

論文

[2004] コンクリート曲げ強度の寸法効果に対する各種要因の影響

日高重徳*1・二羽淳一郎*2

1. はじめに

コンクリートの曲げ強度は、ひびわれの進展に支配されるものであって、その値には寸法効果が存在することが知られている。これを解析的に評価していくためには、破壊力学を用いるのが有効である。

コンクリートの曲げ強度には、様々な要因が影響を及ぼすと考えられる。そこで本研究においては、仮想ひびわれモデルと非線形ロッド要素 [1] を用いて、種々の要因についてパラメトリックスタディーを行うことにより、曲げ強度の寸法依存性を解析的に評価し、これに影響するパラメータとその効果について検討した。さらにコンクリートはりの曲げ強度の寸法効果式の提案を試みた。

コンクリートが乾燥により収縮すると、表面付近には引張応力が生じ、内部には圧縮応力が発生する。この乾燥収縮により発生する初期応力は、コンクリートの曲げ強度に大きな影響を与えることが明らかであるので、このような初期応力がコンクリートの曲げ強度に与える影響についても解析的に検討した。

2. 寸法効果解析

2.1 解析方法の概要

コンクリートはりとは2次元平面応力状態と仮定し、図-1に示すような要素分割により有限要素解析を行った。荷重方法は3等分点荷重とし、はりの厚さは1 cmとした。はりのスパン中央に仮想ひびわれを設定し、そこに33本のロッド要素をひびわれの向きに垂直に配置した。

ロッド要素は単位長さ ($L = 1\text{cm}$) とし、引張軟化曲線には1/4モデルを用いている。コンクリートは弾性体で4節点アイソパラメトリック要素を用い、コンクリートの自重は考慮していない。

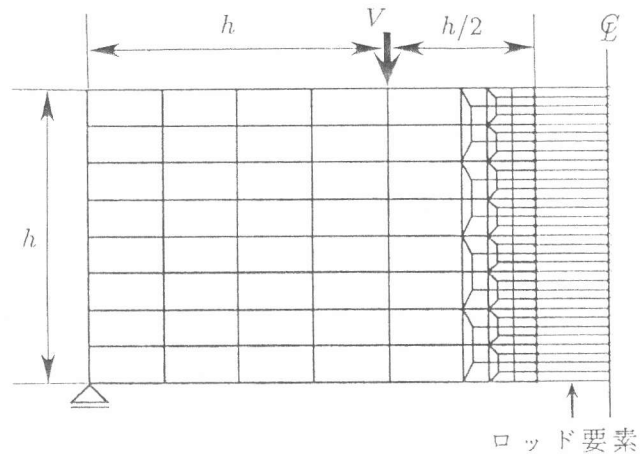


図-1 解析に用いた要素分割

表-1 パラメーターの数値

はりの高さ	$h(\text{cm})$	1, 5, 10, 30, 50, 100, 300, 500	(8種類)
弾性係数	$E_c(\text{kgf/cm}^2)$	$2.0 \times 10^5, 3.0 \times 10^5, 4.0 \times 10^5$	(3種類)
引張強度	$f_t(\text{kgf/cm}^2)$	10, 30, 50	(3種類)
破壊エネルギー	$G_F(\text{kgf/cm})$	0.05, 0.1, 0.3	(3種類)

*1 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻 (正会員)

*2 名古屋大学助教授 工学部土木工学科、工博 (正会員)

曲げ強度に影響を与えるパラメーターとして、コンクリートの弾性係数 E_c 、引張強度 f_t 、破壊エネルギー G_F をとりあげ、はりの高さ h を変えて解析を行った。各パラメーターに用いた数値を表-1に示す。解析の組み合わせは $8 \times 3 \times 3 \times 3$ で計 216 通りである。

2.2 解析結果

上記の解析により得られたコンクリートはりの曲げ強度 f_b と引張強度 f_t の比を、はりの高さ h とコンクリートの特性長さ ℓ_{ch} の比に対比してプロットした (図-2)。

