

論文

[2020] 実験的考察によるマイクロプレーンモデルの妥当性の検討

山田浩司*1・川上正史*2・田辺忠顕*3

1. はじめに

コンクリートなどの非均質材料においては、その破壊挙動において内部で一様な破壊が起きているわけではなく、マイクロプレーンのような特定の部分において卓越した挙動が存在している。したがって、そのような領域にエネルギーが集中して吸収されていることになる。という事は、逆に、マイクロプレーンの挙動を正確に記述すれば、マクロ挙動を正しく記述した事になるはずである。本研究では、マイクロプレーンでのエネルギー吸収に着目し、骨材間のマイクロプレーンにおけるひずみエネルギーと、供給された外部仕事との収支を実験、FEM解析のそれぞれと比較、検討を行った。その結果、従来のマイクロプレーンモデル^{1),2)}のように骨材間に接平面をなすマイクロプレーンでの挙動のみを取り扱うだけでは、エネルギーの収支バランスが殆ど合わないことが判明した。

そこで、マイクロプレーンでの挙動を骨材相互の接触による挙動のほかに、骨材に挟まれているモルタル相互の接触（3次元の場合、骨材方向と垂直な方向に2組、図-5）での挙動をも考慮にいれようと試みた。つまり3次元の場合、1つの骨材の接触にたいして3つの接点が存在するという理論的仮定(triple contact)を新たに構築し、これまでのマイクロプレーンモデルを修正しようと試みた。

2. エネルギー的観点からのマイクロプレーンモデルの検証

2.1 実験におけるエネルギー平衡

図-1に示すように、モルタル層の中に粗骨材に見立てた円柱状花崗岩を等間隔に埋め込んだ奥行き40mmのコンクリートプレート供試体についての圧縮試験³⁾を行い、ひずみエネルギーを測定した。また、マイクロプレーンでのひずみエネルギーは、マイクロプレーンモデルによれば、式(1)で表される。

$$U_{micro} = V_{micro} \left(\int \sigma_n d\varepsilon_n + \int \tau d\gamma \right) \quad (1)$$

ここで、 U_{micro} : マイクロプレーンでのひずみエネルギー、 V_{micro} : ミクロ領域の体積、 σ_n : 骨材間のマイクロプレーンでの垂直応力、 ε_n : 骨材間のマイクロプレーンでの垂直ひずみ、 τ : 骨材間のマイクロプレーンでのせん断応力、 γ : 骨材間のマイクロプレーンでのせん断ひずみ、である。

また、骨材間のミクロ領域の体積をどう定義するかが問題であるが、ここではミクロ領域を、粗骨材間のモルタル層の厚さ10mmを一辺に持つ正方形に奥行き40mmを乗じた直方体と仮定した(図-1)。

*1 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻(正会員)

*2 (株) 鴻池組技術研究所、工博(正会員)

*3 名古屋大学教授 工学部土木工学科、工博(正会員)

実験によるエネルギー平衡(図-2)をみると、明らかにエネルギー平衡が成立しないことがわかる。実は、実験では骨材間のマイクロプレーンでのせん断応力、せん断ひずみは測定不可能であるので、せん断方向のエネルギー(右辺第2項)は求められなかった。したがって、マイクロプレーンでのエネルギーの計算値はせん断方向のエネルギーを含んでいない。しかし、それを考慮にいれたとしても、供試体全体のひずみエネルギーの値には遠くおよばない。そこで、マイクロ領域で吸収されなかったエネルギーがどの領域で吸収されているかを知るために、FEM解析によってひずみエネルギーを計算しようと試みた。

