

論文

[2096] 曲げ降伏する鉄筋コンクリート部材の必要せん断補強筋量

張 富明 *

1. はじめに

鉄筋コンクリート部材のせん断強度について、種々のマクロ解析モデルあるいは塑性理論に基づく解析が行われ、設計に供するせん断強度式の提案もなされている。一方、Collinsら[1]は部材内の応力の釣合条件と歪の適合条件に加え、コンクリートの歪軟化を考慮した修正圧力場理論に基づき、曲げせん断を受ける鉄筋コンクリート部材の変形解析を行い、注目されている。

トラスモデルに代表されるいわゆるマクロ解析モデルは、部材内の応力の流れ（抵抗機構）を直感的に解釈し、コンクリートとせん断補強筋の役割を説明しようとしている。それに対して、Collinsらの修正圧力場理論は、コンクリートとせん断補強筋を一種の複合材料として扱い、この複合要素は基本的に一種のトラス要素モデルに対応させていると思われる。

せん断ひび割れを生じた後の鉄筋コンクリート部材の主なせん断抵抗機構は、一般に、せん断補強筋などからなるトラスと、コンクリートのみの抵抗（アーチ機構など）に大別できるとされている。しかし、部材の変形状況と応力状況に対する検討がない限り、マクロ解析モデルのせん断抵抗機構の意味合い、個々のせん断抵抗機構の推移を理解できないと思われる。また、マクロ解析モデルは終局状態を想定しており、変形解析への適用[2]にあたり、抵抗機構間に変形の適合条件が完全に満足されていないなど問題点が残されている。

本研究ではまず曲げとせん断を受ける鉄筋コンクリート部材のせん断抵抗機構と、せん断補強筋の役割を考察した後、コンクリートのトラス要素モデルを用い、曲げ降伏後の部材の曲げせん断耐力、せん断抵抗機構の推移、必要せん断補強筋などを解析的に検討する。解析手法は従来の断面曲げ解析とトラス要素モデルを結合したものであるが、せん断補強筋の役割をコンクリートを横から拘束し、トラス機構に対応させている。

2. せん断抵抗機構とせん断補強筋の役割

Fig. 1 に複曲率曲げせん断を受ける鉄筋コンクリート部材が、曲げひび割れとせん断ひび割れを生じた後のひび割れ状況を示す。部材内のコンクリートは、①ひび割れを生じていない領域、②せん断応力を負担するひび割れ領域、③2つの主歪みが引張歪みとなる曲げひび割れ領域の3つの領域に分けられる。領域①では、コンクリート自身で軸応力とせん断応力を負担できるが、領域②では、ひび割れが生じたため、せん断補強筋による横方向の拘束を受けてせん断応力を負担している。領域③はせん断応力と材軸方向の応力を負担できないが、せん断補強筋からの横方向の拘束応力を領域②に伝達し、領域②の応力負担を可能としている。ここでは、コンクリートは引張応力を負担できないものとする。また、主筋のダボ作用についても考慮しないこととする。

コンクリート要素の主歪み($\varepsilon_1, \varepsilon_2$)と歪成分($\varepsilon_x, \varepsilon_z, \gamma$)、応力成分(σ_x, σ_z, τ)と主応力(σ_1, σ_2)の関係は式(1)~(5)で表される。また、せん断補強筋の歪み ε_w は断面コンクリートの横歪み ε_x によるため、式(6)で表される。なお、横歪み ε_x はひび割れも含めた平均歪みである。

領域①と②、領域②と③の境界上の応力が0であるので、Fig. 1(b)に示す部材長さ方向、微小

* (株)松村組技術研究所、工博(正会員)