解析結果に対する近似解として式 (1) を得た。これは図-2 中に、実線で示したものであり、図-2 中には内田らの算定式 [3] も示している。

$$\frac{f_b}{f_t} = 1 + 1.75 \exp \left(- \left(\frac{\log(h/\ell_{ch}) + 3}{2} \right)^2 \right) ; h/\ell_{ch} \geq 0.001 \quad (1)$$

ただし ℓ_{ch} はコンクリートの特性長さで、 $\ell_{ch} = E_c G_F / f_t^2$ である。

図-2 から判断できるように、式 (1) は解析結果に対する近似式として十分なものであるとみなすことができる。しかしながら、式の形が複雑すぎるきらいがある。そこで、これをより単純な式で表すために、図-3 のように解析結果を両対数にとり、直線回帰してみた。これにより式 (2) を得た。

$$\frac{f_b}{f_t} = 1.16 \left(\frac{h}{\ell_{ch}} \right)^{-\frac{1}{6}} \quad (2)$$

なお、寸法効果を考慮すべき範囲として、ここで対象としている 2 点荷はり引張縁での応力が引張強度に達した際に、はりに蓄えられるひずみエネルギー U が破壊に要するエネルギー $G_F b h$ より小さくなる範囲、つまり $h/\ell_{ch} \leq 3.6$ が 1 つの目安になると考え、これを対象として回帰式を求めた [1]。はりに蓄えられたエネルギーが破壊に要するエネルギーよりも大きいときには、破壊が急激に起こり、寸法効果は存在しない。逆に $G_F b h$ の方が大きいときには引張側コンクリートが塑性化し、さらに変形が進んだ後、破壊に至るため寸法効果が現れると考えた。ただしこのとき、せん断応力による影響は非常に小さいため、曲げ応力のみを考慮した。

これを式で表すと、 $\sigma = My/I$ 、 $\nu = 0.2$ として、ひずみエネルギー U は、

$$\begin{aligned} U &= \int_V \left(\frac{1}{2} \sigma \varepsilon + \frac{1}{2} \tau \gamma \right) dV \\ &= \left(\frac{5}{6} + \frac{3}{200} \right) \frac{V^2 h^3}{EI} \\ &\approx \frac{5}{6} \frac{V^2 h^3}{EI} \end{aligned} \quad (3)$$

で与えられる。したがって、

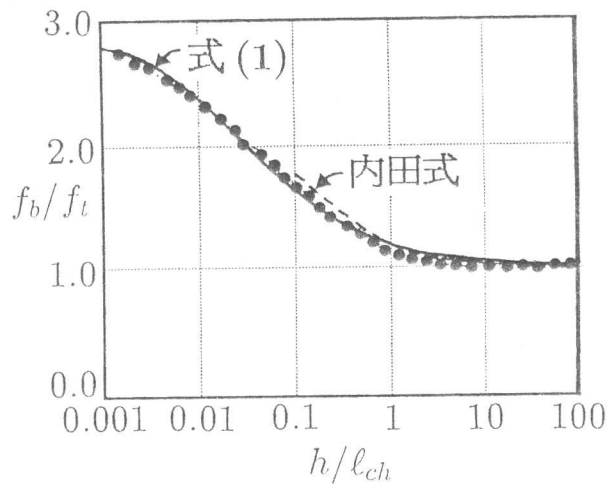


図-2 解析結果

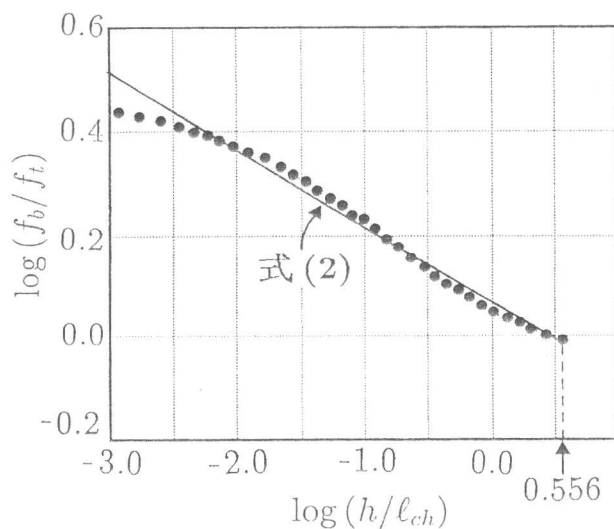


図-3 解析結果の直線回帰図

$$\frac{U}{G_F b h} = \frac{h}{3.6 \ell_{ch}} \leq 1 \quad (4)$$

から、 $h/\ell_{ch} \leq 3.6$ が得られ、図-3 においては、 $\log(h/\ell_{ch}) \leq 0.556$ を適用範囲とした。

