

論文 埋め込み鉄筋モデルを用いた鉄筋コンクリートはりの非線形有限要素解析

黒田一郎^{*1}・太田俊昭^{*2}・日野伸一^{*3}・石橋宏典^{*4}

要旨：本研究は、コンクリート要素内の任意の位置に鉄筋などの補強材の配置を考慮できる埋め込み鉄筋モデルを拡張し、多数の補強鉄筋や炭素繊維ネットを有するコンクリート部材の非線形有限要素解析への適用を試みるものである。本モデルを用いた解析結果と既往の実験結果を比較することにより、本解析法の有用性について検討する。

キーワード：埋め込み鉄筋モデル、非線形有限要素解析

1. まえがき

コンクリート構造物の材料非線形性を考慮した弾塑性有限要素解析についての研究は従来から多くなされてきた。これらの研究のほとんどは、コンクリート中の鉄筋などの補強材のモデル化に、離散鉄筋モデルが用いられている。この離散鉄筋モデルでは、コンクリート中の補強材は、コンクリート要素の辺上のみ配置されており、かつ、その端点は必ず節점에結び付いていなければならない(図-1)。そのため、要素分割はコンクリート中の補強材配置の制約を受け、複雑に補強材が配置されている部位では要素数が極端に増加したり、いびつな形状の要素の採用を余儀なくされるといった不都合が生じ、要素分割作業は極めて困難となる。

そこで本研究では、要素分割が簡便にでき、要素数や節点数の低減が大幅に可能となる埋め込み鉄筋モデル[1]に着目し、配筋の複雑な鉄筋コンクリートや炭素繊維ネットで補強されたコンクリート構造物の弾塑性有限要素解析への適用を試みるものである。

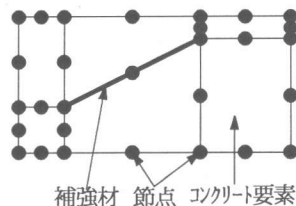


図-1 離散鉄筋モデル

2. 解析方法

2. 1 埋め込み鉄筋モデル

埋め込み鉄筋モデルでは、コンクリート要素内の任意の位置に補強材を挿入することが可能であり、その補強材の端点はどの節点にも結び付いている必要がない(図-2)。この埋め込み鉄筋モデルを採用することによって要素分割は補強材の配置に依らず自由に、簡便に行なうことが可能となる。

以下に、埋め込み鉄筋モデルを用いた解析法の概略について述べる。

コンクリートをモデル化するために広く用いられている四

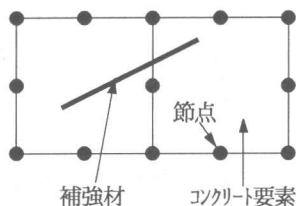


図-2 埋め込み鉄筋モデル

*1 九州大学助手 工学部建設都市工学科、工博(正会員)
 *2 九州大学教授 工学部建設都市工学科、工博(正会員)
 *3 九州大学助教授 工学部建設都市工学科、工博(正会員)
 *4 九州大学大学院 工学研究科土木工学専攻

辺形要素(図-3)の剛性マトリックス $[K_C]$ は、一般に次式で表わされる。

$$[K_C] = \int_{V_e} [B]^T [D_C] [B] dV \quad (1)$$

ここで、 V_e は要素の領域である。また、マトリックス $[D_C]$ はコンクリートの応力とひずみを関係付けるマトリックス、 $[B]$ は節点変位とひずみを関係付けるマトリックスであり、図-3に示す2次元8節点アイソパラメトリック要素では、

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial x} & 0 & \cdots & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & \cdots & \frac{\partial N_s}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & 0 & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \cdots & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \cdots & 0 & \frac{\partial N_s}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \frac{\partial N_2}{\partial y} & \frac{\partial N_2}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & \cdots & \frac{\partial N_s}{\partial y} & \frac{\partial N_s}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (2)$$

となる。ここで、式(2)中の N_i は、図-3の節点 i ($i=1\sim 8$)の形状関数である。

鉄筋などの補強材が埋め込まれたコンクリート要素の剛性マトリックス $[K_E]$ は、式(1)で表わされるコンクリート自体の剛性マトリックス $[K_C]$ に、コンクリート要素中に埋め込まれている補強材 j ($j=1\sim m$)の剛性マトリックス $[K_S]_j$ を加えた和として次式で表わされる。

$$[K_E] = [K_C] + \sum_{j=1}^m [K_S]_j \quad (\text{ここに、} m : \text{要素内の補強材の数}) \quad (3)$$

