

論文

[2076] 立体破壊面を考慮した RC 梁のせん断強度

半谷公司\*1・市之瀬敏勝\*2・荒川 宏\*3

1. 序論

通常、塑性解析の上界定理を用いてせん断強度を解析する場合に、部材の破壊面は単純な一枚の平面になると仮定して考えられてきた [1]。しかし上界定理の性質を考えた場合に、コンクリートの内部仕事をより小さくすることのできるような破壊面を仮定することができるのであれば、その破壊面を考慮してせん断強度を解析した方が、より正解に近い解を得ることができるはずである。本論文では文献 [2] で提案した破壊面を再検討して、一枚の平面からなる破壊面以外に、いくつかの平面から構成される立体的な破壊面を種々提案し比較検討する。

2. 材料、部材に関する仮定

本研究では、閉鎖型のせん断補強筋を用いた部材を解析の対象とする。

上界定理によるせん断強度算定にあたり次のことを仮定する。

- (1) 主筋は十分に強く、部材は曲げ降伏しない。
- (2) 主筋のだけは作用は無視する。
- (3) せん断補強筋とコンクリートは剛塑性の応力-ひずみ関係をもつ。
- (4) コンクリートの引張強度は無視する。また、コンクリートは圧縮主歪の方向に有効強度  $\sigma_e$  の応力を負担する。
- (5) 文献 [3] と同じく、部材のコンクリートは、図 1 に定義する有効幅  $b_e$  ( $= b_t + d_b$ ,  $b_t$ : 部材方向の最外縁主筋間距離,  $d_b$ : 主筋径) と有効せい  $j_e$  ( $= j_t + d_b$ ,  $j_t$ : 部材せい方向の最外縁主筋間距離) で囲まれる範囲で有効であるとする。

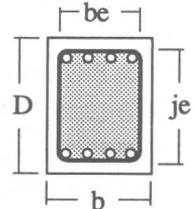


図 1 コンクリートの有効範囲

3. 破壊面に関する仮定

図 2 に示すように、破壊面が横切るせん断補強筋の組数を基準にして破壊次数を  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  と定める。つまり図 3 (a) のように破壊面が発生した場合には、破壊次数  $n = 1$  の破壊になる。また上界定理の解はせん断力による外部仕事  $W$  が最小となるときであるので、せん断補強筋による内部仕事  $W_s$  が同じであれば、破壊面はコンクリートの内部仕事  $W_c$  が小さくなるように

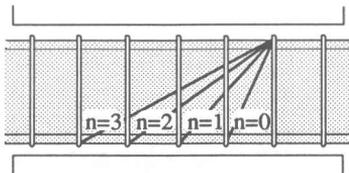
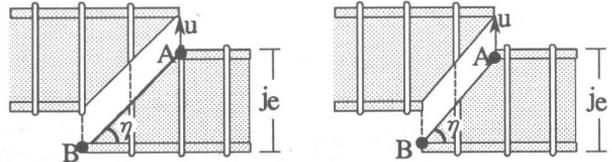


図 2 破壊次数



(a) 対角線状の破壊 (b) 非対角線状の破壊

図 3  $n=1$  の場合の破壊例

\* 1 名古屋工業大学大学院 工学部社会開発工学科 (正会員)  
 \* 2 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科 (正会員)  
 3 名古屋市役所

( $\eta$ を出来るだけ小さくするように) 生じることになる。よって破壊面は図3(b)のように生じることなく、図3(a)のようにせん断補強筋を対角線で結ぶように生じることになる。

破壊面のモデルとして図4に示す3種を仮定する。

単一平面型モデル (図4(a)参照)

1つの平面からなる破壊面を持つモデルで、最も単純な破壊モデルとなる。

三角形型モデル (図4(b)参照)

6つの三角形平面(①~⑥)から構成される破壊面を持つモデルを三角形型モデルと呼ぶ。前出の単一平面型モデルをもとに、破壊面ABCDの辺AB, CDの中点E, Fをそれぞれgだけ部材外側方向へ移動させたモデルである。

