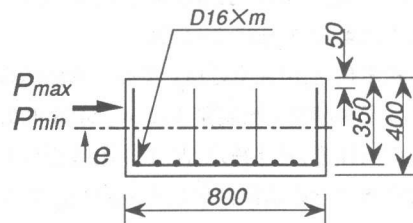


図-11 RC梁断面図

が $e=15\text{cm}$ 以上において、軸力がおおむね $P_{\text{max}}=140\text{t}$ 以上になるとコンクリートの圧縮疲労破壊が起こるものと推測できる。同様に、図-13より、偏心量から見た場合、 $P_{\text{max}}=100\text{t}$ のときは $15\text{cm} < e < 35\text{cm}$ において、鉄筋の疲労破壊が起こるものの、それ以外においてはコンクリートの圧縮疲労破壊が起こるものと推測できる。

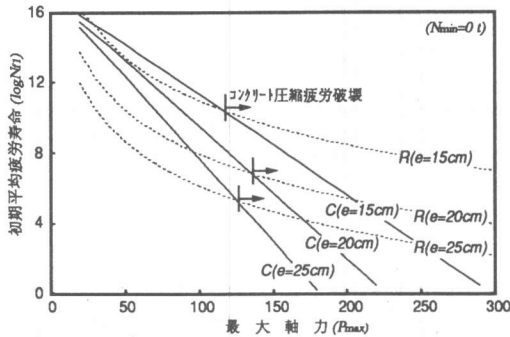


図-12 最大軸力と初期平均疲労寿命の関係

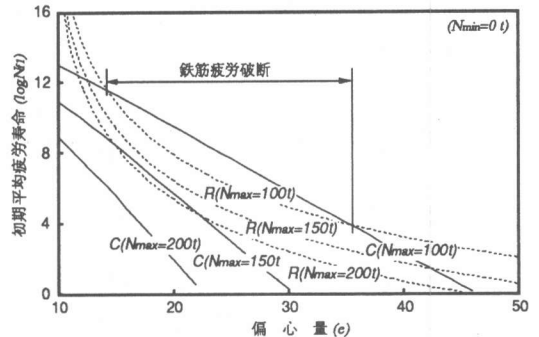


図-13 偏心量と初期平均疲労寿命の関係

6. あとがき

本論は、信頼性理論[6]ならびに累積損傷理論[7]の考え方を、RC梁の疲労強度に適用したもので、その定式化および数値計算結果、実験結果との比較をしたものである。また、後半に記した、疲労破壊と静的降伏破壊の関連性についてはいくつかの興味ある結果を得た。すなわち、繰返し回数が増大によって、静的降伏耐力が低下することが明かになり、両者が相互に相関するというのである。これは、従来の示方書のように両者が独立に評価し得ないことを示唆するものである。また、疲労を受ける部材の使用性も変化することが考えられ、疲労限界と使用限界の相関性についても検討する必要がある。さらに、軸力と曲げモーメントの比率により破壊モードが変化し、複雑なメカニズムとなる。また、本論については、載荷荷重を一定としているが、上記の諸点について考察するには、適当な荷重スペクトルとそのばらつき[5]を考慮する必要となろう。

[参考文献]

- 1) 吉川弘道,大井祥之:曲げを受ける鉄筋コンクリート梁の疲労寿命に関する信頼性解析,コンクリート工学年次論文報告集,Vol14,No2,pp285-290,1992
- 2) 松本信之,山住克巳,宮本征夫:多本数の引張鉄筋を配置したRC梁の疲労寿命,コンクリート工学年次論文報告集,13-2,pp321-326,1991
- 3) 松本信之,山住克巳,宮本征夫:多本数の引張鉄筋を有するコンクリート梁の疲労寿命,鉄道総研報告,Vol.4.No.7,pp22-29,1990
- 4) 松本信之,山住克巳:RC梁の逐次疲労破断過程における曲げ挙動に関する一考察,土木学会第47回年次学術講演会概要集,V-214,pp458-459,1992
- 5) 山内洋志,大井祥之,吉川弘道:疲労荷重による累積損傷を受ける構造体の信頼性理論,土木学会第47回年次学術講演会概要集,I-523,pp1220-1221,1992
- 6) 星谷 勝,石井 清:構造物の信頼性設計法,鹿島出版会,1986
- 7) K.Sobczyk,B.F.Spencer,Jr:RANDOM FATIGUE,Academic Press,pp9-19,1992