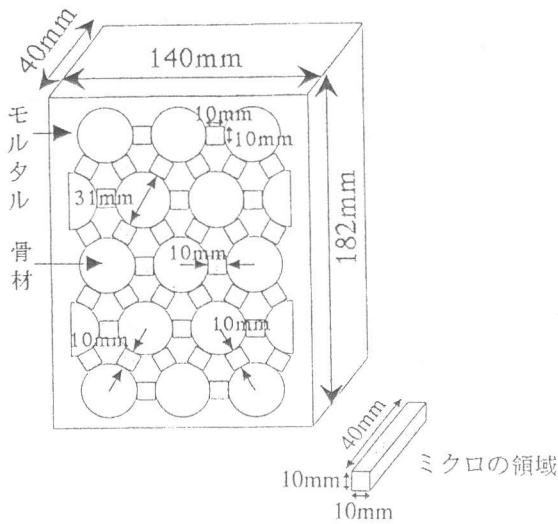


図-1 実験供試体

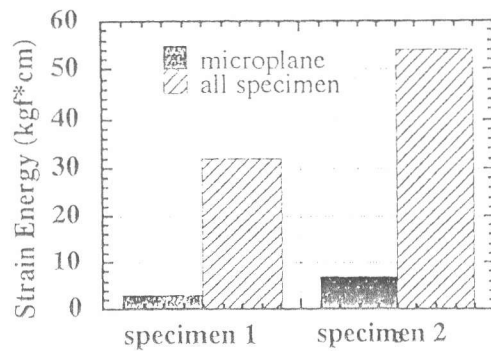


図-2 実験によるエネルギー平衡

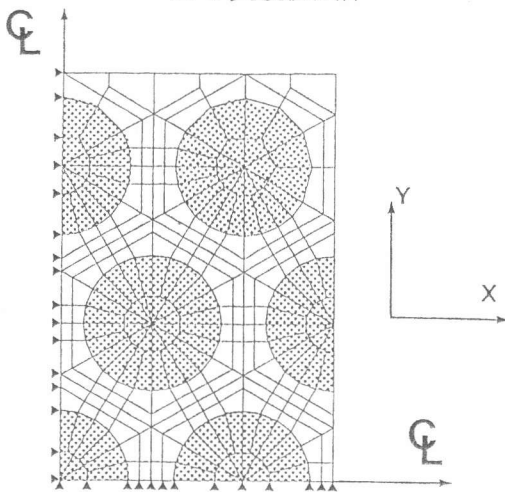


図-3 解析モデル

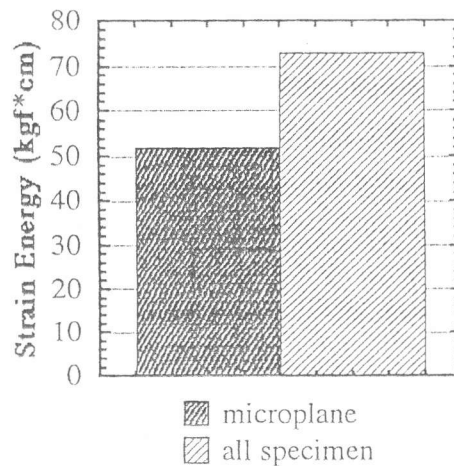


図-4 FEM解析によるエネルギー平衡

2.2 FEM解析におけるエネルギー平衡

FEM解析においては、コンクリート供試体を図-3のような有限要素分割に置き換え解析(2次元)を行った(対称性を考慮し1/4を解析)。なお骨材は弾性体、骨材間のモルタルは弾塑性体とした。また、マイクロの領域は実験の場合と同一とし、マイクロプレーンでのひずみエネルギーの計算には次式を用いた。

$$U_{micro} = V_{micro} \left(\int \sigma_x d\varepsilon_x + \int \sigma_y d\varepsilon_y + \int \tau_{xy} d\gamma_{xy} \right) \quad (2)$$

ここで、 σ_x : 骨材方向と垂直な方向の垂直応力, ε_x : 骨材方向と垂直な方向の垂直ひずみ,
 σ_y : 骨材方向の応力, ε_y : 骨材方向の垂直ひずみ,
 τ_{xy} : せん断応力, γ_{xy} : せん断ひずみ, である。

