論文　局所挙動を考慮したコンクリートはりの有限要素解析に関する基礎的研究

土橋文彦*1・河村幸典*2・中村光*3・桧貝勇*4

要旨：ひびわれ等の不連続面発生後の局所化メカニズムが、コンクリート構造物全体の挙動に及ぼす影響を検討するための基礎的段階として、局所化挙動を考慮できる有限要素法について考察を行なった。この有限要素解析をコンクリートはりに適用した結果、要素寸法依存性を軽減させることが可能となることを示した。また、せん断挙動が卓越するＲＣはりに対し、局所化領域幅が、構造物の挙動に及ぼす影響について考察を行った。

キーワード：不連続面、局所挙動、局所化領域幅、有限要素法

1．はじめに

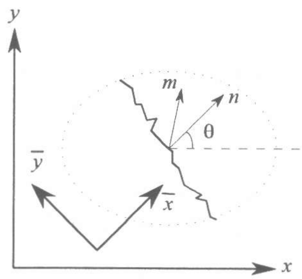
コンクリート構造物の変形挙動は、コンクリートの不安定な材料特性のために、ひび割れ・圧縮破壊領域等の局所的な挙動に多くの場合支配される。しかしながら、従来はこれらの局所的な挙動を系統的に取り扱える手法が不十分であったことから、解析的評価は構造全体の平均化した挙動について主に行われ、局所的メカニズムの評価は行われてこなかった。しかし近年、様々な手法により、局所挙動を構造全体の挙動へと系統的に取り扱える可能性が示されており、コンクリートの破壊挙動に対する局所的な挙動の影響についても検討がなされるようになってきた[1]。

そこで本研究では、不連続面発生後に生じる局所的な挙動が、全体挙動に及ぼす影響を明らかにすることを目的とし、その基礎的研究として、局所化挙動を考慮できる有限要素解析をコンクリートはりに対し適用した場合の各種影響について検討を行った。

2．局所化領域を持つコンクリート要素に対する有限要素法

コンクリート構造の破壊に対して、著者ら［2]は、不連続面発生後の局所挙動を検討するためのパラメータについて考察を行い、不連続面発生後の挙動を考慮した解析の可能性を示している。

そこで本研究では、要素内部に局所化領域をもつ有限要素[3]をコンクリートに適用した時の性質を調べ、局所化挙動が構造物全体の挙動に及ぼす影響について考察を行った。



図－1　不連続面

2．1　局所化領域を持つ有限要素の定式化

図－1に示すように、x軸に対し角度θをなすnを法線ベクトルとする不連続面が生じている状態を考える。この時、不連続面におけるひずみのjump量は、次式で定義される[4]。

*1　山梨大学大学院　工学研究科土木環境工学専攻　（正会員）
*2　山梨大学大学院　工学研究科土木環境工学専攻　（正会員）
*3　山梨大学助教授　工学部土木環境工学科　工博　（正会員）
*4　山梨大学教授　工学部土木環境工学科　工博　（正会員）

$$\|\varepsilon_{ij}\| = \frac{1}{2}\alpha\left(m_i n_j + m_j n_i\right) \tag{1}$$

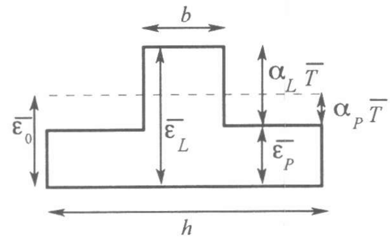
ここで、αはスカラーであり、mは不連続面の挙動を表す単位ベクトルである。

図－１に対し、不連続面方向と一致するように、 $\bar{x}-\bar{y}$座標系を仮定し、この座標系に関する不連続面の挙動を考える。この時$\bar{x}-\bar{y}$座標系に対するひずみのjump量は、

$$\|\bar{\varepsilon}\| = \alpha\bar{T} \tag{2}$$

ここで、$\bar{T} = \left[\bar{m}_1 \quad 0 \quad \bar{m}_2\right]^T$、上付きのバーは、$\bar{x}-\bar{y}$座標系におけるひずみおよびベクトル量と定義する。

不連続面直交方向のひずみ分布の概念を図－２に示す。図中、hは要素の幅、bが局所化する領域の幅である。また、$\bar{\varepsilon}_L, \bar{\varepsilon}_P, \bar{\varepsilon}_0$はそれぞれ局所化領域、非局所化領域、要素内の平均化したひずみである。図－２に従えば、局所化領域および非局所化領域のひずみは、次式のように表される。



