

# 論文 二重傾斜せん断補強筋柱のせん断耐力に関する研究

蓼原真一\*1・嶋津孝之\*2

要旨：鉄筋組立の合理化のために考案されたダブルスパイラルフープ柱は在来帯筋柱より耐震能力が優れていることが実験には示されているが、解析的な検討は十分になされていない。本論文では極限解析の下界定理を用いてこの様にせん断補強筋が二重に傾斜した場合のせん断耐力について検討している。補強筋の取扱いを容易にするためアーチ・トラス各機構のコンクリート斜材の部材軸とのなす角度を等しくしたモデルを提案し、軸力や主筋の効果を考えない場合の耐力評価式を導き、実験結果と比較した。本評価法は付着破壊型と曲げ破壊型を除き、せん断圧縮破壊型に有効であることを示した。

キーワード：傾斜せん断補強筋、極限解析、下界定理、アーチ機構、トラス機構

## 1. はじめに

鉄筋組立の合理化のために考案されたダブルスパイラルフープ柱は在来帯筋柱より耐震能力が優れていることが実験的に示されている[1]～[4]が、解析的には十分検討されていない。一方に傾斜したせん断補強筋を有する鉄筋コンクリートはりのせん断耐力について、M.P.Nielsenは極限解析の下界定理を用いて検討している[5]。せん断補強筋間の平行間隔を一定にし、部材軸とのなす角度を在来型の $90^\circ$ より小さくすれば、補強量が少ない場合は在来型より耐力が小さくなる問題があるが、補強量が多い場合は在来型より大きくなり、在来型の耐力限界を越えることを示している。この傾斜補強筋を柱に適用するには、地震時の正負繰り返し水平力を考慮して、二方向に配置する必要がある。ダブルスパイラルフープにすれば、二つの傾斜がえられる。負の水平力に対して配置された補強筋は、正の水平力で生じたせん断ひびわれを横切れば、正の水平耐力にも寄与するものと考えられる。そこで、本論文ではせん断補強筋が正負二方向の傾斜を持つ場合のせん断耐力について下界定理を用いて検討している。補強筋の取扱いを容易にするためにアーチ・トラス各機構のコンクリート斜材の部材軸とのなす角度を等しくしたモデルを提案し、軸力や主筋の効果を考えない場合の耐力評価式を導き、実験結果と比較した。

## 2. 解析的アプローチ

### 2.1 下界モデルと解析の仮定

解析対象は、次頁図1(a)に示す逆対称曲げモーメントを受け、部材軸と $\alpha, -\alpha$ の角度をなすせん断補強筋を有する矩形断面柱である。下界モデルは、図1(b)の様にせん断補強筋を介するトラス機構のみの場合と、図1(c)の様に荷重端を直接結ぶコンクリート斜材からなるアーチ機構がトラス機構と共に存在する場合を検討する。前者はせん断補強筋量が多いかまたはせん断スパン比が比較的大きい場合である。アーチとトラス各機構のコンクリート応力の重複を防ぎ、二傾斜を持つ補強筋の取扱いを容易にするために、各機構のコンクリート斜材の部材軸とのなす角度を $\theta$ と等しく置く。したがって $\theta$ はせん断補強筋量で変化する。その他以下の仮定を設ける。

\*1 長崎大学助教授 工学部構造工学科, 工博(正会員)

\*2 広島大学教授 工学部第四類, 工博(正会員)

(1) トラスとアーチ各機構のコンクリート斜材応力は圧縮を正とし、引張りを無視する。

(2) 一様なコンクリート圧縮応力場を仮定し、圧縮強度  $\sigma_B$  にNielsen[5]提案の有効強度係数  $\nu (= 0.7 - \sigma_B / 2000, \sigma_B \text{ 単位: kgf/cm}^2)$  を導入する。

