

論文 RCボックスカルバート構造の終局変形挙動に関する解析的研究

飯塚敬一*¹・中村光*²・足立正信*³・檜貝勇*⁴

要旨：ボックスカルバート構造のような高次の不静定構造物では様々な破壊形態が考えられ、このような構造物の靱性を考慮した設計を行うには、そのメカニズムを的確に把握する必要がある。本論文では、有限要素法によりモデル化したRCボックスカルバート構造のプレピーク領域での挙動を既往の実験結果と比較しながら解析的に検討した。その上でさらに、ポストピーク領域で生じる不安定な挙動をbifurcation問題の適用によって解析的に検討し、この種の構造物の靱性を評価する上で、bifurcation point による破壊点の評価が有効な手段の一つとなることを示した。

キーワード：ボックスカルバート，ポストピーク，bifurcation問題，靱性

1. はじめに

RC構造物の地震荷重等による終局状態を解析する場合、有限要素法による非線形解析手法は有効であり、近年の実験的研究や理論研究により、力学特性について適切なモデル化が行われれば、最大耐荷力点まで（プレピーク）なら、その挙動を比較的精度よく把握することができるようになってきた。しかしながら、最大耐荷力点以降（ポストピーク）の挙動については、その複雑さゆえにプレピーク挙動に比較して未だ多くの部分が未解明である。特にボックスカルバートのような不静定構造物では、RC柱のような静定構造物とは異なり、ポストピーク領域において部材相互間に応力の再配分が行われてから崩壊に至るため、ポストピーク挙動は断面性能だけでなく、構造特性にも大きく依存する。従って、この種の構造物の靱性を評価するためには、どの部材がどのような状態（モード）になって構造崩壊に至るのかといった情報を的確につかむことが重要である。

そこで本研究では、隔壁を有する2連ボックスカルバート構造を対象とし、その挙動を非線形有限要素法により解析的に検討した。特に本論では、構造安定問題と呼ばれる中で終局限界点として定義されるbifurcation pointを適用することで、その終局変形挙動を解析的に明らかにすることを試みた。

2. 解析概要

2.1 解析モデルおよび解析条件

本解析に用いた2連ボックスカルバートは図-1に示す通り、全幅4.4m×全高2.35m、壁厚0.3mであり、これは青柳らが地中埋設RCボックスカルバートに対して行った1/2スケールの載荷実験のモデル[1]と同一形状である。要素分割については、図のように各部材とも断面方向に3分割を行っている。また、荷重については青柳らの実験と同一条件とし、増分荷重としては、構造物の

*¹ 東電設計（株） 技術開発本部耐震技術部 （正会員）

*² 山梨大学助教授 工学部土木環境工学科、工博 （正会員）

*³ 東電設計（株） 技術開発本部耐震技術部部長代理 （正会員）

*⁴ 山梨大学教授 工学部土木環境工学科、工博 （正会員）

せん断変形をシミュレートするように頂版の左右端部および中央の3箇所にて制御し、その比率を1:2としている。また、このモデルでは地中埋設構造物を想定しているため、常時荷重に相当する初期拘束荷重を側壁、頂版に作用させている。

2.2 多点荷重を作用できる変位制御法による非線形解析

RC構造物の終局挙動を解析する場合、コンクリート材料の軟化特性や構造物の幾何学的非線形性のため荷重降下の性状が生じる。このような荷重降下域での挙動を解析するには変位増分法が適しているが、今回の対象構造物のように複数の点に荷重が作用する場合には、通常行われている変位増分法を適用することはできない。そこで本論文では、複数点で荷重を作用させることができる変位制御法により解析を行うこととした。以下にその概要を簡単に記す。

解析に用いる増分形剛性方程式を式(1)の様に表す。

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_u \\ \Delta u_k \end{Bmatrix} = \Delta \lambda \begin{Bmatrix} P_k \\ P_u \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、 $\{\Delta u_u\}$ 、 $\{\Delta u_k\}$ はそれぞれ未知と既知の変位増分、 $\Delta \lambda$ は荷重係数と呼ばれるスカラー量、 $\{R_1\}$ 、 $\{R_2\}$ は不平衡力である。また、 $\{P_k\}$ は既知の荷重ベクトルであり変位制御点に作用する荷重増分 ($\Delta \lambda$) とのベクトル比が与えられる。 $\{P_u\}$ は変位制御点、変位拘束点における未知の荷重ベクトルである。ただし、 $\{P_u\}$ において変位制御点の荷重増分を $\Delta \lambda$ と仮定することで、変位制御点のみは1の既知量を持つ。式(1)を $\Delta \lambda$ と $\{P_u\}$ について解けば次式を得る。

$$\Delta \lambda = \frac{\{R_2\} - [K_{21}] \{u_B\} - [K_{22}] \{\Delta u_k\}}{[K_{21}] \{u_A\} - \{P_u\}} \quad (2)$$