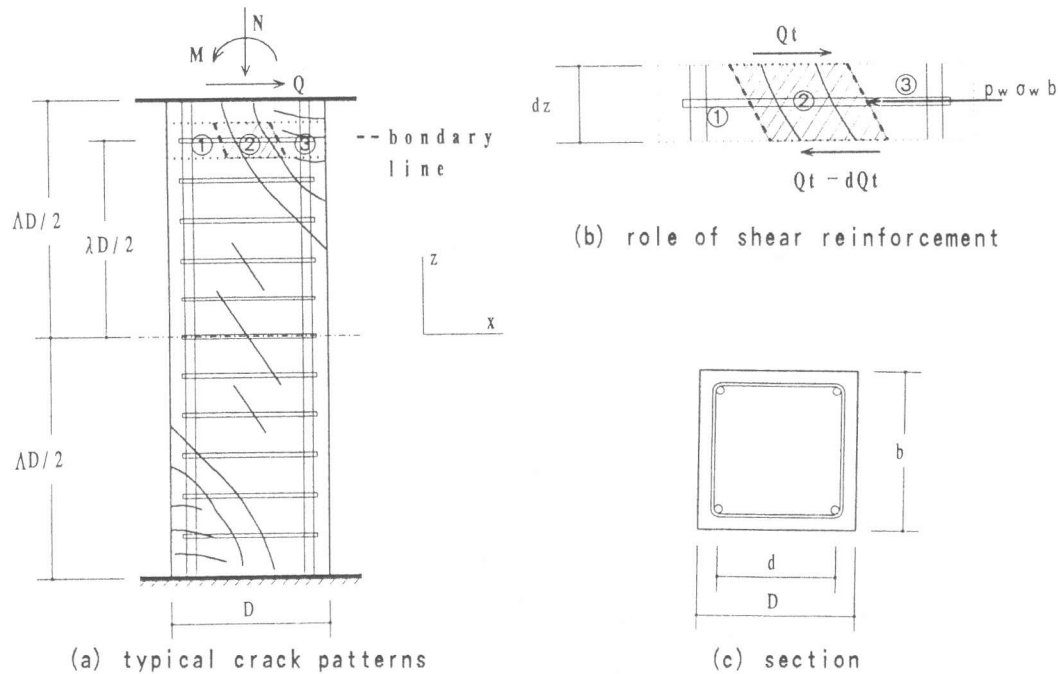


Fig.1 Reinforced concrete member and the role of shear reinforcement

長さdzを有する領域②のfree bodyについて、x方向の釣合条件から、領域②のせん断力 Q_t とせん断補強筋の釣合条件は式(7)で与えられる。

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_x \cdot \sin^2 \alpha + \varepsilon_z \cdot \cos^2 \alpha - \gamma \cdot \sin \alpha \cos \alpha \quad (1)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_x \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_z \cdot \sin^2 \alpha + \gamma \cdot \sin \alpha \cos \alpha \quad (2)$$

$$\sigma_x = \sigma_1 \cdot \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cdot \cos^2 \alpha \quad (3)$$

$$\sigma_z = \sigma_1 \cdot \cos^2 \alpha + \sigma_2 \cdot \sin^2 \alpha \quad (4)$$

$$\tau = (\sigma_2 - \sigma_1) \cdot \sin \alpha \cos \alpha \quad (5)$$

$$\varepsilon_w = \left(\int_{-d/2}^{d/2} \varepsilon_x \cdot dx \right) / d \quad (6)$$

$$dQ_t / dz = p_w \cdot \sigma_w \cdot b \quad (7)$$

ここで、 α は圧縮側主応力 σ_2 と材軸のなす角度、 p_w と σ_w はそれぞれせん断補強筋比とその応力度を表す。断面のせん断力は式(8)で求められ、領域①と領域②のせん断力、すなわち、ひび割れが生じていないコンクリートの負担分 Q_c とせん断補強筋を介しての負担分 Q_t からなる。

$$Q = \int_{-D/2}^{D/2} \tau \cdot b \cdot dx = \underbrace{\int_{-D/2}^{D/2} \tau \cdot b \cdot dx}_{Q_c} + \underbrace{\int_{-D/2}^{D/2} \tau \cdot b \cdot dx}_{Q_t} = Q_c + Q_t \quad (8)$$

せん断抵抗機構： $Q = Q_c + Q_t \quad dQ_t / dz = p_w \cdot \sigma_w \cdot b$

3. トラス要素モデル

2章で示したせん断抵抗機構と基本式に基づき、コンクリートについて2軸応力状態下の構成則を用い、より厳密な解析を行うことも可能であるが、本報では、解析式を得るために、コンクリートの主応力の方向が材軸と45度をなすことを仮定し、二つの主応力の相関を考慮せず、トラス要素モデルを用いることとする。トラス要素モデルとは、Fig. 1(a)に示す部材内のコンクリート要素について、Fig. 2に示す45度トラス要素として取り扱うのである。二つの主応力（或いは主歪み）が共に圧縮の場合、コンクリート要素はひび割れを生じることがなく、Fig. 1の領域①に対応する。主応力の一つが0の場合、要素にひび割れが生じ、Fig. 1の領域②に対応する。二つの主応力が共に0の場合、要素は材軸方向の応力を負担せず、Fig. 1の領域③に対応する。