式(3)中の、補強材 j の剛性マトリックス $[K_S]_j$ は次式で表わされる。

$$[K_S]_j = \int_{L_j} [B]^T \{T\}_j \{T\}_j [B] A_j E_{S_j} dL \quad (4)$$

式(4)中のマトリックス $[B]$ は、式(2)に示すものと同じである。すなわち、埋め込み鉄筋モデルでは、補強材の形状関数は埋め込まれたコンクリート要素の形状関数をそのまま用いることになる。ここで、式(4)中の A_j 、 E_{S_j} および L_j はそれぞれ補強材 j の断面積、弾性係数(塑性時はゼロ)および全長である。また、ベクトル $\{T\}_j$ は補強材 j の方向余弦を含むベクトルであり、補強材 j の x 軸とのなす角 ϕ_j を用いて、

$$\{T\}_j = \{\cos^2 \phi_j \quad \sin^2 \phi_j \quad \cos \phi_j \cdot \sin \phi_j\} \quad (5)$$

と表わされる。近年多く研究が進められている分布鉄筋モデルでは補強材は要素内に一様に分布していると仮定している。しかし埋め込み鉄筋モデルでは式(4)に示すように補強材の剛性マトリックスの積分範囲は一本一本の補強材の全長に沿った線積分であり、つまり、補強材の剛性マトリックスは補強材一本一本の要素内での位置および方向を考慮して求められることになる。

2. 2 非線形解析法

本解析では、コンクリートのひび割れや鉄筋の降伏などの材料非線形性の影響を考慮する。以下にその概要について述べる。

コンクリートの応力-ひずみ関係は図-4に示すようにモデル化する。圧縮域においては、応

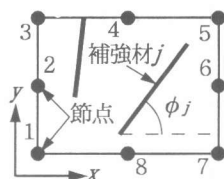


図-3
2次元8節点要素
と埋め込み鉄筋モデル

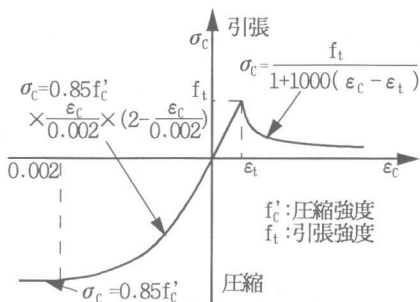


図-4 コンクリートの応力-ひずみ関係

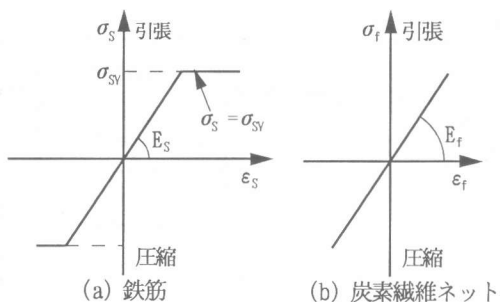


図-5 補強材の応力-ひずみ関係

カーひずみ関係はコンクリート標準示方書[2]に示される応力-ひずみ関係を用いる。引張域では、ひび割れ発生後のテンションステイフニング曲線として、

$$\sigma_c = \frac{f_t}{1 + 1000(\varepsilon_c - \varepsilon_t)} \quad (6)$$

を用いる[3]。ここで、 σ_c 、 ε_c 、 ε_t および f_t はそれぞれ、コンクリートの応力、ひずみ、ひび割れ発生時のひずみおよび引張強度を表わす。コンクリートのひび割れモデルとして要素内に一様にひび割れが分布する分散ひび割れモデル[1]を採用する。

また、鉄筋および炭素繊維補強材は図-5に示すような完全弾塑性型および完全弾性型の応力-ひずみ関係でモデル化し、補強材とコンクリートの付着は完全と仮定して両者間のすべりについては無視した。

なお本解析では、コンクリートのひび割れ発生およびその後の終局状態以前の変形性状に主眼をおくため、材料の破壊条件については考慮していない。

3. 解析例および考察

埋め込み鉄筋モデルを適用した非線形有限要素解析法の有用性を確かめるために、既往の実験による鉄筋や炭素繊維ネットでせん断補強されたコンクリートはりについて、実験結果と解析結果の比較検討を行なう。