(3) 軸筋は無限に強く降伏しないものと仮定し、軸力や主筋の効果を考えない。

(4) せん断補強筋は一様分布を仮定する。補強筋応力は引張りを正とし、圧縮は無視する。

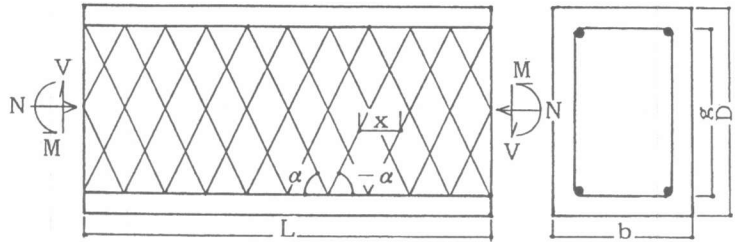
(5) 軸筋における付着破壊、ダボ作用、骨材のかみ合せによるせん断伝達は考慮しない。

## 2.2 アーチ機構によるせん断耐力 $V_A$

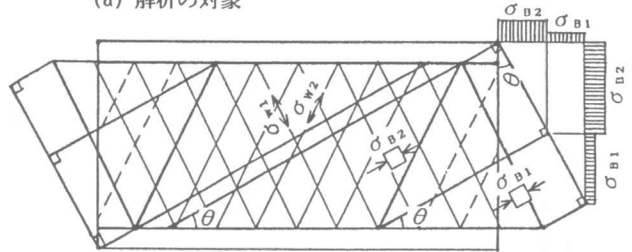
アーチ斜材応力を  $\sigma_A = \nu \sigma_B$  とし、 $\eta_A = \sigma_A / \nu \sigma_B = 1, V_0 = \nu \sigma_B b g, V_A = V_A / V_0, \lambda = L/D, D_1 = D/g, S(\theta) = \sin^2 \theta$  と置けば、 $V_A$  は図1(c)から幾何学的に式(1)の様求められる。また前節(3)の仮定のもとで式(1)は  $\theta = \theta_0$  ( $\tan \theta_0 = \sqrt{(\lambda^2 + 1) - \lambda}$ ) で式(2)の極値を持つ。

$$V_A(\theta) = D_1 (\cot \theta - \lambda) S(\theta) \quad (1)$$

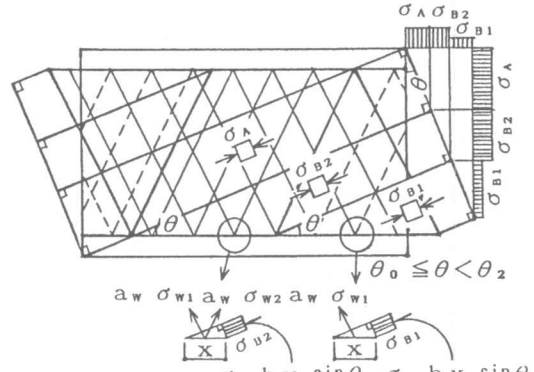
$$V_A(\theta_0) = D_1 / 2 \cdot \tan \theta_0 \quad (2)$$



(a) 解析の対象



(b) トラス機構  $\theta \geq \theta_2$



(c) トラス機構+アーチ機構

図1 解析モデル

式(1)で  $V_A \geq 0$  の条件は  $\cot \theta \geq \lambda$  (または  $\theta \leq \theta_2 (= \cot^{-1} \lambda)$ ) である。  $\lambda \geq 0$  から  $\theta_2 \leq 90^\circ$ ,  $\theta_0 = \theta_2 / 2 \leq 45^\circ$  である。また、式(2)からせん断補強筋がある場合、 $\theta \geq \theta_0$  で考えればよいことになる。

## 2.3 トラス機構のみによるせん断耐力 $V_B (= V_{B2} + V_{B1})$

$\alpha, -\alpha$  両補強筋を介するトラス機構のコンクリート応力を  $\sigma_{B2}$ , 負担せん断力を  $V_{B2}$  とし、 $\alpha$  補強筋のみを介するトラス機構のコンクリート応力を  $\sigma_{B1}$ , 負担せん断力を  $V_{B1}$  とする。  $V_{B2}, V_{B1}, V_B$  を  $V_0$  で除したものを  $v_{B2}, v_{B1}, v_B$  と置き、 $\sigma_{B2}, \sigma_{B1}$  を  $\nu \sigma_B$  で除したものを  $\eta_{B2}, \eta_{B1}$  と置く。以下では  $v_{B2}$  が存在する一般的な場合 ( $v_B = v_{B2} + v_{B1}$ ) を検討し、 $v_B = v_{B1}$  で  $v_{B2}$  のない場合は省略する。  $v_{B2}$  は図1(b)から幾何学的に式(3)の様求められる。

$$v_B = (\eta_{B2} (\cot \theta - \cot \alpha) + 2\eta_{B1} \cot \alpha) S(\theta) \quad (3)$$