ここで、 $\{u_A\} = [K_{11}]^{-1} \{P_k\}$ 、 $\{u_B\} = [K_{11}]^{-1} (\{R_1\} - [K_{12}] \{\Delta u_k\})$ である。式(2)において、未知量は $\Delta \lambda$ と $\{P_u\}$ であるが、上述したように変位制御点に対しては $P_u = 1$ である。従って、その行は $\Delta \lambda$ の一次式となり、これより $\Delta \lambda$ が求められることになる。ひとたび $\Delta \lambda$ が求めれば、一般的な剛性方程式の解法と同様に、未知の変位量と荷重ベクトルは次式のように求めることができる。

$$\{\Delta u_u\} = [K_{11}]^{-1} (\Delta \lambda \{P_k\} + \{R_1\} - [K_{12}] \{\Delta u_k\}) \quad (3)$$

$$\{P_u\} = 1/\Delta \lambda ([K_{21}] \{\Delta u_u\} + [K_{22}] \{\Delta u_k\} - \{R_2\}) \quad (4)$$

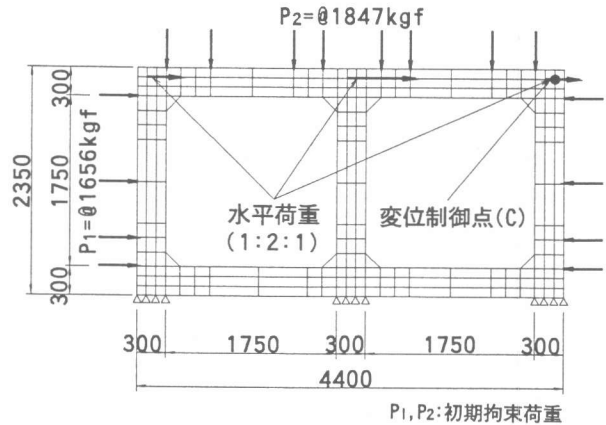


図-1 解析モデル図 (寸法単位:mm)

解析は上述の手順により得られた変位増分に対し、Newton-Raphson法に従い不平衡力がある収束判定条件を満足するまで繰り返し計算を行って、未知の応力や変位を求めることになる。また、有限要素法の定式化は有限変形理論に従って行い、幾何学的非線形性も考慮できるようになっている。さらに本解析では、各釣合状態より得られる接線剛性マトリクスの固有値解析を行うことで、bifurcation問題を含む構造不安定に対する考察を可能にしている。

2.3 材料の応力-ひずみ関係

コンクリートは図-2に示すように圧縮応力領域では、最大圧縮強度 (f_c) まで二次放物線で増加し、それ以降は ϵ_u まで直線的に減少するモデルを、また、引張応力領域では、応力は最大引張強度 (f_t) までは一定の傾きで増加し、それ以降は引張応力は鉄筋とコンクリートの付着作用による tension stiffening 効果を考慮して徐々に低減する岡村・前川モデル[2]とした。ひび割れ界面に発生するせん断剛性としては、山田・青柳のモデル[3]を用いた。コンクリートの材料定数としては、圧縮強度 300kgf/cm^2 、引張強度 30kgf/cm^2 である。鉄筋については、降伏強度まで直線的に増加し、降伏強度に達した後は応力は一定のレベルを保つとしたバイーリニヤ型のモデルを用いた。その材料定数としては、降伏強度 4000kgf/cm^2 、ヤング係数 $2.1 \times 10^6\text{kgf/cm}^2$ である。

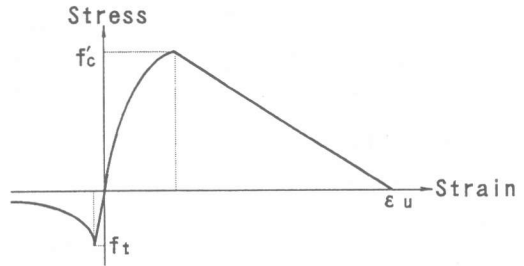


図-2 コンクリートの σ - ϵ 関係

3. プレピーク挙動

変位制御で解析した2連ボックスカルバートの荷重-変位関係を図-3に示すが、同図には青柳らが行った実験結果[1]も添記する。図中、実線が解析値、点線が実験値を示している。なお、荷重は頂版に作用する荷重の合計であり、変位は図-1のc点の変位である。荷重-変位関係によれば、実験が行われた最大荷重までは解析値は実験値と非常に良く一致していることが示されている。また、図中○印で軸方向鉄筋の初期鉄筋降伏点を示しているが、この点について