トラス要素モデルを用いて鉄筋コンクリート部材の解析を行う際に、以下の解析仮定を設ける。

- (1) コンクリートは引張応力を負担しない。
- (2) 主筋の付着強度が十分で、付着破壊を生じない。
- (3) せん断補強筋は必要量以上に配置され、せん断ひび割れの成長が拘束されている。
- (4) 曲げ変形に対し、平面保持仮定が成立し、断面の曲率を ϕ とする。
- (5) せん断歪 γ は断面内で一様分布する。

2章の基本式において、 $\alpha = \pi/4$ とし、以下の式が得られる。但し、本研究は曲げ降伏する部材を対象としているので、曲げ解析に対応させるために、 $\varepsilon_x = \varepsilon_z$ としている。従って、厳密的に歪の適合条件は満たされていない。なお、 ε_n は断面の軸歪である。

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_z - \gamma/2 = \varepsilon_n + x \cdot \phi - \gamma/2 \quad (9)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_z + \gamma/2 = \varepsilon_n + x \cdot \phi + \gamma/2 \quad (10)$$

$$\sigma_z = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2 \quad (11)$$

$$\tau = (\sigma_2 - \sigma_1) / 2 \quad (12)$$

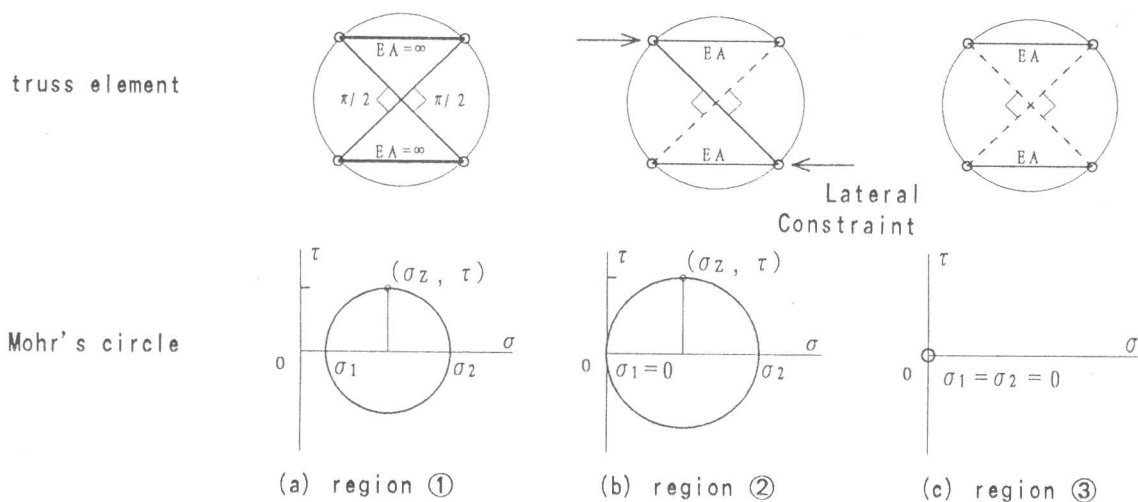


Fig. 2 Concrete truss element

本報では、主筋とせん断補強筋、断面曲率 ϕ と部材力などに対し、下記の無次元量を用いる。

$\Phi = p_t \frac{\sigma_y}{f_c}$	$\Psi = p_w \frac{\sigma_{wy}}{f_c}$	$\phi = \frac{D \cdot \phi}{\varepsilon_0}$	p_t : 引張主筋比
$n = \frac{N}{b \cdot D \cdot f_c}$	$q = \frac{Q}{b \cdot D \cdot f_c}$	$m = \frac{M}{b \cdot D^2 \cdot f_c}$	p_w : せん断補強筋比
$\lambda = L/D$	$\Lambda = H/D$	$d_0 = d/D$	f_c : コンクリート (圧縮) 強度
			ε_0 : コンクリート強度時の歪み