図－２　不連続面直交方向のひずみの概念

$$\bar{\varepsilon}_L = \bar{\varepsilon}_0 - \alpha_P \cdot \bar{T} + \alpha_L \cdot \bar{T} \tag{3}$$

$$\bar{\varepsilon}_P = \bar{\varepsilon}_0 - \alpha_P \cdot \bar{T} \tag{4}$$

ここで、$\alpha_L = \frac{h}{b}\alpha_P$、局所化領域での応力－ひずみマトリクスを$\left[\overline{D_L}\right]$、非局所化領域での応力－ひずみマトリクスを$\left[\overline{D_P}\right]$と定義して、$\bar{x}-\bar{y}$方向の力の釣り合いを考えれば、最終的に以下の式が導かれる。

$$\left(\overline{D}_L - \overline{D}_P\right)\bar{\varepsilon}_0 + \left(\left(\frac{h}{b}-1\right)D_L + D_P\right)\alpha_P \bar{T}\bar{T}^T \bar{\varepsilon}_0 = \left[\bar{\sigma}\right] \tag{5}$$

左辺は、不連続面での応力差であるので、不連続面直交方向の直応力とせん断力の力の釣り合いより、$\left[\bar{\sigma}\right]^T = \{0 \quad \bar{\sigma} \quad 0\}$が成立する。(5)式を不連続面の方向$n$について解くことにより、$\alpha_L$、$\alpha_P$、$\bar{m}$を求めることができ、これを(3)、(4)式に代入することで、不連続な局所化領域幅を考慮した、局所化、非局所化領域のひずみが求まる。このようにして求めたそれぞれの領域のひずみを用いれば、局所化挙動を考慮できる有限要素法の定式化が以下のように可能になる。

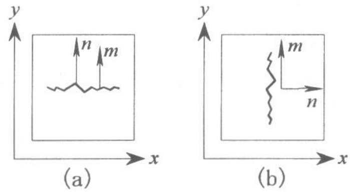
$x-y$座標で定義される、局所化領域、非局所化領域のひずみは、要素内で平均化したひずみを$\Delta\varepsilon_0 = B\Delta d$とすれば、次式で表される。

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon_L = (I + (\alpha_L - \alpha_P)TT^T)B\Delta d \\ \Delta\varepsilon_P = (I - \alpha_P TT^T)B\Delta d \end{cases} \tag{6}$$

ここで、$T=\hat{T}/\|\hat{T}\|$、$\hat{T}^T=(m_1n_1, m_2n_2, m_1n_2+m_2n_1)$、$\alpha_L, \alpha_P$は局所化領域、非局所化領域のひずみの大きさを表すスカラーである。したがって、局所化領域、非局所化領域での形状マトリクスをそれぞれB_L, B_pと定義すれば、剛性マトリクスは(7)式となる。また、局所化領域、非局所化領域に生じる応力をσ_L, σ_Pと定義すれば内力は(8)式のように表される。

$$K=\sum\left[\frac{b}{h}B_L^T D_L B_L+\left(1-\frac{b}{h}\right)B_P^T D_P B_P\right]jw \tag{7}$$

$$f^{\mathrm{int}}=\sum\left[\frac{b}{h}B_L^T\sigma_L+\left(1-\frac{b}{h}\right)B_P^T\sigma_P\right]jw \tag{8}$$



図－３　不連続面挙動

ここでjはJacobian行列式、wは求積点の重みである。

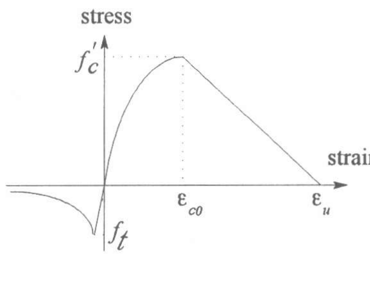
２．２　不連続面の挙動

不連続面の挙動の検討は、前節に示した不連続面の法線ベクトルnと、不連続面の挙動を表すベクトルmのなす角度を調べることで行うことができる。そこで、nとmのなす角度が端的な場合についてその挙動を説明する。今、図－３(a)のようにnとmが平行になる時を考える。このとき(6)式より、局所化領域、非局所化領域のひずみは不連続面直交方向の軸ひずみのみが、平均化したひずみ$\Delta\varepsilon_0$と異なる結果となる。したがって、局所化挙動は、不連続面直交方向のみに考慮される(splitting mode)。一方、図－３(b)のようにnとmが垂直になるときは、平均化したひずみに対し不連続面に生じるせん断ひずみのみに局所化挙動が考慮され、不連続面は純せん断状態とみなせるようになる(shear mode)。このような端的な角度をなさない場合は２つの挙動が混合されたものとなる。このようにしてnとmの角度を調べることで本方法では splitting modeから shear modeに至る不連続面の挙動を明らかにすることができる。