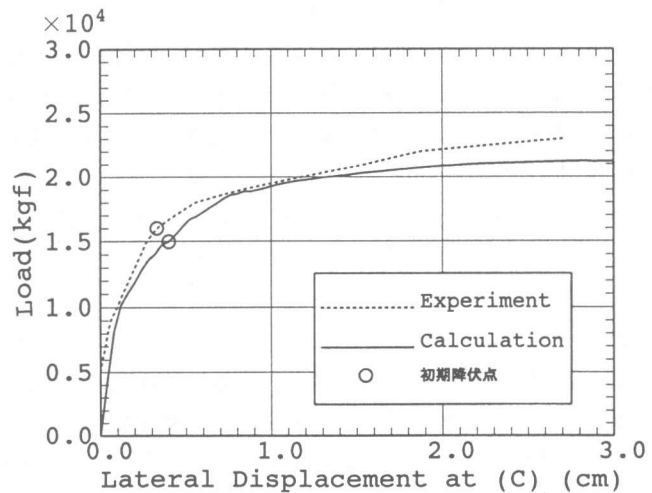


図-3 荷重-変位関係

でも解析値は荷重・変位量いずれも実験値と良好な一致を示している。ただし、実験では初期降伏が頂版隅角部付近で生じ、その直後に隔壁が降伏する性状を示すと記述されているが、本解析では隔壁から鉄筋降伏するモードとなった。しかしながら、初期降伏後わずかな荷重増分により頂版隅角部付近にも降伏が発生しており、鉄筋降伏位置の違いは特に問題とはならないと考える。

4. ポストピーク挙動

プレピーク挙動の検証で用いた解析モデルおよび応力-ひずみ関係などの解析条件を用いてポストピーク領域まで求解を進めた。この領域での解析にあたっては、不静定構造物では様々な破壊モードが考えられるため、静定構造物で扱われるような鉄筋比に代表される断面性能よりもむしろ、構造物を形成する部材相互の剛比のような構造特性に着目するために、隔壁の厚さ(H)をH=15~45cmの範囲でパラメータとした数値解析を行った。

さらに本論文では、ポストピーク領域で生じる不安定な挙動に対し、bifurcation pointを適用することで、終局限界点並びに終局変形挙動の評価を試みる。ここで、bifurcation pointとは、数学的には接線剛性マトリクスの固有値が零となる点であり、物理的には構造物が全く別の平衡状態に移行する可能性を示す点である。また、bifurcation pointに対応する零の固有値により、新たに発生する平衡状態に移行するための変形モードが、簡略的に表される[4]。従って、接線剛性マトリクスの固有値解析より得られる負の固有値の

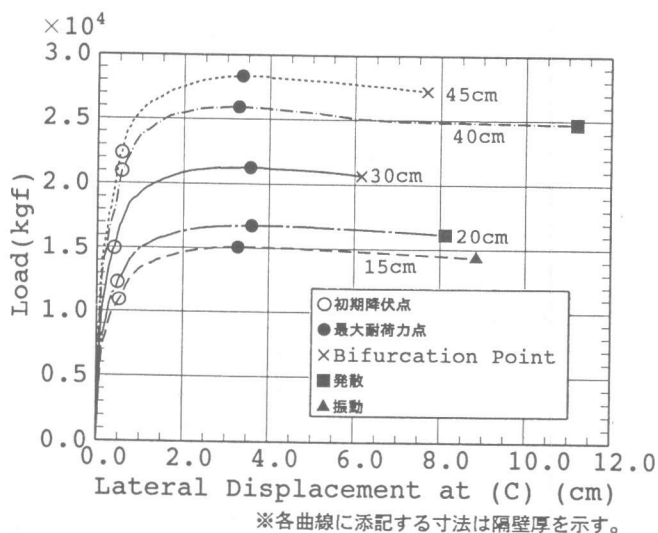


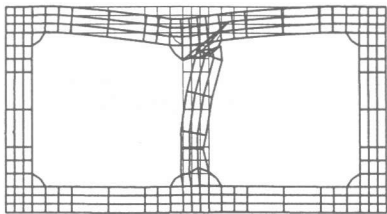
図-4 荷重-変位関係 (パラメータスタディ)