3.1 スターラップでせん断補強されたRCはり

解析対象のRCはりを図-6に示す。これらは池田ら[4]によって載荷実験に供されたスターラップの有無による2種類のRCはりである。

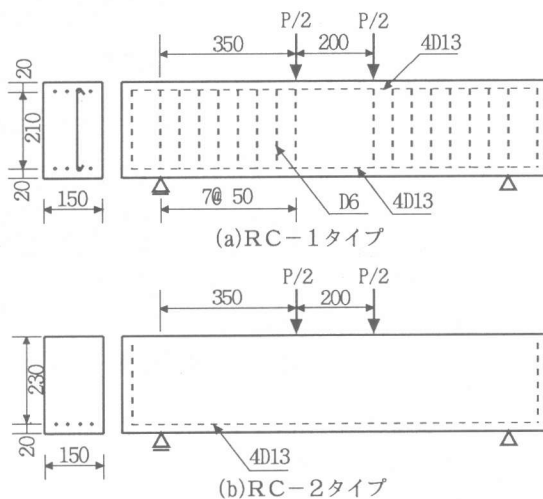


図-6 解析対象のRCはり

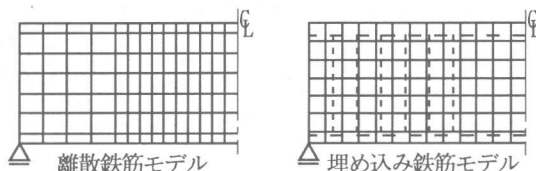


図-7 要素分割

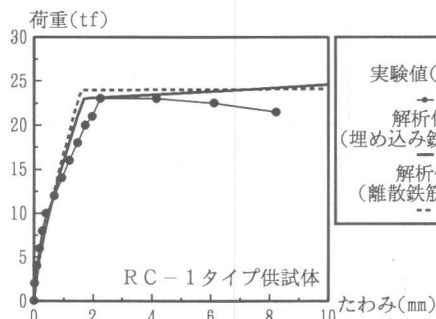


図-8(a) スパン中央点の荷重-たわみ関係

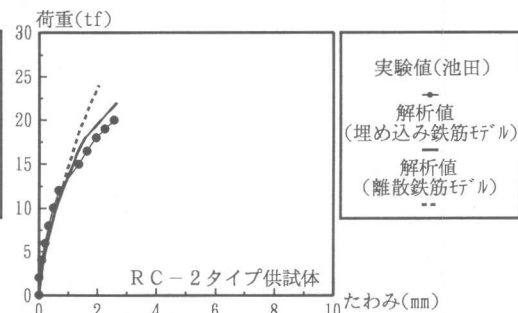


図-8(b) スパン中央点の荷重-たわみ関係

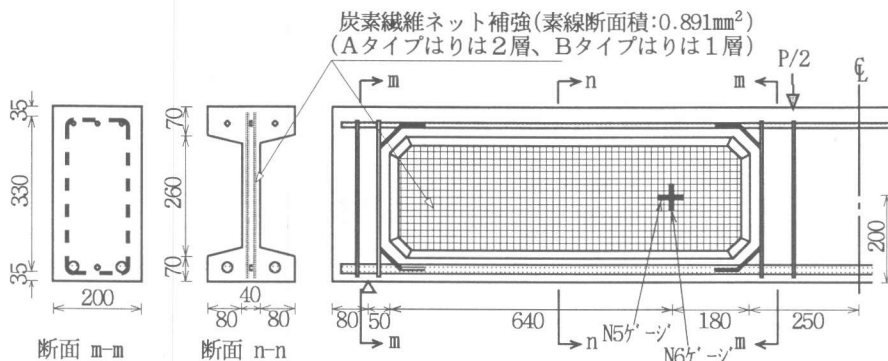


図-9 炭素繊維ネットでせん断補強されたRCはり

図-7に要素分割を示す。同図に示す分散鉄筋モデルの要素分割では、要素数98、節点数337である。一方の埋め込み鉄筋モデルでは若干少なく要素数91、節点数314となっている。表-1に解析に用いた諸定数を示す。

図-8(a),(b)に解析および実験結果の比較の一例として、はり中央点の荷重-たわみ関係を示す。

実験値は、池田ら[4]によるものである。解析値は実験値を良く捉えているが、特に、埋め込み鉄筋モデルによる解析値は分散鉄筋モデルによる解析値に比べて、より良好な荷重-たわみ関係を得ていることがわかる。

表-1 コンクリートおよび鉄筋の力学特性

	圧縮強度	引張強度	ヤング率
コンクリート	264kgf/cm ²	26.9kgf/cm ²	-----
	降伏強度	引張強度	ヤング率
鉄筋(D13)	3540kgf/cm ²	5690kgf/cm ²	1.99x10 ⁶ kgf/cm ²
鉄筋(D6)	4470kgf/cm ²	5730kgf/cm ²	1.83x10 ⁶ kgf/cm ²