３．解析概要

３．１　材料モデル

コンクリートの応力－ひずみ関係は図－４に示すように、圧縮応力下では最大圧縮応力下までは、応力とひずみの関係は２次式で、最大圧縮強度以降は直線的に応力が低下していくと仮定した。引張応力下においては、応力は$2f_c'/\varepsilon_{co}$の傾きで直線的に引張強度まで増加し、引張強度以降は、応力が零に漸近していく岡村・前川モデル [5]を用いた。岡村・前川モデルは、鉄筋とコンクリートの付着作用によるテンションスティフニング効果に対するモデルであるが、軟化型の構成則の１つの数値計算例として、以下の解析ではコンクリート要素にも適用することとする。せん断剛性に関しては山田・青柳モデル [6]を用いた。一方、鉄筋の応力－ひずみ関係はbi-linear型を仮定した。なお解析に用いた材料定数として、コンクリートに対しては、$f_c'=264kgf/cm^2$、$f_t=27kgf/cm^2$、$\varepsilon_{co}=-0.002$、$\varepsilon_u=-0.01$、鉄筋に対しては、降伏強度 $3540kgf/cm^2$、ヤング係数$1.87\times10^6 kgf/cm^2$、を用いた。



図－４　コンクリートの応力－ひずみ関係

３．２　解析手順

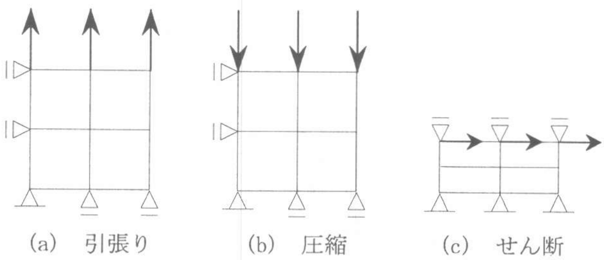
本解析では、最大荷重後の挙動も検討するため、変位増分法により解析を行い、Newton-Raphson法に従って、不平衡力がある収束判定条件を満足するまで繰り返し計算を行った。不連続面発生後の取り扱いについては、ひとたび発生した不連続面は、不連続面発生時の方向を保つとし、その不連続面は消えないとした。

本手法の特徴は、不連続面発生後、要素内に任意に設定した局所化領域幅と局所化領域、非局所化領域の応力－ひずみマトリクスに依存したパラメータを導き、要素剛性、内力の評価を行う点である。そのため、不連続面の挙動は応力－ひずみマトリクスに大きく依存する結果となる。本解析で用いた応力－ひずみマトリクスとしては、引張応力下で不連続面が入った要素では、その挙動が不連続面方向にのみ依存すると仮定したものを、また圧縮応力下に対しては、Darwinらが提案した直交異方性材料に対するものを用いた。また、剛性の評価としては、常に材料モデルの接線剛性で行った。

３．３　要素レベルでの局所化挙動

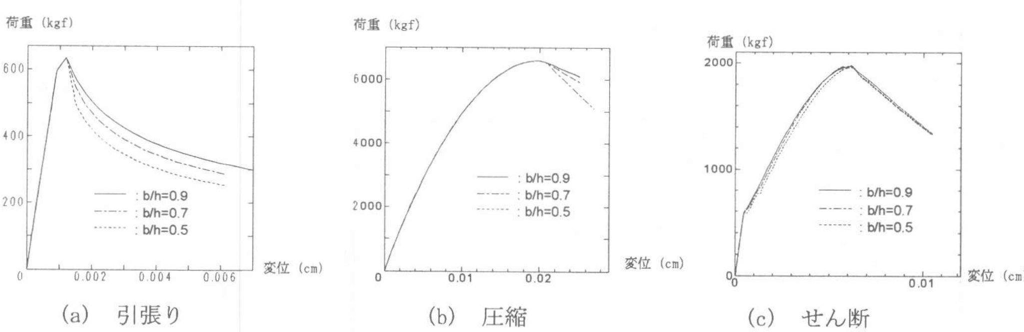
図－５に示すような、単純な要素に引張力、圧縮力、せん断力が作用する場合を考え、局所化領域を考慮した本手法の特徴について検討を行う。図中、(a)(高さ10cm、奥行き10cm、幅10cm)は、単純引張りを、(b)(高さ10cm、奥行き10cm、幅10cm)は単純圧縮を、(c)(高さ2cm、奥行き10cm、幅10cm)はせん断力を受ける場合に対応する。また図－６には、それぞれのケースに対し、局所化領域幅を変化させた場合に得られた載荷点位置での荷重－変位関係を示す。