発生を調べることで終局限界点が定義され、終局変形挙動はその時点での固有モードによって解析的に明らかとなる。隔壁厚をパラメータとした解析より得られた荷重-変位関係を図-4に示す。図中○印は初期降伏点、●印は最大荷重点(最大耐荷力点)であり、この最大荷重点以降、荷重は低下し始めている。また、この結果より隔壁が厚くなるほど最大耐荷力も向上される傾向は明らかである。しかし、最大荷重点の変形量については、今回の解析範囲では隔壁厚による違いはなく、いずれのケースにおいてもその時点での層間変形角は、約 $1.4 \times 10^{-2} \sim 1.5 \times 10^{-2}$ (rad)であった。

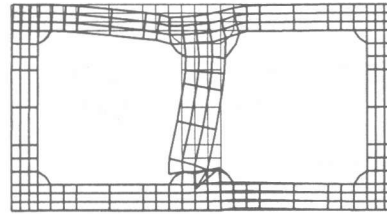
次に最大荷重点以降のポストピーク領域についてであるが、隔壁を30cmとしたケースと45cmとしたケースではbifurcation point(×印)が発生した。しかし、その他のケースについてはポストピーク領域で安定した解は得られたもののbifurcation pointは得られなかった(解が発散(図中■印)または振動(図中▲)することで解析終了)。そのため、隔壁の剛性と構造物の靱性との関係を定性的評価するには至らなかった。そこで、bifurcation pointが確認できた30cmと45cmのケースについて、bifurcation pointの挙動を詳細に検討することで構造物の終局変形挙動に関する考察を行った。前述したように、終局変形挙動はbifurcation point発生時の固有モードによって解析的に明らかとなるので、両ケースのbifurcation point発生直後の一次から三次までの固有値および固有モードを図-5および図-6に示す。併せて、bifurcation point発生直前の固有値および固有モードを図-7および図-8に示す。

隔壁厚30cmの場合、層間変形角 2.6×10^{-2} (rad)でbifurcation pointが発生している。その時の固有モード(図-5)をみると、明らかにそれまで見られなかった隔壁上部で破壊する固有モー

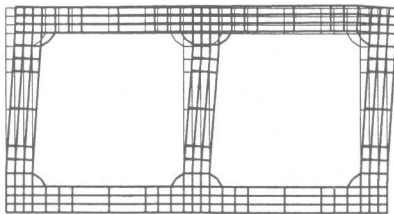
ドが負の固有値とともに現れており、この一次の固有モードが bifurcation point発生後に生じる新たな釣合経路を示すものである。また、図-5と図-7を比較すると、bifurcation point直前の一次の固有モードがbifurcation point直後の二次モードに、bifurcation point直前の二次モードが直後の三次モードにというようにbifurcation point以前の低次モードがbifurcation point直後では高次モードに移行していくことが分かる。ここで図-5は、最大荷重点以降の固有モードを示すものであることから、本来、最大荷重点後の経路に対応する負の固有値が二次モードに発生すると考えられるが、同図は繰り返し計算の第一段階での固有値と固有モードを示したものであり、その時点では荷重増加の性状を示したため、二次の固有値が正值を示している。一方、隔壁厚45cmのケースでは、層間変形角 $3.3 \times 10^{-2}(\text{rad})$ で bifurcation pointが発生し、隔壁厚30cmのケースよりも靱性のある性状を示した。その時の固有モード(図-6)は、隔壁厚30cmの場合と異なり、隔壁下部で破壊するモードとなっている。隔壁を厚くし、構造物を構成する部材の靱性を小さくすれば、構造全体の靱性は小さくなると思われるが、今回のケースのようにその破壊位置・破壊モードが異なった場合には必ずしもそのような傾向は現れない。従って、今回対象としたRCボックスカルバート構造のような不静定構造物の靱性を評価する場合には、まず、構造物の破壊位置・破壊モードを検討し、その上で同一の破壊形態を示す場合に対するパラメータ解析が必要となると考えられる。その場合、bifurcation pointは終局変形量だけでなく、種々の破壊形態も同時に評価可能なため、今後、靱性を解析的に取り扱う場合、非常に有効な手段の一つと言える。