回転分離型モデル (図4(c)参照)

6つの三角形平面(①~⑥)と回転分離する2つの三角錐( $\triangle ABG$ を底面とし、点Iを頂点とする⑦,  $\triangle CHD$ を底面とし、点Jを頂点とする⑧)からなる破壊モデルを回転分離型モデルと呼ぶ。部材の中央断面は図5(a)に示すような仕組みでせん断破壊する。また、⑦⑧の2つの三角錐部分は、図5(b)のように破壊する。すなわち、三角錐I-AGBは点Gから点Iの方向にずれながら点Iを中心として回転分離する。三角錐I-AGBの中央断面の $\triangle GEI$ は最終的には $G \rightarrow G'$ ,  $E \rightarrow E'$ ,  $I \rightarrow I'$ と変位する。解析段階では点①は点Iを中心として $\theta$ だけ回転移動して点②に移り、② $\rightarrow$ ③へ平行移動して最終変位点③に移ると考える。

ここで、図4(a)(b)(c)のAB, CDの位置のせん断補強筋は塑性仕事をしない。特に、(b)(c)の場合でもせん断補強筋ABを含む断面は図6のようになり、ここでも補強筋は外側に曲がるだけで仕事をしないことがわかる。

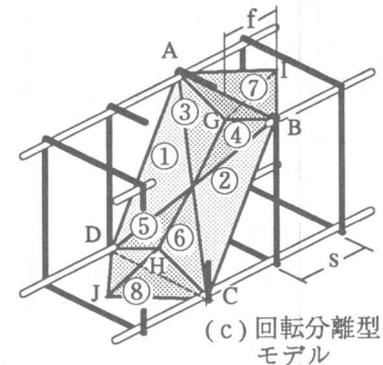
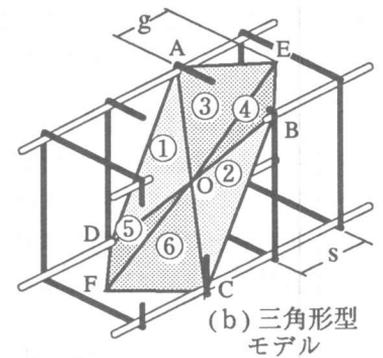
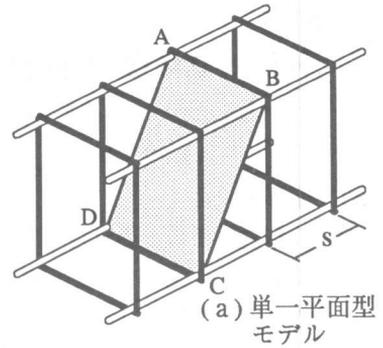
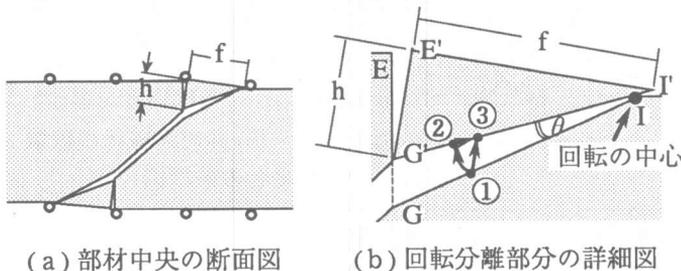