3. 寸法効果式について

コンクリートはりの曲げ強度の寸法効果式で一般によく知られているものに、CEB-FIP MC90[2]の式、内田らの式[3]がある。

CEB 式：

$$\frac{f_b}{f_t} = \frac{1 + 1.5 \left(\frac{h}{h_0}\right)^{0.7}}{1.5 \left(\frac{h}{h_0}\right)^{0.7}} \quad ; \quad h_0 = 10 \text{ (cm)} \quad (5)$$

内田式：

$$\frac{f_b}{f_t} = 1 + \frac{1}{0.85 + 4.5 \left(\frac{h}{\ell_{ch}}\right)} \quad ; \quad \left(\frac{h}{\ell_{ch}}\right) \geq 0.1 \quad (6)$$

式(5)は、はりの高さのみを考慮した非常に簡単な式である。一方、式(6)は、コンクリートの特性長さ ℓ_{ch} を用いて寸法効果をかなり精度よく表したものである。

曲げ強度を評価するのに、はりの高さだけでは不十分であることは明らかである[1]。しかしながらコンクリートの特性長さ ℓ_{ch} は、想定された仮想の長さであって、物理的な意味を持たない。また、指標として広く普及したものでもない。したがってここでは、特性長さの代わりに実用的で簡便な指標としてコンクリートの圧縮強度を用いることにより、 f_b/f_t を評価することを試みた。

特性長さの算定に用いられるコンクリートの弾性係数 E_c 、引張強度 f_t 、破壊エネルギー G_F を以下のようにコンクリートの圧縮強度 f'_c で表すこととした[4][2]。

$$f_t = 0.58 f'_c{}^{2/3} \text{ (kgf/cm}^2\text{)} \quad (7)$$

$$E_c = 40000 f'_c{}^{1/3} \text{ (kgf/cm}^2\text{)} \quad (8)$$

$$G_F = 0.0012 f'_c{}^{0.7} \text{ (kgf/cm)} \quad (9)$$

ただし式(9)はCEB-FIP MC90に基づき、 $G_F = \alpha (f'_c/10 \text{ MPa})^{0.7} \text{ (N/mm)}$; f'_c : MPa から、粗骨材最大寸法を $d_{max} = 16 \text{ (mm)}$ として、 $\alpha = 0.03 \text{ (N/mm)}$ とすることにより定めたものである。

以上から、

$$\ell_{ch} = 143 f'_c{}^{-0.3} \text{ (cm)} \quad ; \quad f'_c : \text{kgf/cm}^2 \quad (10)$$

となる。これを式(2)に代入することにより、

$$\frac{f_b}{f_t} = 1.36 \left(\frac{h}{h_0}\right)^{-1/6} \left(\frac{f'_c}{f'_{c0}}\right)^{-1/20} \quad ; \quad \frac{f_b}{f_t} \geq 1.0 \quad , \quad h : \text{cm} \quad , \quad f'_c : \text{kgf/cm}^2 \quad (11)$$

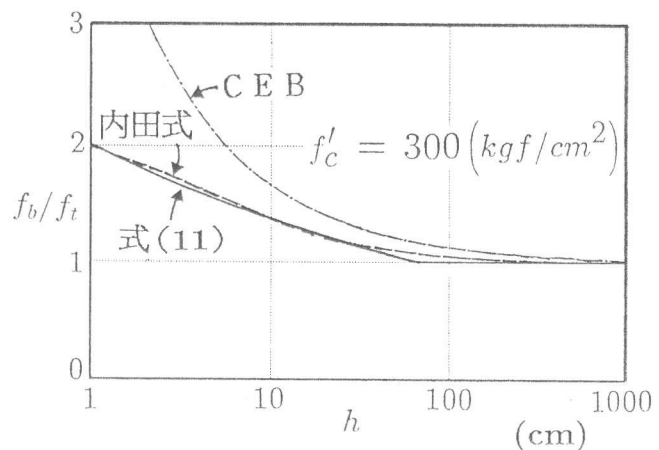


図-4 寸法効果式の比較

が得られる。ただし、 $h_0 = 10(\text{cm})$ 、 $f'_{c0} = 300(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ である。