4. 曲げ変形が卓越する鉄筋コンクリート部材の終局耐力

トラス要素モデルを用い、せん断補強筋が必要量以上に配置された鉄筋コンクリート部材の終局耐力を求める。なお、せん断補強筋の必要量は(39)式の中で $1/\phi = 0$ とおくことにより求められる。材料の応力-歪関係を剛塑性とし、曲げ変形が卓越すれば、終局時における断面の主応力分布 (応力ブロック) はFig. 3に示す3種類が考えられる。 k_1 と k_2 はそれぞれ引張側と圧縮側主応力の塑性域の高さを表す。力の釣合条件は式(13)~(16)で与えられる。但し、CとTはそれぞれ圧縮側と引張側主筋の応力である。

$$n = k_1/2 + k_2/2 + C + T \quad (13)$$

$$q = (k_2 - k_1)/2 \quad (14)$$

$$m = k_1(1 - k_1)/4 + k_2(1 - k_2)/4 + (C - T) \cdot d_0 \quad (15)$$

$$m = q \cdot \Lambda / 2 \quad (16)$$

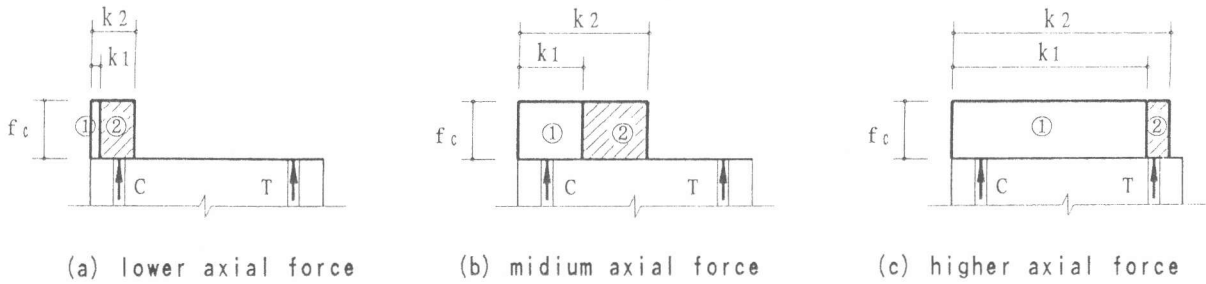


Fig. 3 Stress distribution at ultimate state

状態(a) : $-2\Phi \leq n \leq n_1$ 、主筋が共に引張降伏の場合 ($C=T=-\Phi$)

$$q = \{ \sqrt{\Lambda^2 + 4(n+2\Phi)(1-2\Phi-n)} - \Lambda \} / 2 \quad (17)$$

状態(b) : $n_1 \leq n \leq n_2$ 、主筋がそれぞれ圧縮、引張降伏の場合 ($C=\Phi, T=-\Phi$)

$$q = \{ \sqrt{\Lambda^2 + 4[n(1-n) + 2\Phi \cdot d_0]} - \Lambda \} / 2 \quad (18)$$

状態(c) : $n_2 \leq n \leq 1+2\Phi$ 、主筋が共に圧縮降伏の場合 ($C=T=\Phi$)

$$q = \{ \sqrt{\Lambda^2 + 4(n-2\Phi)(1+2\Phi-n)} - \Lambda \} / 2 \quad (19)$$

ここで、 n_1 と n_2 はそれぞれ式(c8)と式(c9)で与えられる。

$$n_1 = 0.5 - \Phi - d_0/2 \quad (20)$$

$$n_2 = 0.5 + \Phi + d_0/2 \quad (21)$$

終局状態時の部材のせん断耐力は上記の式(17)~(21)から求めることができる。注目したいのは、これらの終局せん断耐力の式はせん断補強筋が配置されない場合のアーチ機構のせん断耐力式に類似し、状態(a)と(c)の場合、両者のせん断耐力は完全に一致する。