FEM解析によるエネルギー平衡(図-4)によると、実はマイクロプレーンで供試体全体のひずみエネルギーの約7割を吸収していることがわかる(なお残りの3割は、マイクロプレーン以外のモルタルで吸収されている)。

これらの結果から、従来の骨材方向に対するマイクロプレーン以外に、それに直交する新たなプレーンで、かなりのひずみエネルギーが吸収されていることが判明した。つまりこれは、骨材間に接平面をなすマイクロプレーンのひずみ応答の他に、それに直交する二方向のプレーンでのひずみ応答を考慮しなければならない事を示している。

3. 修正マイクロプレーンモデル

3.1 マイクロプレーンのモデル化

2. で述べたように、ミクロ挙動を考える場合、従来のような骨材方向に対するマイクロプレーンでの挙動のみを取り扱うだけでは不十分である事がわかった。

そこで本研究では図 5.1 のように、骨材間のマイクロプレーンにおいてこれまでの骨材相互の接触(骨材方向に対するマイクロプレーン)による挙動のほかに、骨材に挟まれているモルタル相互の接触(3次元の場合、骨材の方向とは垂直な方向の2組のマイクロプレーン)での挙動をも考慮に入れる事を考えた。つまり3次元の場合、1組の骨材の接触に対して3つのマイクロプレーンが存在するという理論的仮定(triple contact)のもと、これまでのマイクロプレーンモデルを修正した。

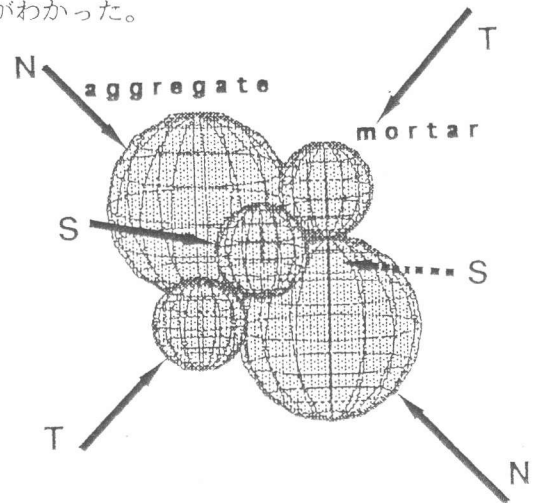


図-5 マイクロプレーンのモデル化

3.2 平均接点力で表した平均応力テンソル

釣合状態において、体積 V の領域の応力増分を $\Delta\sigma_{ij}$ とすると、平均応力増分 $\Delta\bar{\sigma}_{ij}$ は次のように表される。

$$\Delta\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \Delta\sigma_{ij} dv \quad (3)$$

有限の接点に対しては、式(3)の積分は接点力増分の和によって置き換えられる。また、位置ベクトルを骨材の中心から接点までと定義すると、式(3)は式(4)のように書き換えられる。

$$\Delta\bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_C \Delta f_i^C l_j^C \quad (4)$$

ただし、 Δf_i : 接点での接点力増分ベクトル, l_i : 接点の位置ベクトル, C : 領域内のすべての骨材における接触の総数, である。

本研究では3次元領域を考慮しているので、接触面における法線ベクトルの存在確率密度関数 $E(\Omega)$ を導入した。すなわち、接触面における法線が鉛直方向となす角度が Ω から $\Omega + \Delta\Omega$

の間に含まれる接触点の数は、 $C E(\Omega) \Delta \Omega$ となる。半径が単位長さの球の領域に対しては、 $E(\Omega) = 1/4\pi$, $\Omega = \sin\phi d\phi d\theta$ (球面座標系 ϕ, θ) である。