$v_{B2} \geq 0$  の条件から  $\theta \leq \alpha$  である。 $\alpha, -\alpha$  補強筋の応力を  $\sigma_{w1}, \sigma_{w2}$  ( $\sigma_{w1} \geq \sigma_{w2}$ ), 各補強筋間隔 (図1(a)参照) を  $x$ , 各補強筋断面積を同一の  $a_w$  とし,  $\eta_{w1} = \sigma_{w1} / \sigma_{wy}$  ( $\sigma_{wy}$ : 降伏点),  $\eta_{w2} = \sigma_{w2} / \sigma_{wy}$ ,  $\psi = (a_w \sigma_{wy} / \nu \sigma_B b x) \sin \alpha$  と置けば,  $\eta_{B2}, \eta_{B1}$  と  $\eta_{w1}, \eta_{w2}$  の関係は, 区間  $x$  における部材軸と直交する方向の力の釣合いから, 次の様になる。

$$\eta_{B2} = (\eta_{w1} + \eta_{w2}) \psi / S(\theta) \quad (4)$$

$$\eta_{B1} = \eta_{w1} \psi / S(\theta) \quad (5)$$

ここで,  $\eta_{B2} = 1$  を示す。 $\psi, \eta_{w1}, \eta_{w2}$  を固定すれば,  $v_B$  は  $\theta$  による微分 ( $= -\eta_{B2}$ ) が負になる。すなわち  $\theta$  が小さくなるほど  $v_B$  は大きくなる。同時に, 式(4) から,  $\eta_{B2}$  も大きくなる。しかし  $\eta_{B2} \leq 1$  であるから,  $\eta_{B2}, \theta$  は式(6) を満足しなければならない。

$$\eta_{B2} = (\eta_{w1} + \eta_{w2}) \psi / S(\theta) = 1 \quad (6)$$

次に  $\eta_{w1}, \eta_{w2}$  の応力状態を以下のように仮定して, 対応する  $\eta_{B1}$  と  $v_B$  を求める。

(1)  $\eta_{w1} = \eta_{w2} = 1$  の場合, 式(6), (5) より  $\eta_{B1} = 1/2, S(\theta) = 2\psi$  となる。これらを式(3) に代入して整理すれば,  $v_B$  は次の様になる。

$$v_B = \sqrt{(1 - 2\psi)2\psi} \quad (7)$$

次の (2) で示す  $\psi_1$  を用いれば, 適用範囲は  $\psi \leq \psi_1$  (この範囲を R1 とする。) になる。

(2)  $\eta_{w1} = 1, 0 \leq \eta_{w2} < 1$  の場合, 式(6), (5) より  $\eta_{B1} = \psi / S(\theta)$  になる。これらを式(3) に代入すれば,  $v_B$  は  $\theta$  により式(8) の様に表すことができるが, これは  $\psi$  にかかわらず  $\theta = \theta_1 (= \alpha/2)$  で極大となるから,  $v_B$  は式(9) の様になる。

$$v_B = (\sin 2\theta - (1 - \cos 2\theta) \cot \alpha) / 2 + 2\psi \cot \alpha \quad (8)$$

$$v_B = 1/2 \cdot \tan \theta_1 + 2\psi \cot \alpha \quad (9)$$

また,  $\theta_1$  は前述の(1) で  $v_{B2}$  が極大となる時の  $\theta$  でもある。この時 ( $\eta_{B1} = 1/2$ ) の  $\psi$  を  $\psi_1 (= S(\theta_1) / 2)$  とすれば,  $\psi_1$  は式(7) の適用範囲 R1 を与える。 $\theta = \theta_1$  では  $\eta_{B1} = \psi / S(\theta_1)$  であるから  $\psi$  を  $\psi_1$  より大きくすれば,  $\eta_{B1}$  は  $1/2$  より大きくなる。しかし  $\eta_{B1} \leq 1$  を満足すべきであるから,  $\eta_{B1} = 1$  の時の  $\psi$  を  $\psi_2 (= S(\theta_1) = 2\psi_1)$  とすれば, 式(9) の適用範囲は  $\psi_1 < \psi \leq \psi_2$  (R2 とする。) になる。ところで式(6), (5) より  $\eta_{w2} = 1/\eta_{B1} - 1$  であるから,  $\psi = \psi_2$  で  $\eta_{w2} = 0$  になる。これは  $-\alpha$  補強筋がない場合と同じになる。