しかし、トラス要素モデルの場合、Fig.3からも明らかのように、終局状態時、断面のせん断力はすべて領域②でせん断補強筋を介して負担しなければならない、アーチ機構のせん断抵抗機構とはまったく異なるものである。すなわち、鉄筋コンクリート部材のせん断抵抗機構は変形と共に、せん断補強筋に依存する部分は増加し、終局時にひび割れを生じないコンクリート部分の負担分は0となり、トラス抵抗機構のみとなる。せん断抵抗機構の推移を検討するために、トラス要素モデルを用い、5章では曲げ降伏した鉄筋コンクリート部材の荷重-変形関係を求める。

5. 曲げ降伏後鉄筋コンクリート部材の荷重-変形関係

簡単な解析式を得るために、主筋が曲げ降伏した柱部材を対象とする。せん断補強筋は必要量以上に配置されると(式(36))、せん断ひび割れの成長が拘束されるために、圧縮強度後のコンクリートの応力低下は小さいと考え、材料の応力-歪関係はFig.4に示すような完全弾塑性型とする。

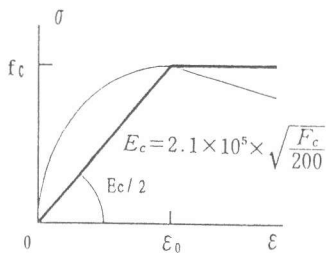


Fig. 4 Stress and strain relation of concrete

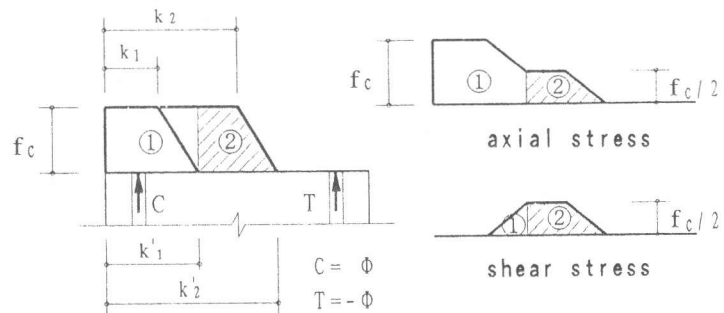


Fig. 5 Stress distribution after flexure yielding

Fig. 5に曲げ降伏ヒンジ内、材長方向 $\lambda \cdot D/2$ 位置の断面の主応力分布を示す。 k_i と k_i' はそれぞれ応力ブロックの塑性域と中立軸の高さを表し、 $i=1, 2$ はそれぞれ引張側と圧縮側の主応力に対応する。力の釣合条件は式(22)~(25)で与えられる。

$$n = (k_1 + k_1')/4 + (k_2 + k_2')/4 \quad (22)$$

$$q = (k_2 + k_2')/4 - (k_1 + k_1')/4 \quad (23)$$

$$m = \frac{k_1(1-k_1)/4 + (k_1' - k_1)[1/2 - k_1 - (k_1' - k_1)/3]/4}{+ k_2(1-k_2)/4 + (k_2' - k_2)[1/2 - k_2 - (k_2' - k_2)/3]/4} + \Phi \cdot d_0 \quad (24)$$

$$m = q \cdot \lambda / 2 \quad (25)$$

一方、仮定の主応力分布（応力ブロック）に対して、下記の適合条件が得られる。

$$\varepsilon_n - \gamma/2 + (1/2 - k_1)\phi = \varepsilon_0 \quad (26)$$

$$\varepsilon_n - \gamma/2 + (1/2 - k_1')\phi = 0 \quad (27)$$

$$\varepsilon_n + \gamma/2 + (1/2 - k_2)\phi = \varepsilon_0 \quad (28)$$

$$\varepsilon_n + \gamma/2 + (1/2 - k_2')\phi = 0 \quad (29)$$

以上の釣合条件と適合条件より、下記の方程式が得られる。

$$m = q \cdot \lambda / 2 \\ = n(1-n)/2 + \Phi \cdot d_0 - q^2/2 - (1/\phi)^2/24 \quad (30)$$

すなわち、曲げせん断を受ける鉄筋コンクリート断面の曲げ耐力は、せん断力の存在により小さくなるが、曲げ変形の増加によって終局耐力に近づいていく。せん断力と $\lambda \cdot D/2$ 位置の曲率の関係は次式で与えられる。

$$q = \{\sqrt{\lambda^2 + 4[n(1-n) + 2\Phi \cdot d_0 - (1/\phi)^2/12]} - \lambda\} / 2 \quad (31)$$