さらに、接触の数が非常に多く、一方、角度の分割の間隔 $\Delta \Omega$ が非常に小さいとすると、平均応力増分 $\Delta \bar{\sigma}_{ij}$ は具体的に式 (5) の形で計算していくことができる。

$$\Delta \bar{\sigma}_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{\Omega_q} \Delta \bar{f}_i^C \bar{l}_j^C(\Omega) (C E(\Omega) \Delta \Omega) \quad (5)$$

ただし、 l_j : 接触点の位置ベクトル, \sum_{Ω_q} は、0 から 2π まで、 $\Delta \Omega$ の範囲ずつで和をとるということである。

ここで各接触について、図-5 の3つの接点の方向に接点力増分ベクトルを分割する。また非常に小さい角度の間隔を考えていることから $\Delta \Omega = d\Omega$ と書けるので、結局式 (5) は積分を用いて次のように書き表すことができる。

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{ij} = & \frac{C \bar{l}^N}{V^N} \int_{\Omega} \Delta \bar{f}_i^N(\Omega) n_j(\Omega) E(\Omega) d\Omega \\ & + \frac{C \bar{l}^T}{V^T} \int_{\Omega} \Delta \bar{f}_i^T(\Omega) t_j(\Omega) E(\Omega) d\Omega + \frac{C \bar{l}^S}{V^S} \int_{\Omega} \Delta \bar{f}_i^S(\Omega) s_j(\Omega) E(\Omega) d\Omega \end{aligned} \quad (6)$$

ただし、 $\bar{l}^N, \bar{l}^T, \bar{l}^S$ はそれぞれ骨材、モルタルの平均半径、

$\Delta \bar{f}_i^N(\Omega), \Delta \bar{f}_i^T(\Omega), \Delta \bar{f}_i^S(\Omega)$: 接触での骨材、モルタル方向の接点力増分ベクトル、

n_j, t_j, s_j は互いに直交する単位ベクトルである。

$n_j = (\sin\phi \cos\theta, \sin\phi \sin\theta, \cos\phi)$, $t_j = (-\cos\phi \cos\theta, -\cos\phi \sin\theta, \sin\phi)$,

$s_j = (-\sin\theta, \cos\theta, 0)$

3.3 平均接点力とひずみテンソルの関係

マイクロプレーンでの接点力増分ベクトルを成分で表示すると次式のようにになる。

$$\Delta \bar{f}_i(\Omega) = (\Delta \bar{f}_n(\Omega))_i + (\Delta \bar{f}_t(\Omega))_i \quad (7)$$

ここで、 $\Delta \bar{f}_n, \Delta \bar{f}_t$: 接触点での各接点力増分の垂直、せん断方向成分である。

また、接触点における接点力増分とひずみ増分は、接触点における垂直、せん断方向の剛性を介して、次式のように関連づけられるとする。

$$\Delta f_n = K_{nn} \Delta \left(\frac{\delta l_n}{l} \right) = K_{nn} \Delta \varepsilon_n(\Omega), \quad \Delta f_t = K_{tt} \Delta \left(\frac{\delta l_t}{l} \right) = K_{tt} \Delta \varepsilon_t(\Omega) \quad (8)$$

ここで、 $\Delta \varepsilon_n(\Omega), \Delta \varepsilon_t(\Omega)$: 各接点での垂直、せん断ひずみ、

l : 各骨材、モルタルの中心間距離、 K_{nn}, K_{tt} : 各接点での垂直、せん断剛性、である。

マイクロひずみは、実験³⁾によって報告されているように、マクロひずみ(供試体全体のひずみ)との間にある一定の関係がある。そこで、同じ方向の角度の接触をもつマイクロプレーンでのマイクロひずみは、マクロのひずみテンソルのある構成要素であると仮定する。

この仮定によると、方向余弦が n_i であるマイクロプレーンでのマイクロひずみベクトルは、

$$(\varepsilon)_k = \bar{\varepsilon}_{kl} n_l \quad (9)$$

と表される。よって、マイクロひずみベクトルの垂直方向成分(マイクロの垂直ひずみ)およびそのベクトルはそれぞれ、

$$\varepsilon_n = n_k (\varepsilon)_k = n_k n_l \bar{\varepsilon}_{kl}, \quad (\varepsilon_n)_i = n_i n_k n_l \bar{\varepsilon}_{kl} \quad (10)$$