図4 破壊面のモデル



(a) 部材中央の断面図

(b) 回転分離部分の詳細図

図5 回転分離型の破壊メカニズム

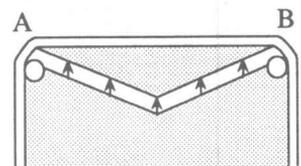


図6 せん断補強筋ABを含む断面

#### 4. 解析モデルの内部仕事

前節で示した3種の破壊モデルに塑性理論を適用してそれぞれのせん断強度を計算する。計算方法を以下に示す。

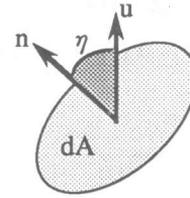


図7 破壊面dAの法線ベクトルnと変形ベクトルuのなす角

部材の変形は図4に示す破壊面でのみ生じ、破壊面以外ではコンクリートは変形しないものとする。この結果、図7のように微小破壊面dAの法線ベクトルnと変形ベクトルuのなす角を $\eta$ とすると、破壊面dAがなす内部仕事dWcは次式で与えられる。(下欄の注1参照)

$$dWc = \frac{(1 - \cos \eta) \cdot \sigma_e \cdot dA}{2} \cdot u \quad \dots \dots \dots (1)$$

- $\eta$  : 破壊面の法線ベクトルと変位方向のなす角
- dA : 破壊面の面積
- $\sigma_e$  : コンクリートの有効圧縮強度
- u : 破壊面の変位の絶対値

単一平面型モデルと三角形型モデルでは、破壊面が平行に開くだけなので、uは一様である。回転分離型モデルの三角錘部分では、場所によりuと $\eta$ が連続的に変化する。部材全体でのコンクリート内部仕事は式のdWcを全破壊面に関して積分して、

$$Wc = \int dWc \quad \dots \dots \dots (2)$$

で与えられる。

また、せん断補強筋の内部仕事Wsは式で与えられる。

$$Ws = n \cdot Av \cdot \sigma_{wy} \cdot u_o \quad \dots \dots \dots (3)$$

- n : 破壊面を横断するせん断補強筋の本数 (破壊次数と等しい)
- Av : 1組のせん断補強筋断面積
- $\sigma_{wy}$  : せん断補強筋の降伏強度
- uo : 部材の変形 (単一平面型モデルと三角形型モデルではuo = uとなる。)

主筋が十分強いと仮定している部材の仕事Wは次式で表される。

注1 : 「破壊面以外ではコンクリートは変形しない」という仮定により、破壊面における歪は図4におけるnとuが形成する平面内でのみ生じ、 $n \times u$ の方向には歪が生じないことになる。つまり、平面歪状態を仮定したことになる。コンクリートが内部摩擦角 $37^\circ$ のMohr-Coulombの条件で降伏するとすれば、平面歪状態では $0 \leq \eta \leq 53^\circ$ という範囲内でしか変形は生じえない。 $\eta > 53^\circ$ という変形を考えるためには、平面歪仮定を破棄し、部材断面幅の方向への歪も考慮する必要が出てくる。しかしこれを考慮すると式展開があまりにも複雑になるので、ここでは無視することにした。

$$W = W_c + W_s \quad \dots \dots \dots (4)$$

せん断強度  $V$  は部材の仕事  $W$  をその変位の絶対値で割ったものであるから、次式で得られる。

$$V = \frac{W_c + W_s}{u_0} \quad \dots \dots \dots (5)$$

### 5. 各破壊モデルのせん断強度の比較

(正方形断面で破壊次数  $n = 0$  の場合)

本節では、正方形断面で中子筋のない場合についての解析結果を示す。図8は破壊次数  $n = 0$  での三角形型モデルのE点(F点)の移動量とせん断強度の推移を表したものである。下層部が図4(b)の面①②のせん断強度への寄与分を表し、上層部が面③④⑤⑥の寄与分を表す。その合計が部材としてのせん断強度となる。ただし縦軸は三角形型モデルのせん断強度を単一平面型モデルの強度で基準化している。移動量  $g = 0$  での値は当然ながら単一平面型モデルでのせん断強度に一致することになる。図より  $g \doteq 0.5s$  のときにせん断強度が最小になる。また破壊次数が上がるとせん断強度を最小とするEの値は小さくなり、より平面に近い破壊面となる。