$\lambda = \Lambda$ とおくと、部材のせん断耐力は次式で求められる。 $1/\phi = 0$ と置くと、式(18)と一致する。

$$q = \{\sqrt{\Lambda^2 + 4[n(1-n) + 2\Phi \cdot d_0 - (1/\phi)^2/12]} - \Lambda\} / 2 \quad (32)$$

なお、主筋の曲げ降伏及び仮定の応力ブロックにより、本章の式の適用範囲は式(33)で与えられる。ここで、 ε_y は主筋の降伏歪である。

$$n \geq \begin{cases} q + 1/(2\phi) \\ 0.5 - d_0/2 - (0.5 - \varepsilon_y/\varepsilon_0)/\phi \end{cases} \quad (33)$$

$$n \leq \begin{cases} 1 - q - 1/(2\phi) \\ 0.5 + d_0/2 - (0.5 + \varepsilon_y/\varepsilon_0)/\phi \end{cases}$$

6. せん断抵抗機構の推移と必要せん断補強筋量

Fig. 5の応力ブロックの中で、②の部分にはせん断補強筋を介してのせん断力負担分 q_t であり、以下の式より求められる。

$$\phi \leq 0.5/q \text{ の場合:} \\ q_t = (k_2' - k_1')^2 / [4(k_2' - k_2)] = q^2 \cdot \phi \quad (34)$$

$$\phi \geq 0.5/q \text{ の場合:} \\ q_t = q - (k_1' - k_1)/4 = q - 1/(4\phi) \quad (35)$$

せん断抵抗機構の推移を見るために、Fig. 6に全せん断力及びトラス機構のせん断力と曲率の関係を示す。曲率の増大と共に、トラス機構の負担分が増加してゆくことが分かる。

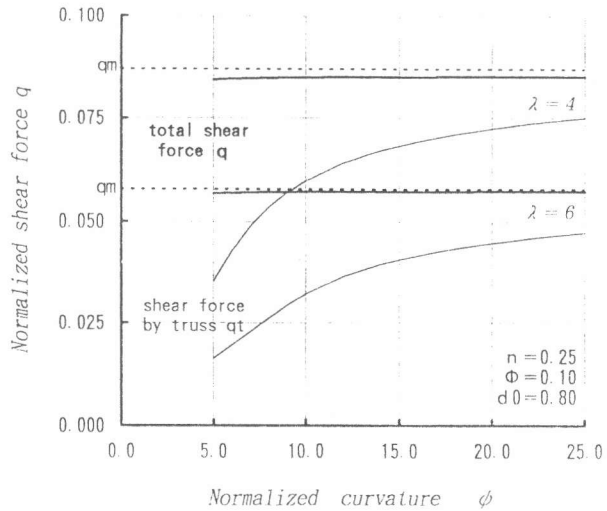


Fig. 6 Shear force and curvature relation

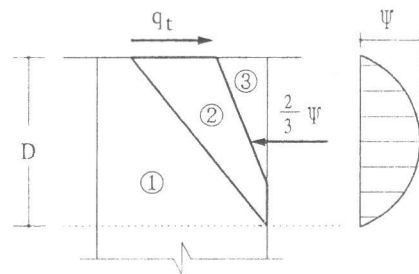


Fig. 7 Free body of region ② at hinge zone and stress distribution of shear reinforcement

式(34)と(35)及び式(31)と式(7)を併せて用いれば、曲げ降伏ヒンジ内任意位置の必要最小せん断補強筋量を求めることができる。部材に配置されるせん断補強筋量は必要最小せん断補強筋量を上回れば、せん断ひび割れの成長が防げられ、曲げ型の変形性状を保證できると考える[3]。