と表すことができる。

また、マイクロひずみベクトルのせん断方向成分（マイクロのせん断ひずみ）ベクトルは、次式のように表すことができ、式(10)を用いてさらに以下のように変形できる。

$$(\varepsilon_t)_i = (\varepsilon)_i - (\varepsilon_n)_i = \delta_{ik}\bar{\varepsilon}_{kl}n_l - n_in_kn_l\varepsilon_{kl} = (\delta_{ik}n_l - n_in_kn_l)\bar{\varepsilon}_{kl} \quad (11)$$

式(7)(8)(10)(11)より、接点力増分ベクトルとマクロひずみ増分との関係が得られる。

$$\Delta \bar{f}_i(\Omega) = [K_{nn}n_in_kn_l + K_{tt}(\delta_{ik}n_l - n_in_kn_l)] \Delta \bar{\varepsilon}_{kl} \quad (12)$$

3.4 応力-ひずみ関係

最終的に、球面座標系 θ, ϕ を用いると、式(6),(12)より、マクロの応力-ひずみ関係は次のように表すことができる。

$$\Delta \bar{\sigma}_{ij} = D_{ijkl} \Delta \bar{\varepsilon}_{kl} \quad (13)$$

ここで、

$$\begin{aligned} D_{ijkl} = & \eta^N \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [k_n^N n_in_jn_kn_l + k_t^N (\delta_{ik}n_jn_l - n_in_jn_kn_l)] \sin\phi \, d\phi \, d\theta \\ & + \eta^T \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [k_n^T t_it_jt_kt_l + k_t^T (\delta_{ik}t_jt_l - t_it_jt_kt_l)] \sin\phi \, d\phi \, d\theta \\ & + \eta^S \int_0^{2\pi} \int_0^\pi [k_n^S s_is_js_k s_l + k_t^S (\delta_{ik}s_js_l - s_is_js_k s_l)] \sin\phi \, d\phi \, d\theta \end{aligned}$$

$$\eta^N = C\bar{l}^N \bar{a}^N / 4\pi V^N, \quad \eta^T = C\bar{l}^T \bar{a}^T / 4\pi V^T, \quad \eta^S = C\bar{l}^S \bar{a}^S / 4\pi V^S$$

$$k_n^N = K_{nn}^N / \bar{a}^N, \quad k_t^N = K_{tt}^N / \bar{a}^N, \quad k_n^S = K_{nn}^S / \bar{a}^S$$

$$k_t^N = K_{tt}^N / \bar{a}^N, \quad k_t^T = K_{tt}^T / \bar{a}^T, \quad k_t^S = K_{tt}^S / \bar{a}^S$$

$\bar{a}^N, \bar{a}^T, \bar{a}^S$: 接点領域の面積の平均,

3.5 ミクロの垂直、せん断剛性

各接点でのマイクロの垂直、せん断剛性は、それぞれのマイクロプレーンでのマイクロ応力-マイクロひずみ関係より以下のように得られる。

$$\begin{aligned} k_n^N &= d\sigma_n^N / d\varepsilon_n^N, & k_t^N &= d\sigma_{nt}^N / d\varepsilon_{nt}^N, & k_n^S &= d\sigma_n^S / d\varepsilon_n^S \\ k_t^N &= d\tau_{nt}^N / d\varepsilon_{nt}^N, & k_t^T &= d\tau_{nt}^T / d\varepsilon_{nt}^T, & k_t^S &= d\tau_{nt}^S / d\varepsilon_{nt}^S \end{aligned}$$

ここで、各マイクロプレーンのせん断剛性を垂直剛性と関連づけることにより、以下のようにパラメータを4つに減らした。

$$k_t^N = \lambda k_n^N, \quad k_t^T = \lambda k_n^T, \quad k_t^S = \lambda k_n^S$$