(3)  $\psi > \psi_2$  の場合,  $\eta_{w1} = 1, \eta_{w2} < 0$  とすべきであるが, 2.1節(4) で仮定した様に補強筋の圧縮負担を無視して  $\eta_{w2} = 0$  と置く。したがって式(6), (5) より  $\eta_{B1} = 1, S(\theta) = \psi$  となる。これらを式(3) に代入し式(10) が得られる。これは  $\theta = \theta_M (= 90^\circ - \theta_1)$  で極大値 (式(11)) をとる。この時の  $\psi$  を  $\psi_3 (= S(\theta_M))$  とすれば, 適用範囲は  $\psi_2 < \psi \leq \psi_3$  (R3 とする。) となる。

$$v_B = \cos \theta \sin \theta + \cot \alpha S(\theta) = \sqrt{(1 - \psi) \psi} + \psi \cot \alpha \quad (10)$$

$$v_B = 1/2 \cdot \tan \theta_M \quad (11)$$

(4)  $\psi > \psi_3$  (R4 とする。) の場合, 補強筋の降伏を前提とした式(10)は  $\psi$  について減少関数となるから, 最適な下界は式(11)である。これは補強筋が多量なために降伏せず, コンクリートが先に降伏する場合である。この場合の  $\theta$  は  $\theta_M$  と一定で, 応力は  $\eta_{B1}=1, \eta_{w1} (=S(\theta_M)/\psi) < 1, \eta_{w2}=0$  となる。ところで  $\alpha \leq 90^\circ$  より  $\theta_M \geq 45^\circ$  となるが,  $\theta_0 \leq 45^\circ$  より常に  $\theta_M \geq \theta_0$  となる。また  $\alpha < 90^\circ$  ならば式(11)  $> 0.5$  となるが, これは多量の傾斜型補強筋を用いれば,  $\alpha = 90^\circ$  の在来型補強筋の場合よりせん断耐力限界値を高めうることを意味している。

#### 2. 4 アーチ機構とトラス機構が共存する場合のせん断耐力 V

斜材角度  $\theta$  は 2.3 節で示した  $\psi$  の範囲 R1 ~ R4 に応じて定まるが, 2.2 節で示した様に,  $\theta \leq \theta_2$  ( $\cot \theta \geq \lambda$ ) の場合, アーチ機構が存在する。これをさらに  $\theta \geq \theta_0$  ( $\cot 2\theta \leq \cot 2\theta_0 = \lambda$ ) の場合と  $\theta < \theta_0$  ( $\cot 2\theta < \lambda$ ) の場合に分けて考える。また以下では  $v_{B2}$  が存在する一般的な場合 ( $v = V/V_0 = v_A + v_{B2} + v_{B1}$ ) を検討し, せん断スパン比が極端に小さく  $v_{B2}$  が存在しない場合 ( $v = v_A + v_{B1}$ , または  $v_A$ ) については省略する。

##### 2. 4. 1 $\theta \geq \theta_0$ ( $\cot 2\theta \leq \lambda$ ) の場合

$v$  は図1(c)から幾何学的に次の様に求められる。

$$v = v_A(\theta) + (\eta_{B2}(\cot \theta - \cot \alpha - D_1(\cot \theta - \lambda)) + 2\eta_{B1} \cot \alpha) S(\theta) \quad (12)$$