式(11)を用いれば、コンクリートの圧縮強度 $f'_c(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ と、はりの高さ $h(\text{cm})$ により、コンクリートはりの曲げ強度 f_b と引張強度 f_t の比を予測することができる。

式(11)を式(5)および式(6)と比較するため、代表的な値として圧縮強度を $f'_c = 300(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ を用い、はりの高さ h に対する f_b/f_t の変化を図-4に示した。図-4によれば、コンクリートの特性長さの代わりに圧縮強度を用いた式(11)は、算定式中に特性長さを含む内田式と同様の寸法効果を想定していることが確認される。圧縮強度が $200 \sim 500(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ 程度の場合にも、式(11)は内田式とほぼ一致することが確認できた。

4. 乾燥収縮の影響について

4.1 解析の概要

図-1に示すものと同じ3等分点荷重を受けるコンクリートはりを解析対象とし、乾燥収縮による初期応力がはりの曲げ強度にどの程度の影響を与えるかについて解析的に検討した。

コンクリートはりは上下面のみ乾燥し、側面からの影響は受けないものとした。はりスパン中央断面の乾燥収縮による初期応力の分布は図-5と式(12)に示すような2次曲線分布とし、断面中央での圧縮応力が、乾燥を受ける表面の引張応力 σ_{max} の $1/2$ になるような初期応力分布を仮定した [5]。この状態で、モーメントは釣りあっている。表面の引張応力 σ_{max} は乾燥期間や配合により異なる。ここでは引張強度 $f_t = 30\text{kgf}/\text{cm}^2$ と比較するため、 $\sigma_{max} = 0, 10, 20, 30(\text{kgf}/\text{cm}^2)$ について解析を行った。なお、解析対象とした供試体の諸元は、表-2に示す通りである。ここでも自重の影響は考慮していない。

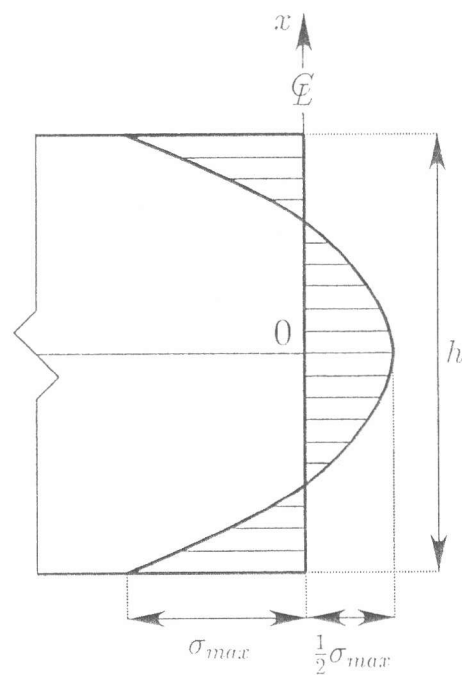


図-5 断面の初期応力分布

$$\sigma = 6\sigma_{max} \left(\left(\frac{x}{h} \right)^2 - \frac{1}{12} \right) \quad (12)$$

ここで、

σ_{max} : 表面の乾燥収縮応力 (kgf/cm^2)

h : 供試体高さ (cm)

x : 断面中央からの距離 (cm)

であり、引張応力を正とした。

表-2 供試体の諸元

はりの高さ $h(\text{cm})$	10, 50, 100
弾性係数 $E_c(\text{kgf}/\text{cm}^2)$	3.0×10^5
引張強度 $f_t(\text{kgf}/\text{cm}^2)$	30
破壊エネルギー $G_F(\text{kgf}/\text{cm})$	0.1, 0.3