単純引張、単純圧縮を受ける場合については、不連続面は最大荷重時に生じ、その後荷重低下域で局所化領域幅の影響が見られる。また、その影響は局所化領域幅が小さくなるほど、より脆性的な挙動を示すようになる。この時の不連続面の性状($\boldsymbol{n}$と$\boldsymbol{m}$のなす角度) は、splitting modeであった。



図－５　解析モデル

一方(c)のせん断力を受ける場合は、不連続面発生後、局所化領域幅により荷重－変位関係に若干の相違は見られるものの、その程度は非常に小さいものであった。この時の不連続面の性状としては、いずれのケースにおいても、かなりshear modeが卓越する挙動を示したものである。このことは、今回の



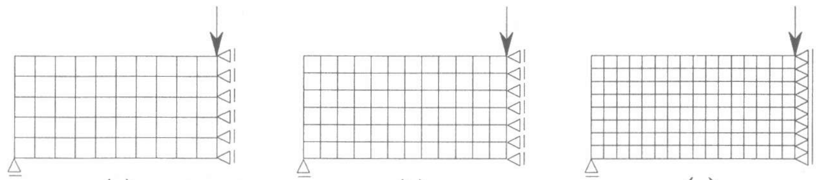
図－６　荷重－変位関係

解析では、せん断挙動が卓越する場合に、構造物の変形挙動は局所化領域幅に依存しないことを意味する。この理由としては、今回用いたせん断剛性モデルが、軟化挙動を持たないことが第一の原因と考えられる。

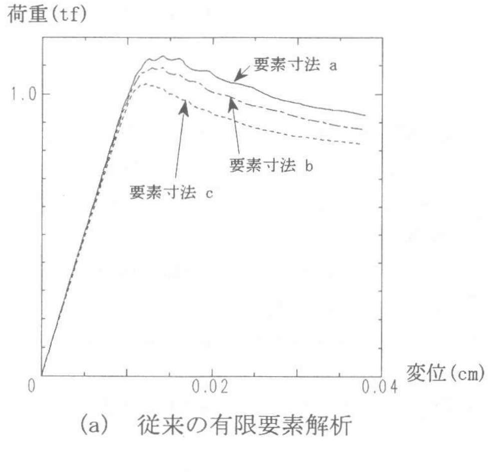
4. コンクリートはりへの適用

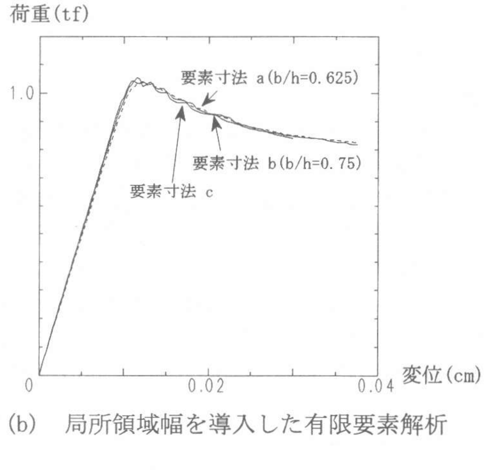
4．1　要素寸法と局所化領域幅の関係

一般にコンクリートのようなひずみ軟化材料に有限要素解析を適用したとき、要素分割の影響は大きく、解析で得られた結果について、その影響の程度を検討しなくてはならない。そこで、図－7に示すように、3通りの要素分割を行った無筋コンクリートはり（断面24×10cm、せん断スパン比 2.0）に対する解析を行った。解析結果を図－8に示す。図－8(a)は、従来の有限要素解析を用いた結果である。この場合、明らかに要素寸法の違いが、結果に影響を及ぼしていることが分かる。一方図－8(b)は、局所化領域を考慮した本手法において、(a)、(b)の各要素内に図－7(c)の要素幅と等しい局所化領域を設定して行った場合の解析結果である。この時、荷重変位曲線の形、最大耐力はほぼ同一のものとなり、要素寸法が異なる場合に、要素内に等しい局所化領域幅を設定できる本手法を用いることで要素分割の影響が軽減されることが確かめられた。これは、要素寸法とは別に任意に局所化領域幅を設定することで、エネルギーを要素ではなく局所化領域内で全て吸収することが可能になるためである。