ただし  $v_{B2} \geq 0$  から  $\cot \alpha \leq \cot \alpha_1 (= \lambda D_1 - (D_1 - 1) \cot \theta)$ , かつ  $\cot \alpha_1 \geq 0$  より  $\lambda \geq \lambda_1 (= (1 - 1/D_1) \cot \theta)$  である。 $\eta_{B2}, \eta_{B1}$  は 2.3 節で示したものと同様に R1 ~ R4 に応じて定まる。R1 ~ R4 では常に  $\eta_{B2} = 1$  より, 式(12)に式(1)を代入すれば,  $\lambda$  の項がなくなり, 式(3)に等しくなる。さらに式(3)は  $\psi$  に応じて次の様になる。R1 で  $v$  は式(7)になる。ただし適用範囲は  $\theta \geq \theta_0$  より  $\psi \geq S(\theta_0)/2$  である。R2 で  $v$  は式(9)になる。R3 で  $v$  は式(10)になるが, 適用範囲は  $\psi \geq S(\theta_0)$  である。また, R4 では  $v$  は式(11)になる。

##### 2. 4. 2 $\theta < \theta_0$ ( $\cot 2\theta < \lambda$ ) の場合

この場合  $\theta$  を 2.2 節の終りで述べたように  $\theta_0$  に置換する。厳密には以下の様に  $\theta = \theta_0$  で  $v$  は極大とならない。式(12)において  $\psi, \eta_{w1}, \eta_{w2}$  を与えて  $\theta$  で微分すれば,  $\theta = \theta_0$  で  $v_A' = v_{B1}' = 0, v_{B2}' = \eta_{B2}(D_1 - 1) > 0$  となるから,  $\theta = \theta_0$  で  $v' > 0$  で  $v$  は極大とならない。しかし, 極値をとる時の  $\theta$  は容易に求められないので,  $\theta$  を  $\theta_0$  に置換して  $v$  を控え目に評価する。したがって  $\eta_{B2}, \eta_{B1}$  と  $v$  は次の様になる。

$$\eta_{B2} = (\eta_{w1} + \eta_{w2}) \psi / S(\theta_0), \eta_{B1} = \eta_{w1} \psi / S(\theta_0) \quad (13)$$

$$v = v_A(\theta_0) + (\eta_{B2}(\cot \theta_0 - \cot \alpha - D_1(\cot \theta_0 - \lambda)) + 2\eta_{B1} \cot \alpha) S(\theta_0) \quad (14)$$

ただし  $\eta_{w1}, \eta_{w2}$  は  $\psi$  に応じて定まり,  $\theta < \theta_0$  より  $\eta_{B2}, \eta_{B1}$  の値は置換前より小さくなる。また  $v_{B2}$  が存在するためには  $v_{B2} \geq 0$  より  $\cot \alpha \leq \cot \alpha_{10} (= \lambda - (D_1 - 1) \sqrt{\lambda^2 + 1})$ , かつ  $\cot \alpha_{10} \geq 0$  より  $\lambda \geq \lambda_{10} (= (D_1 - 1) / \sqrt{D_1(2 - D_1)})$  である必要がある。

(1) R1 では  $\eta_{w1} = \eta_{w2} = 1$  より, 式(13)は  $\eta_{B2} = 2\psi / S(\theta_0), \eta_{B1} = \psi / S(\theta_0)$  となる。これらを式(14)に代入すれば  $v$  は次の様になる。

$$v = v_A (\theta_0) + 2\psi \cot \alpha_{10} \quad (15)$$

ただし上式の適用範囲は  $\eta_{B2} \leq 1, \eta_{B1} \leq 1/2$  から  $\psi \leq S(\theta_0)/2$  である。

(2) R2 ~ R4 ( $\psi > \psi_1$ ) の場合,  $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_m$  であるが,  $\theta < \theta_0$  の条件より, 常に  $\theta_1 < \theta_0$  である。したがって  $\cot \alpha = \cot 2\theta_1 > \cot 2\theta_0 = \cot \theta_2 = \lambda$  (すなわち  $\cot \alpha > \lambda$ ) となるから, 式(14)で  $v_{B2} < -\eta_{B2} (D_1 - 1)(\cot \theta_0 - \lambda) S(\theta_0) < 0$  となり,  $v_{B2}$  は存在しない。そこで  $v$  は  $v_A + v_{B1}$ , または  $v_A$  になるが, 本節初めに述べた様にここでは省略する。