ここで、 λ は、マイクロの垂直、せん断剛性の比を表す材料パラメータであり、0.40 を用いた。また、今回は簡単のため三方向に関して $k_n^N = k_n^T = k_n^S$ として解析してみた。

本研究では、マイクロの応力-ひずみ関係を、次式で示すようなポストピーク領域で軟化挙動を示す構成則で定義した。

$$\sigma_n = E_n \varepsilon_n \exp[-A |\varepsilon_n|^p], \quad A = \frac{1}{p} \left| \frac{1}{\varepsilon_A} \right|^p$$

E_n : ミクロのヤング係数, ε_A : ミクロのピーク応力に対応するミクロひずみ, p : 軟化曲線を支配する材料パラメータ, である。

4. 修正モデルの適用

コンクリートの強度は、骨材間のマイクロプレーンでの応力-ひずみ応答にも大きく依存している。そこで、図-6, 表-1 に示したように、圧縮強度の異なるコンクリート⁴⁾に対しても、ミクロのヤング係数 E_n の値を適度に調節することにより、良好な一致を見た。従って、提案した修正モデルは、実際のコンクリートの構成則としても妥当であることが示された。

表-1 パラメータ

| No. | E_n (MPa) | p | ε_A ($\times 10^{-3}$) |
|-----|--------------------|-----|--------------------------------------|
| 1 | 45.0×10^3 | 20 | -1.90 |
| 2 | 29.0×10^3 | 20 | -1.90 |
| 3 | 19.0×10^3 | 20 | -1.90 |

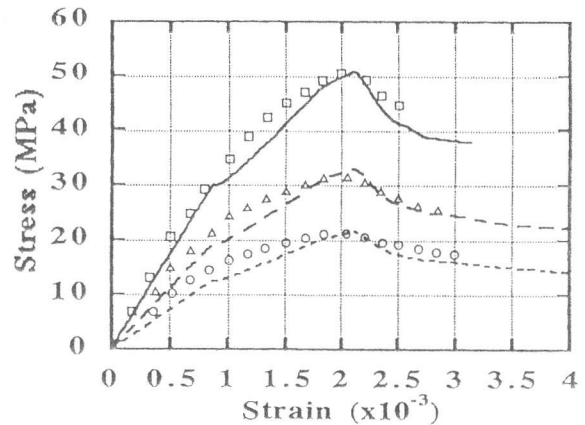


図-6 コンクリートの応力-ひずみ応答

5. 結論

- 1) コンクリートの破壊挙動では、粗骨材間のマイクロプレーンにおいてコンクリート全体のひずみエネルギーの大半を吸収している。
- 2) エネルギー的観点からみると、従来のマイクロプレーンモデルのように、骨材間の接触での挙動のみを取り扱うのでは不十分であると思われる。
- 3) ミクロプレーンにおいて、骨材相互の接触による挙動のほかに、骨材にはさまれているモルタル相互の接触（骨材の方向とは垂直の方向）での挙動をも考慮にいれたモデルの有効性が確かめられた。

参考文献

- 1) Bazant, Z. P. and Oh, A. M.: Microplane Model for Progressive Fracture of Concrete and Rock, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.111, No.4, 1985, pp.559-582.
- 2) Farahat, A. M., Wu, Z. S., and Tanabe, T.: Development of Microplane Model of Concrete with Plural Types of Granular Particles, Proceeding of JSCE, Vol.15, No.433, 1991, pp.231-238.
- 3) 二羽淳一郎, Farahat, A. M., 山田浩司: Microscopic Experimental Observation of Concrete, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.14, No.2, 1992, pp.1041-1046.
- 4) Desai, P. and Krishnan, P.: Equation for Stress-strain Curve of Concrete, Journal of American Concrete Institute, ACI, Vol.61, No.3, 1964, pp.345-350.