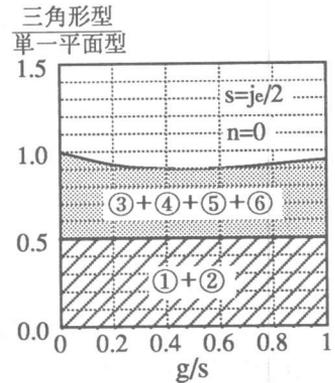


図8 三角形型モデルのE点(F点)の移動量  $g$  とせん断強度の関係

図9は破壊次数  $n = 0$  での回転分離型モデルの割れ込み深さ  $h$  とせん断強度の推移を示したものである。回転分離長さ  $f$  の値として、あばら筋間隔  $s$  の0.5, 0.75, 1倍の3通りを仮定した。図8と同様に図の下層部と中層部が図4(c)の面①②と③④⑤⑥のせん断強度への寄与分を表し、上層部が回転分離部分⑦⑧の寄与分を表し、その合計が部材としてのせん断強度を表している。縦軸は図8と同様に単一平面型モデルの強度で基準化している。ここでも  $h = 0$  での値は単一平面型のせん断強度に一致する。回転分離長さ  $f = 0.75s$ ,  $h = 0.25j_e$  でせん断強度が最小になる。

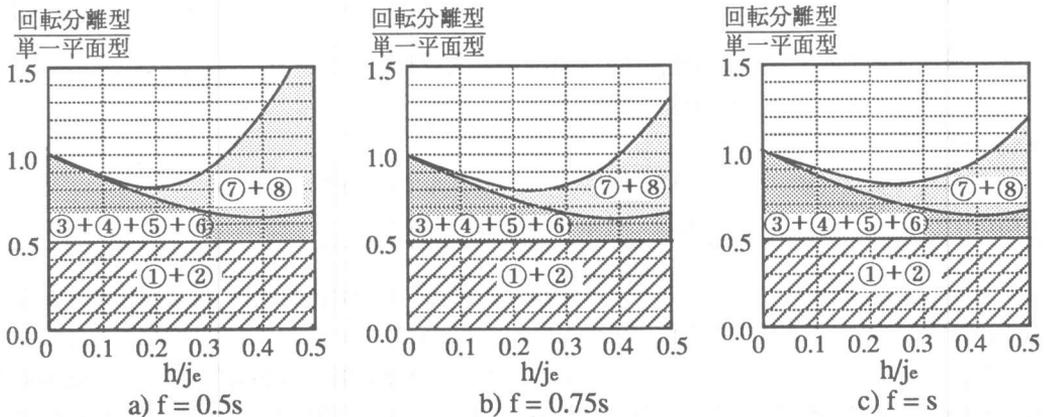


図9 回転分離型モデルの割れ込深さ  $h$  とせん断強度の関係

### 6. 各破壊次数でのせん断強度

図10は各解析モデルのせん断強度と補強筋量の関係を各破壊次数  $n$  別に直線で示したものである。部材のせん断強度は各破壊次数  $n$  のせん断強度の最小値をとるので、部材としてのせん断強度と補強筋量の関係はそれぞれ点A-B-C-D-Eを通る折れ線となる。

図11は三角形型モデルと回転分離型モデルのせん断強度とせん断補強筋量の関係を単純破壊モデルで基準化したものである。すべての破壊次数において単一平面型よりは三角形型、また三角形型よりは回転分離型の方のせん断強度がより小さな値を示しており、特に破壊次数  $n=0$  の場合には、その比は  $1:0.9:0.8$  となり格差は最大となる。また  $n$  が大きくなると、3者の相違は小さくなり、単一平面型の解に近づく。

中子筋がある場合、三角形型モデルの破壊面は図12のようにになる。中子筋のある位置では三角形の切れ込みが不可能となるからである。回転分離型モデルでも同様の制約を受ける。従って、中子筋がある場合も3者の相違は小さくなり、単一平面型の解に近づく。中子筋によるせん断強度の上昇は、このような立体破壊面を考慮することによって理解できる。なお、断面形状が細高い場合 ( $j_e > b_e$ ) も三角形の切れ込みが小さくなり、3者の相違が小さくなる。