4.2 解析結果

図-6に、はり表面の初期応力 σ_{max} の変化に対する、曲げ強度 f_b の変化を示す。図中の f_{b0} は $\sigma_{max} = 0$ のときの曲げ強度であり、同じ条件で σ_{max} が変化したときの曲げ強度を f_b で割って無次元化し

た。この図から、はりの曲げ強度は乾燥による初期応力の増加に比例して減少することがわかる。しかしその低下の割合は様々であり、例えば破壊エネルギーが大きい方が、また、はり高さの小さい方がその減少率が小さい。また、はりの引張縁にコンクリートの引張強度と等しい初期応力が作用しても曲げ強度はゼロにはならず、はりの高さが小さいものであれば初期応力による曲げ強度の低下はごくわずかであるといえる。

図-7には図-2と同様、解析により得られたコンクリートはりの曲げ強度 f_b と引張強度 f_t の比と、はりの高さ h とコンクリートの特性長さ l_{ch} の比を比較した。この図から、乾燥による初期応力がコンクリートはりの曲げ強度に及ぼす影響にも寸法効果のあることが確認できる。

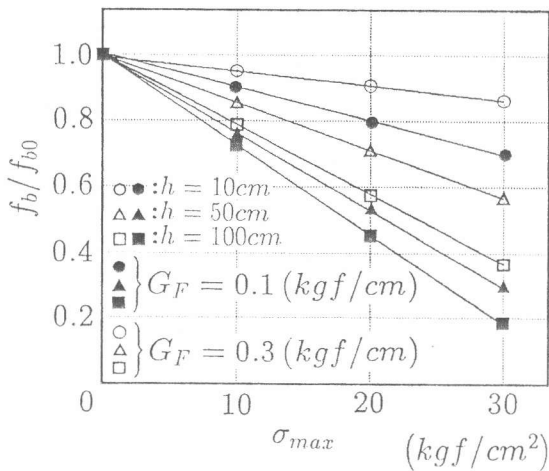


図-6 σ_{max} による曲げ強度の変化

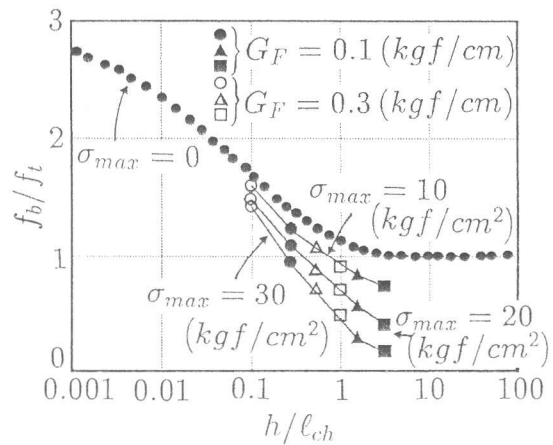


図-7 初期応力による曲げ強度の変化

4.3 実験との比較

田澤らは、図-8に示されるような $14 \times 22 \times 180\text{cm}$ の上下2面乾燥を受けた供試体について、乾燥期間0日と28日の曲げ強度試験を行っており、その結果は表-4に示す通りである[5]。表-4に示すように、供試体 No.1 と2が乾燥期間0日であり、供試体 No.3 と4が乾燥期間28日である。ここでは、これと同じ条件の下での解析を行い、これと比較することにより、解析方法の妥当性を検証した。

この解析で用いた供試体の力学特性を表-3に示す。ただし、破壊エネルギー G_F については不明であるため、供試体 No.1 と2 (ともに乾燥期間0日) の破壊時モーメントから算出される曲げ強度が、それぞれ CEB の式 (式 (5)) と内田式 (式 (6)) とで等しくなるような G_F を求め、その平均から $G_F = 0.2(\text{kgf/cm})$ とした。