図－7　要素寸法と局所化領域幅の関係に関する要素分割

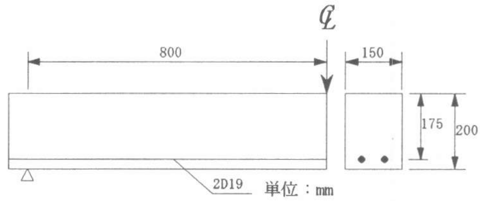




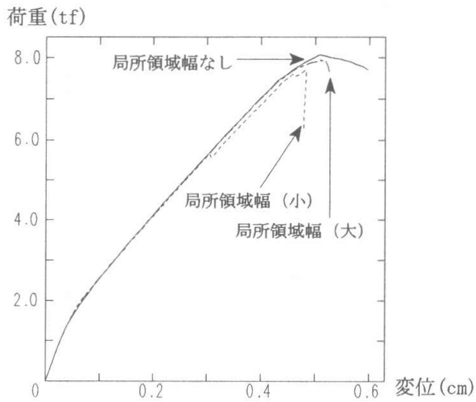
図－8　要素寸法に関する解析結果の荷重変位曲線

４．２　ＲＣはりの局所挙動

解析に用いたモデルの概要を図－９に示す。モデルは、せん断補強鉄筋がなく、せん断スパン比が4.0のはりに中央集中載荷することを想定した。解析より得られた荷重－変位関係を図－10に示す。図中実線が局所化領域を考慮しない従来の有限要素解析の結果を、破線が局所化領域幅を要素寸法の0.6に設定した場合の結果を、点線がb/h=0.4と設定した場合の結果を示している。不連続面は、荷重が約2tf から徐々に、下面から現れてくるが、不連続面発生後の局所化領域幅の影響は、荷重増加領域では、ほとんど現れてこない。これは、3.3節で述べたように、今回対象としたはりでは、不連続面の挙動（nとmのなす角度）が多くの箇所でshear modeに近い挙動を示していたためと考えられる。しかしながら、局所化領域幅の影響は、最大荷重ならびに最大荷重以降の挙動に顕著に現れている。すなわち、局所化領域幅が小さくなればなるほど（破壊の局在化）、最大荷重は低下し、その後、構造物がより脆性的な挙動を示すようになる。



図－９　供試体概要



図－10　荷重－変位関係

５．まとめ

(1)　局所化挙動を考慮できる有限要素法について考察を行い、本手法の特徴について検討を行った。

(2)　本解析手法では、要素寸法とは別に局所化領域幅を設定することで、要素寸法に依存しない解を得ることができる。

(3)　せん断モードが卓越する場合、今回用いた構成則では、局所化領域の影響は必ずしも明確には現れない。

参考文献

[1]内田祐市、六郷恵哲、小柳　洽：仮想ひびわれモデルを組み込んだ分布ひびわれモデルによるコンクリートのひびわれの有限要素解析，土木学会論文集，No.466/V-19,pp.79～88,1993.5

[2]河村幸典、中村　光、檜貝　勇：鉄筋コンクリートはりの構造不安定と局所不安定に関する解析的研究，コンクリート工学年次論文報告集，1994,Vol.16,No.2,pp.353～358

[3]Ted Belytschko,Jacob Fish and Bruce E.Engelmann:A Finite Element with Embedded Localization Zones,Comp.Meth.Appl.Mech.Engr.,Vol.70(1988),pp.59～89

[4]M.Ortiz,Y.Leroy and A.Needlman:A Finite Element Method for Localization Failure Analysis,Comp.Meth.Appl.Mech.Engr.,Vol.61(1987),pp.189～224

[5]岡村　甫、前川宏一：鉄筋コンクリートにおける非線形有限要素解析，土木学会論文集，No.360/V-3,pp.1～10,1985.

[6]山田一宇、青柳征夫：ひびわれ面におけるせん断伝達、ＲＣ構造のせん断問題に対する解析的研究に関するコロキウム,コンクリート工学協会，19～28，1993.