### 3. 二重傾斜帯筋柱のせん断実験と計算値と実験値の比較

#### 3.1 実験概要と実験結果

計算値との比較に用いた筆者らの既往の実験[1] ~ [3] と文献[4] の実験の概要について述べる。試験体はすべて逆対称曲げモーメントを受ける連続はり型式である。前者は  $b \times D$  (g) がすべて  $200 \times 300(220)$  (mm) で 41 体 (二重らせん 23, 一重らせん 5, 在来型 11, 無補強 2) である。ほとんどの試験体の二重らせん筋は主筋と点溶接されている。  $\lambda = 2$  が 19 体, 3 が 22 体,  $\alpha = 90^\circ$  が 11 体,  $82^\circ \sim 87^\circ$  (一重) が 5 体,  $63^\circ \sim 65^\circ$  が 21 体,  $45^\circ$  が 2 体である。  $\sigma_{wy}$  は  $2707 \sim 5630$  kgf/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_B$  は  $173 \sim 231$  kgf/cm<sup>2</sup>,  $\psi$  は  $0 \sim 0.381$  である。文献[4] では  $b \times D$  (g) が  $350 \times 350(220)$  (mm) で 8 体 (二重 4, 在来型 3, 無補強 1) である。  $\lambda$  は 3,  $\alpha = 90^\circ$  が 3 体,  $76^\circ$  (二重) が 4 体である。  $\sigma_{wy}$  は  $3870 \sim 4300$  kgf/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_B$  は  $258 \sim 304$  kgf/cm<sup>2</sup>,  $\psi$  は  $0 \sim 0.193$  である。試験体総数は 49 体である。加力として軸力比 =  $0 \sim 2/3$  の一定軸力と正負定振幅多数回繰返し水平力を与えた。

多くの破壊型はせん断圧縮型であるが, 付着破壊型とみられるものや曲げ破壊型もあった。また, 二重らせん筋柱のひずみ測定結果から 2 節で示したように,  $\psi$  が小さい場合最大耐力時  $\alpha, -\alpha$  補強筋とも引張り降伏し,  $\psi$  が大きい場合は  $\alpha$  補強筋のみ降伏し,  $-\alpha$  補強筋はわずかに圧縮になる傾向がみられた。最大耐力以降の繰返しによる耐力の低下率はらせん筋柱の方が在来筋柱に比べて小さかった。しかし, 二重らせん筋柱で主筋と溶接してないものは, せん断ひびわれ後変形が著しく増大し, 耐力は溶接を施した場合の 8 割程度であった。また, 同一の  $\psi$  でも, らせん筋を細く密に巻いたものはひびわれ後の変形が小さく, 最大耐力やそれ以降の耐力低下は太いものを粗く巻いたものとはほぼ同じ傾向を示した。また  $\alpha$  を  $45^\circ$  としたものは,  $65^\circ$  としたものとはほぼ同一耐力であるが, 軸力比が  $1/3$  の場合, 最大耐力以降の耐力低下が著しかった。

#### 3.2 計算値と実験値との比較

一重らせん筋柱の  $\psi$  についても部材の表裏でらせん筋の傾斜が異なることから, 二重らせんと同様に扱った。在来帯筋柱の  $\psi$  は  $\alpha$  が  $90^\circ$  となるので通常の  $1/2$  となる。計算結果は, ほとんどがトラス機構のみで,  $\psi$  が 0 か小さい場合と,  $\alpha$  が  $45^\circ$  の場合にアーチ機構が形成された。また,  $\theta$  の最小値は  $\psi = 0$  でアーチ機構のみの約  $9^\circ$  であった。  $\theta$  の最大値は約  $38^\circ$  で,  $30^\circ$  前後が最も多かった。  $\psi$  の範囲は R1 が最も多く, R2, R3 が続き, R4 はなかった。

図2 は横軸を計算値, 縦軸を実験値としてプロットしたものである。一部曲げ破壊したもの付着破壊または付着ひびわれの顕著なものは実験値が計算値をかなり下回っている。これらを除けば, 補強筋の形式や軸力の有無にかかわらず, 計算値と実験値はよい対応をしている。その中で, 計算値, 実験値とも在来型の限界値 ( $v$  で 0.5) を越えたものがあるが, これらは高強度の二重らせん筋を多量に用いたものである。これは 2.3 節の終りに述べたことを裏付けるものである。た