3. 2 炭素繊維ネットでせん断補強されたRCはり

次に炭素繊維ネットでせん断補強されたコンクリート部材を対象として実験値との比較検討を行なう。図-9に対象としたはり供試体を示す[5]。これらのはりは、上下の軸方向鉄筋としてSD345、D22又はD10を各3本配置し、せん断スパン内のI形断面腹部に素線ピッチ15mmの炭素繊維ネットを接着剤で上下の軸方向鉄筋に貼り付けて定着したものである。

細かい素線ピッチの炭素繊維ネットの影響を解析に採り入れるために、従来の分散鉄筋モデルを適用すれば、ネット目地一つ毎にコンクリート要素を分割する必要があり、要素数が膨大な数となるため、実用的な解析はほとんど不可能である。そこで、ネット素線のモデル化に埋め込み

鉄筋モデルを適用すれば、要素分割はネット素線の配置を無視して自由に、実用的な要素数で行なえるようになる。

図-10に示す埋め込み鉄筋モデルによる要素分割では、要素数162、節点数541とした。これを仮に従来の分散鉄筋モデルを適用して要素分割を行なえば、少なく見積もっても要素数2000以上、節点数6000以上が必要となり、実用的とは言えない。そこで、ここでは、埋め込み鉄筋モデルによる解析のみを行なうこととする。なお、表-2に解析に用いた諸定数を示す。

解析および実験結果の一例として図-11(a),(b)に、中央点の荷重-たわみ関係を示す。近年多く研究がなされている分散鉄筋モデルによる解析結果も併せて示す(ただし、要素分割などの条件は埋め込み鉄筋モデルと同じ)。Aタイプ、Bタイプ共に、埋め込み鉄筋モデルによる解析値は、実験による荷重-たわみ関係を精度良く追跡できており、分散鉄筋モデルと比較してもより良好な結果が得られている。分布鉄筋モデルでは補強材が要素内に一様に分布していると仮定しているのに対して、埋め込み鉄筋モデルでは、一本一本の補強材の要素内での位置をも考慮して解析に採り入れることにより良好な結果を得たものと考えられる。

また、図-12(a),(b)にBタイプはりのひび割れ分布を示す。図-12(a)に実験により観察されたひび割れを、図-

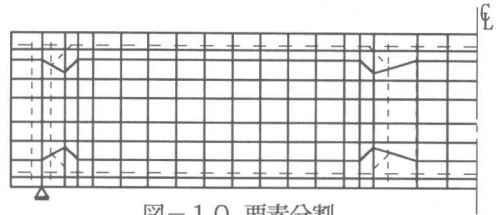


図-10 要素分割

表-2 コンクリートおよび補強材の力学特性

コンクリート	圧縮強度	引張強度	ヤング率
Aタイプはり	468kgf/cm ²	30.1kgf/cm ²	-----
Bタイプはり	357kgf/cm ²	25.1kgf/cm ²	-----

補強材	降伏強度	引張強度	ヤング率
鉄筋(軸方向)	3880kgf/cm ²	5630kgf/cm ²	1.95x10 ⁶ kgf/cm ²
鉄筋(スタラップ)	2550kgf/cm ²	3260kgf/cm ²	1.83x10 ⁶ kgf/cm ²
ネット素線	---kgf/cm ²	16900kgf/cm ²	1.24x10 ⁶ kgf/cm ²