しかし、主筋の曲げ剛性のほかに、部材の再外端は材端拘束を受けるために (Saint-Venant's Principle)、せん断補強筋の応力状態は解析とは異なり、降伏ヒンジ内では放物線状な分布を示すことが多い。ここで、材端断面せいDのヒンジ領域に、トラス機構のせん断力伝達が終了することと仮定すると、必要最小せん断補強筋量 Ψ_{min} は Fig. 7に示すfree bodyの釣合条件から求められ、次式で表される。

$$\Psi_{min} = (3/2)q_m \quad (36)$$

材端の曲率がある程度大きくなると、せん断力は曲げ耐力によるせん断力 q_m (式37)にほぼ等しいことを考えると(cf. Fig. 6)、必要最小せん断補強筋量 Ψ_{min} は、材端曲率 ϕ の関数として下記の式から近似的に求めることができる。但し、軸力は式(33)を満足する必要がある。

$$q_m = \{n(1-n) + 2\Phi \cdot d_o\} / \Lambda \quad (37)$$

$$\phi \leq 0.5/q_m \text{ の場合:} \\ \Psi_{min} = (3/2)q_m^2 \cdot \phi \quad (38)$$

$$\phi \geq 0.5/q_m \text{ の場合:} \\ \Psi_{min} = (3/2)\{q_m - 1/(4\phi)\} \quad (39)$$

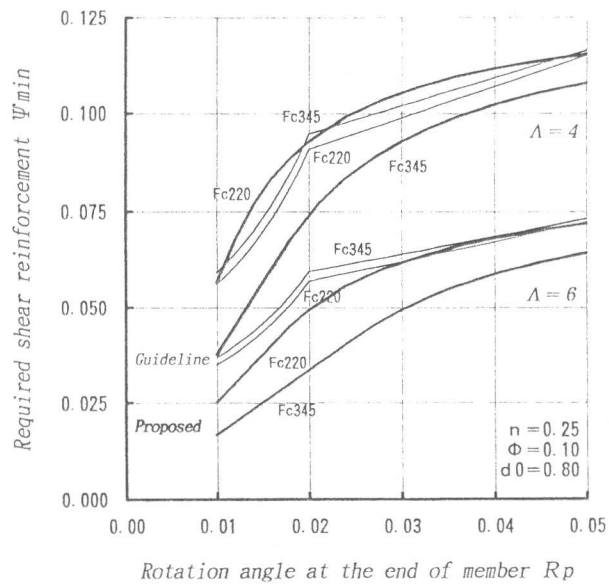


Fig. 8 Required shear reinforcement.

Fig. 8に曲げ型の変形性状を保證するための必要最小せん断補強筋量 Ψ_{min} と部材の材端回転角 $R_p (= \phi \cdot \epsilon_o)$ の関数を示す(太線)。設計用せん断力を q_m とし、終局強度指針[4]によるせん断補強筋量と材端回転角との関数を併せて図中(細線)に示す。せん断補強筋量、材端回転角の意味合いは異なるが、両者はほぼ同じ傾向を示す。

7. まとめ

鉄筋コンクリート部材のせん断抵抗は、ひび割れが生じていないコンクリートの負担分とせん断補強筋を介しての負担分からなることとし、トラス要素モデルを用い、曲げ降伏後部材の耐力とせん断抵抗機構の推移を検討した結果、断面曲率の増大につれ、せん断抵抗機構はトラス機構に移ることを示した。また、曲げ型の変形性状を保證するための必要せん断補強筋量を曲率と負担せん断力の簡単な関数式で表せ、極めて簡便な式が得られた。なお、部材の変形能を確保するために、せん断補強と拘束効果を同時に考慮した横補強筋量が必要であるが、今後の課題となる。

参考文献

- Vecchio, F. J., Collins, M. P.: Predicting the Responce of Reinforced Concrete Beams Subjected to Shear Using Modified Compression Field Theory, ACI, Vol. 85, No. 2, pp. 258-268, 1988
- 倉本洋、南宏一: マクロモデルによる鉄筋コンクリート梁、柱の変形解析、日本コンクリート工学協会、コンクリート構造物の靱性と配筋方法に関するシンポジウム論文集、pp. 69~86, 1990. 5
- 吉岡研三、岡田恒男、武田寿一: 鉄筋コンクリート柱の変形性能向上に関する研究(第2報 破壊機構並びに補強筋の歪分布について)、日本建築学会論文報告集、第282号、pp. 37~44, 1979. 8
- 鉄筋コンクリート造建物の終局強度型耐震設計指針・同解説、日本建築学会、pp. 106~120, 1990. 10