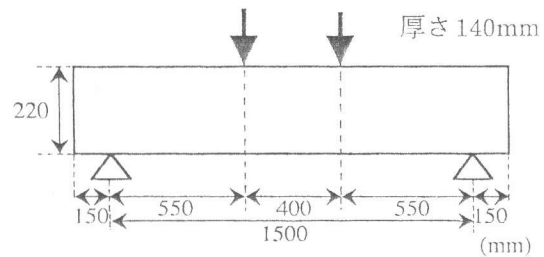


図-8 供試体寸法

表-3 解析供試体の寸法と力学的性質

はりの高さ	$h(\text{cm})$	22
はりの厚さ	$t(\text{cm})$	14
弾性係数	$E_c(\text{kgf/cm}^2)$	3.0×10^5
破壊エネルギー	$G_F(\text{kgf/cm})$	0.2

表-4 曲げ破壊モーメントの比較

乾燥期間 (日)	供試体 No.	引張強度 (kgf/cm^2)	初期応力 σ_{max} (kgf/cm^2)	曲げ破壊 モーメント ($kgf \cdot cm$)	解析 結果 ($kgf \cdot cm$)
0	1	28.6	0.0	60300	45429
	2	35.5	0.0	64150	52305
28	3	30.6	21.0	35550	36426
	4	31.2	21.0	43800	36856

供試体 No.3 と 4 (乾燥期間 28 日) の乾燥面では、 $\sigma_{max} = 21.0 (kgf/cm^2)$ の引張応力が生じている。

実験値 [5] と解析結果とを表-4 に示す。表中の曲げ破壊モーメントは、実験から得られたものであり、解析結果とあるのがここでの解析により得られた曲げ破壊モーメントである。

実験値と解析値との比を図-9 に示す。乾燥期間 0 日のものは約 2 割程度の差があるものの、乾燥期間 28 日の供試体については比較的近い値が得られた。破壊エネルギーを正確に設定することができれば、より正確な解析結果が期待できると思われる。

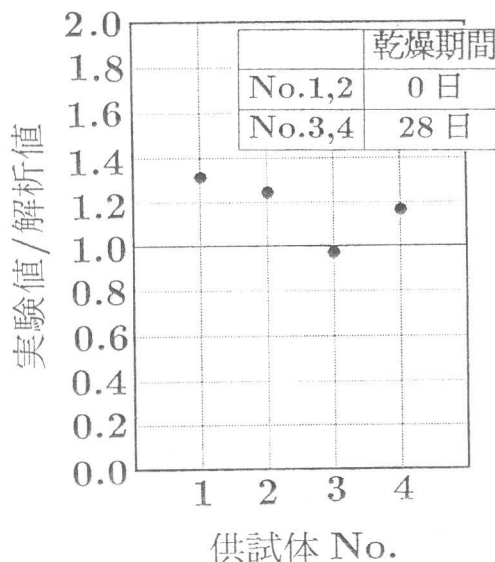


図-9 実験との比較

5. まとめ

コンクリートはりの曲げ強度の寸法効果に対する種々のパラメーターの影響について解析的な検討を行った結果、はりの高さコンクリートの圧縮強度を用いることにより、曲げ強度の寸法効果を簡便に予測する式を得た。

また、コンクリートの乾燥収縮による初期応力によって、はりの曲げ強度が大きく低下する状態を破壊力学的に推定することが可能であることも示された。

なお、この際に問題となるのは初期応力の分布状態であって、乾燥収縮により、いかなる供試体寸法においてもここで仮定した 2 次曲線分布を適用できるのか、またその応力の大きさはどれほどになるのかということについては今後の検討を要する課題である。

参考文献

- 1) 二羽淳一郎：非線形ロッド要素を用いたコンクリートはりの曲げ強度寸法効果解析、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.15, No.2 pp.75-80、1993.6
- 2) CEB-FIP MODEL CODE 1990, Bulletin d'information, No.213/214, 1993
- 3) 内田裕市、六郷恵哲、小柳洽：コンクリートの曲げ強度の寸法効果に関する破壊力学的検討、土木学会論文集、No.442, V-16 pp.101-107、1992.2
- 4) 岡村甫：コンクリート構造の限界状態設計法 [第 2 版]、共立出版、pp.15-24、1978
- 5) 田澤栄一、宮沢伸吾、山本哲也、斉藤幸治：乾燥を受ける無筋コンクリートの自己応力について、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.10, No.2 pp.255-260、1988.6