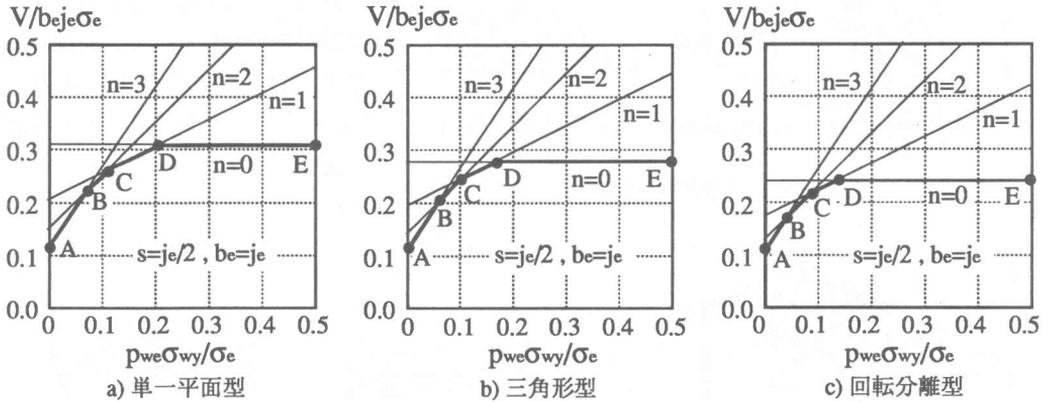


図10 各破壊次数での補強筋量とせん断強度の関係

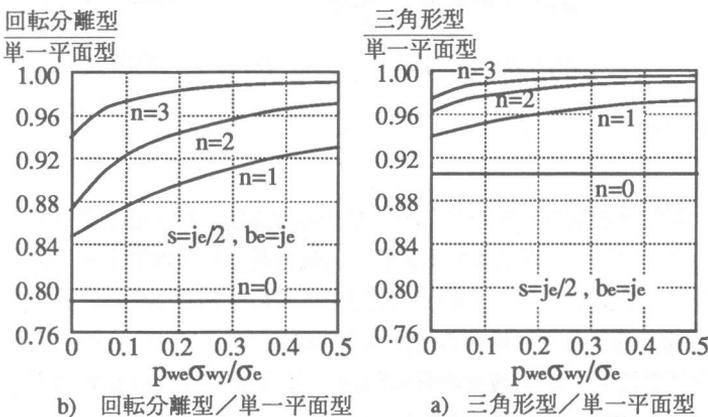


図11 各モデルの補強筋量とせん断強度の関係

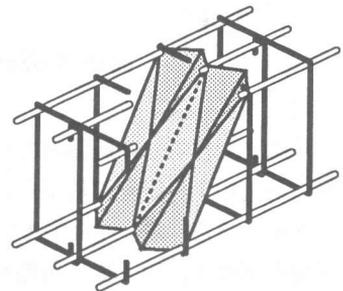


図12 中子筋がある場合の三角形モデルの破壊面

## 7. その他の破壊面について

文献 [2] で考察したその他の破壊面に関して、その概要を簡単に示す。

多角形型モデル (図13参照) 三角形型モデルの辺AE, 辺BE, 辺CF, 辺DFのそれぞれの

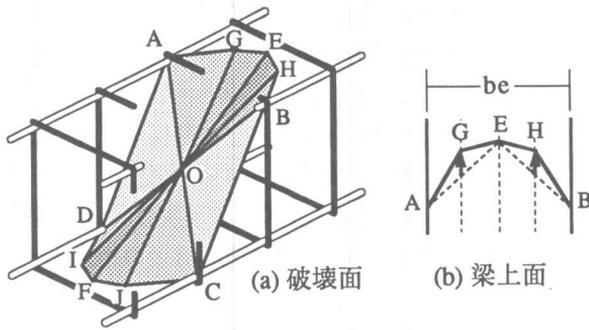


図13 多角形モデル

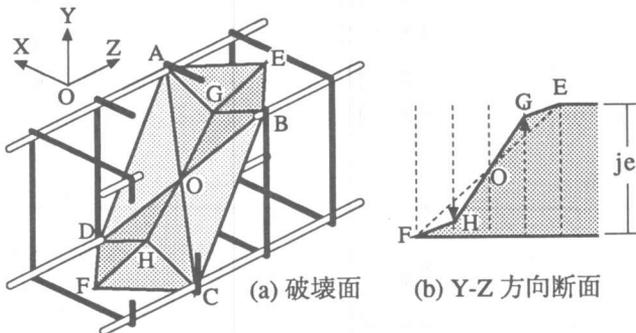


図14 くさび型モデル

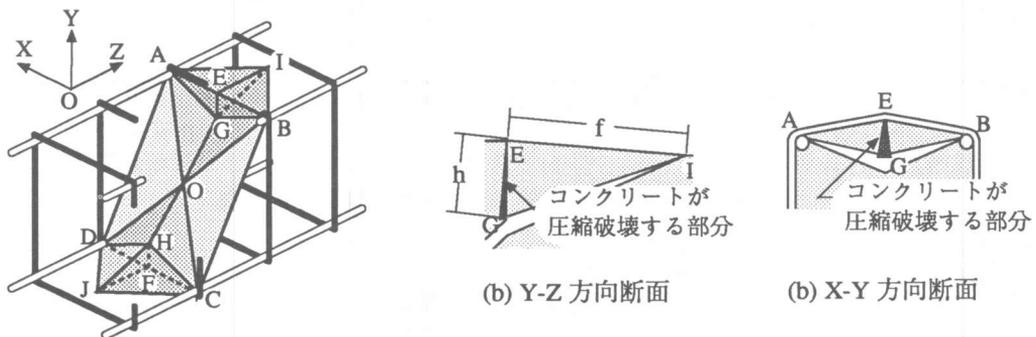


図15 炸裂型モデル

## 8. 結論

本論文で検討した範囲内では、回転分離型モデルが最も小さなせん断強度を与える。従って、塑性理論の上限定理に基づくと、RC梁はせん断破壊する場合に回転分離型の破壊をすると考えられる。また、単一平面型モデル、三角形型モデル、回転分離型モデルのせん断強度は、正方形断面の部材で、せん断補強筋が1組も降伏しない場合の強度の比率は1:0.9:0.8となる。