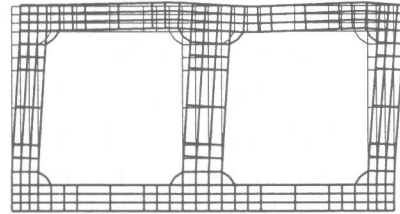
first mode eigenvalue= -24452.0



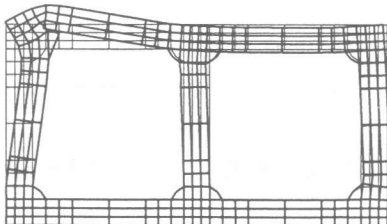
first mode eigenvalue= -11917.0



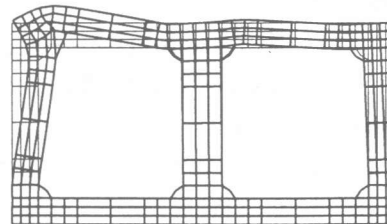
second mode eigenvalue= 3.0



second mode eigenvalue= 4.6



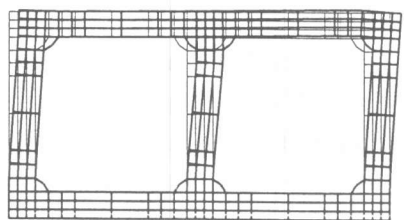
third mode eigenvalue= 749.5



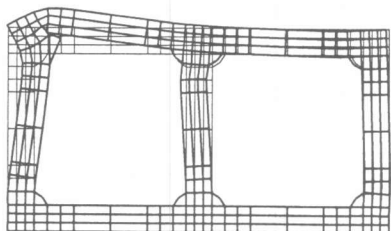
third mode eigenvalue= 581.6

図-5 Bifurcation Point直後のモード図(隔壁厚30cm)

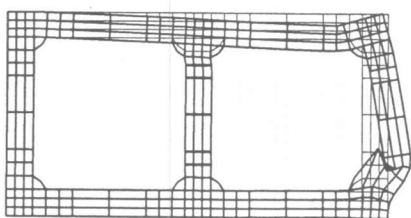
図-6 Bifurcation Point直後のモード図(隔壁厚45cm)



first mode eigenvalue= -0.8

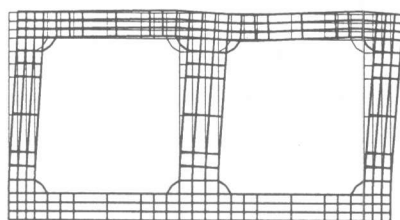


second mode eigenvalue= 669.5

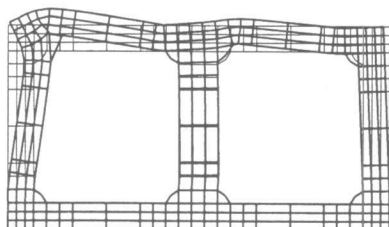


third mode eigenvalue= 1282.0

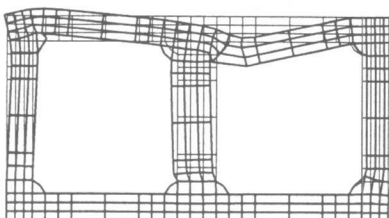
図-7 Bifurcation Point直前の
モード図 (隔壁厚30cm)



first mode eigenvalue= -0.3



second mode eigenvalue= 563.8



third mode eigenvalue= 852.5

図-8 Bifurcation Point直前の
モード図 (隔壁厚45cm)

5. まとめ

ボックスカルバート構造に代表されるような不静定構造物の終局変形挙動を検討する手法として、bifurcation問題に基づいた非線形有限要素解析手法は有効であり、bifurcation pointの具体的評価によって、ポストピーク領域における構造物の破壊位置および破壊モード等を知ることができる。また今後、このような bifurcation問題に基づいた解析手法によって構造物の破壊形態を定量的に評価することにより、構造物の靱性を考慮した耐震設計を可能にするための多くの情報を解析的に得ることができると考えられる。しかしながら、本解析においては、軟化領域における解の要素寸法依存性や、解の発散、振動による求解の困難性などの問題が残されており、これらの点に関しては、今後、より詳細な検討が必要であると考える。

【参考文献】

- [1] Aoyagi, Y・Endo, T: Lateral Deformational Behaviors of Double Box Reinforced Concrete Ducts for Emergency Cooling Water Pipes, Transactions of 10th SMiRT, Vol. H, Los Angeles, 1989, pp. 101~106
- [2] 岡村甫・前川宏一: 鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析, 土木学会論文集, 第360号, V-3, pp. 1~10, 1985. 8
- [3] 山田一字・青柳征夫: ひび割れ面におけるせん断伝達, RC構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム, コンクリート工学協会, pp. 19~28, 1983
- [4] 中村光: コンクリート構造のポストピーク挙動に関する解析的研究, 名古屋大学学位論文, 1992