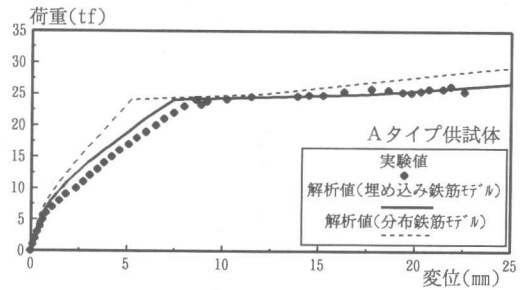


図-11(a) スパン中央点の荷重-ひずみ関係

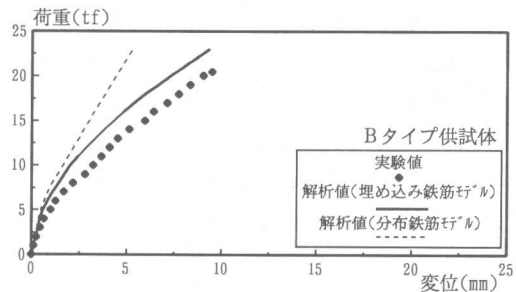
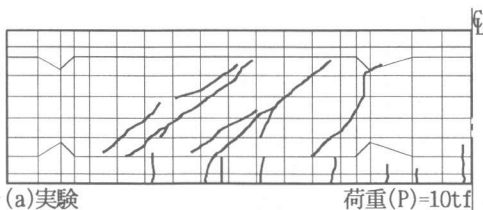
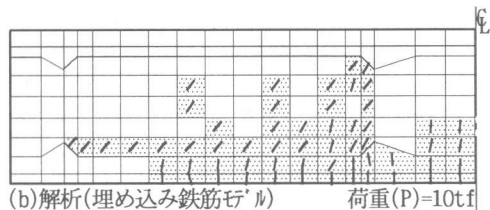


図-11(b) スパン中央点の荷重-ひずみ関係



(a)実験



(b)解析(埋め込み鉄筋モデル)

図-12 Bタイプ供試体のひび割れ分布

12(b) に解析で得られたひび割れ分布をそれぞれ示す。解析でのひび割れ分布は実験で観測されたひび割れ進捗状況をよく捉えていると思われる。以上の結果より、埋め込み鉄筋モデルを適用した本解析法の有用性、特にコンクリート中の補強材が多数かつ複雑な配置の場合の優位性が確かめられた。

しかし、図-13に示すネット素線の荷重-ひずみ関係では、実験値が示す急激なひずみ変化を、解析値は追跡できていない。この急激なひずみ変化は、ネット素線のすべりや、ネットの経糸と緯糸との剥離などによって生じたものと考えられる。両結果の差異については、解析上で、これらの影響を考慮していなかったためである。補強材とコンクリートの付着特性を含めてこれらの影響を考慮した解析法の改良を今後の課題としたい。

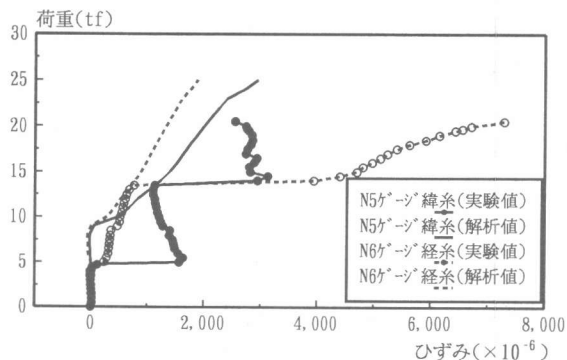


図-13 ネット素線の荷重-ひずみ関係

4. まとめ

本研究では、埋め込み鉄筋モデルを拡張し、配筋の複雑なコンクリート部材の非線形有限要素解析への適用を試み、本解析法の有用性を既往の実験結果との比較により検討した。得られた成果をまとめれば以下のとおりである。

- (1) 従来の弾性体を対象とした埋め込み鉄筋モデルを、コンクリートの材料非線形性を考慮したRCはりの非線形有限要素解析に対して拡張・適用した。
- (2) スターラップを有するRCはりに対して、従来の離散鉄筋モデルによる解析結果と比べて、埋め込み鉄筋モデルを用いた本解析法ではより実験値に近い荷重-たわみ関係が得られた。
- (3) 炭素繊維ネットによって腹部をせん断補強されたRCはりに対して、埋め込み鉄筋モデルを用いた本解析結果は、実験によって得られた荷重-たわみ関係およびひび割れ分布をよく捉えており、その有用性が確認された。
- (4) コンクリートと内部に配置された補強材との付着などの相対変位の影響および破壊条件の導入については今後改良の必要がある。

参考文献

- 1) ASCE Committee on Concrete and Masonry Structures : A State-of-the-art report on finite element analysis of reinforced concrete, Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures, ASCE Spec. Publ., 1981.
- 2) 土木学会 : コンクリート標準示方書設計編、土木学会、1991.9.
- 3) Hsuan-Teh Hu and William C. Schnobrich : Nonlinear Analysis of Cracked Reinforced Concrete, ACI Structural Journal, Vol.87, No.2, pp.199-207, 1990.3.
- 4) 池田尚治、南雲広幸 : RCおよびPC構造物への有限要素法の合理的適用方法に関する研究、土木学会論文集、No.414, Vol.12, pp.137-143, 1990.2.
- 5) 日野伸一、李重桓、黒田一郎、太田俊昭 : 炭素繊維ネットによる鉄筋コンクリートはりのせん断補強効果に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.17、1995.