ただし、降伏するせん断補強筋の組数が増加する場合(破壊次数 $n$ が大きくなる場合)や中子筋が存在する場合には、破壊モデル間でのせん断強度の格差は減少していく。

参考文献 [1] Nielsen, M.P.: Limit Analysis and Concrete Plasticity, Prentice Hall, 420pp., 1984

[2] 市之瀬敏勝, 半谷公司, 荒川宏: 立体破壊面を考慮したRC梁のせん断強度, 日本建築学会東海支部研究報告集, No.30, 1993, 2

[3] 市之瀬敏勝, 横尾慎一: せん断補強筋間隔がRC梁のせん断強度に及ぼす影響, 日本建築学会論文報告集, No.437, pp.97-103, 1992, 7

中点をさらに部材外方向に移動させたモデル。

くさび型モデル (図14参照) 三角形型モデルの辺OE, 辺OFの中点を変位の方向に移動したモデル。

炸裂型モデル (図15参照) 三角錐I-AGE, I-BGEが点Iを中心として回転し, 図中の濃くハッチングした部分のコンクリートが圧縮破壊すると仮定したモデル。

詳細は文献 [2] にゆずるが, いずれのモデルでも, せん断強度は三角形型モデルに比べて2%ほど低下するだけで大幅な低下は見られない。従ってこれらのモデルを考慮する必要はない。