ただし $\psi=0$ の場合、実験値が計算値をかなり上回っている。このせん断伝達機構は図1(c)で一軸斜材部分のみからなる。コンクリート強度有効係数 $\nu$ は本来一様でない応力状態を一様であると仮定するために導入されたものであるが、一軸斜材のみからなる場合の応力分布を一軸強度試験の場合と同様、初めから一様であると考えれば、 $\nu$ は1となる。 $\nu$ が1ならば、実験値/計算値は1.51, 1.73, 2.07が0.91, 1.04, 1.17とかなりよくなる。二重らせん筋の多くの実験値が計算値を上回っており、在来型と一重らせん筋は下回るものが多い。また、計算値は付着破壊を考えていないので、二重らせん筋でも付着破壊したものは実験値が大幅に低い。

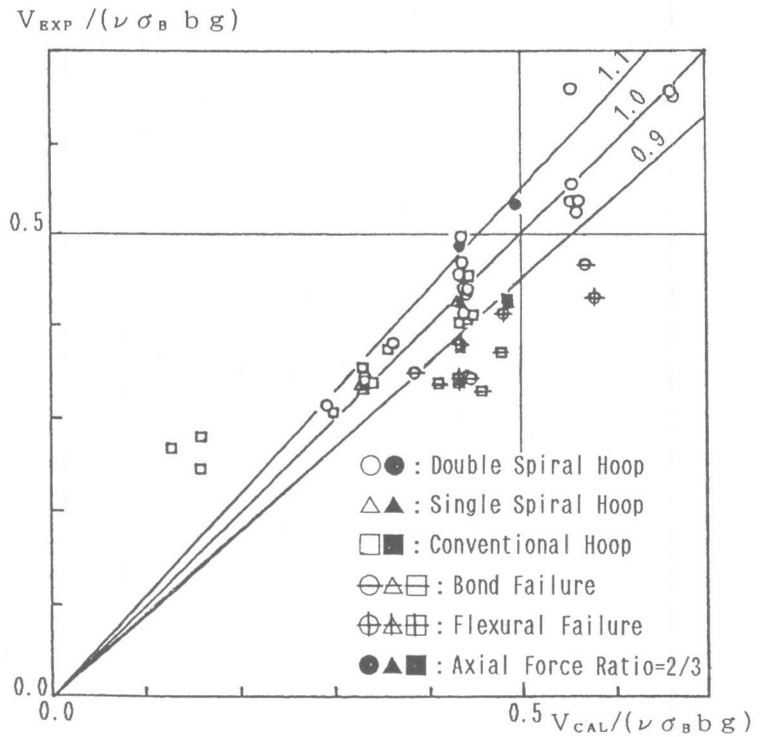


図2 せん断耐力計算値と実験値の比較

#### 4. 結論

##### 二重らせん帯筋柱の実

験結果に、下界定理を用いて導いたせん断耐力評価式を適用した結果、評価の対象としたせん断圧縮破壊型に対して本評価式の有効性を示した。特に、二重傾斜補強筋を多量に用いた場合、せん断耐力が在来型の限界値 ( $\nu$ で0.5)を越えうることが、実験的にも解析的にも裏付けられた。ただし、評価対象外の付着破壊や曲げ破壊したものは、実験値が計算値を下回った。

#### 参考文献

- 1) 鳴津孝之ほか：ダブルスパイラルフープ柱の実験的研究(その1)-(その3), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1343-1348, 1974. 10
- 2) 鳴津孝之ほか：ダブルスパイラルフープ柱の実験的研究(その4)-(その7), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1097-1104, 1975. 10
- 3) 鳴津孝之ほか：シングルスパイラルフープ, ダブルスパイラルフープ及び在来フープを使用した各柱の耐震性に関する比較実験(その1)-(その3), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1565-1570, 1977. 10
- 4) 井阪敏文ほか：ダブルスパイラルフープを用いた組立鉄筋コンクリート構造に関する実験的研究(その2), 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp. 1575-1576, 1977. 10
- 5) M.P.Nielsen : LIMIT ANALYSIS AND CONCRETE PLASTICITY, Prentice Hall Inc., p.227, 1984