

論文 圧縮強度の発現機構に関する考察

村上雅英*1・大谷恭弘*2

要旨：コンクリートの不均質性が非線形挙動や圧縮強度発現に大きな影響を与えている。そこで、最大強度の直線回帰式であるMohr-Coulombの破壊基準と実際の破壊現象の説明が容易なブリッジ効果モデルを結びつけ、破壊基準の機構モデル化を試みた。ブリッジ効果モデルとは、粗骨材間の圧縮力の伝搬経路をマクロ的に捉えたものであり、粗骨材間のトラス作用とせん断作用を考慮した機構モデルである。本モデルとMohr-Coulombの破壊基準を関連づけることにより、破壊基準と1軸圧縮の割裂モード及び3軸圧縮のせん断モードの破壊機構の関係が容易に説明できた。

キーワード：Mohr-Coulombの破壊基準、割裂モード、せん断モード、破壊機構

1. はじめに

圧縮力を受けたコンクリートの破壊モードは、1軸圧縮でよく見られる割裂モード、低側圧3軸圧縮で見られるせん断モード、高側圧3軸圧縮で見られる圧壊モードに分類できる。Mohr-Coulombの破壊基準は、最大強度の1次近似式であり、その適応範囲は比較的側圧の低い場合に限られる。そのためMohr-Coulombの破壊基準が対象とする破壊モードは図-1に示す割裂モードとせん断モードである。

巨視的には一様圧縮応力場が作用する場合であっても、コンクリート内部では、剛性の異なるモルタルと粗骨材が混在するため、圧縮応力は隣接する粗骨材間を図-2(a)に示すように伝達する。最大強度以前にA及びA'とB及びB'の粗骨材間に生じる斜め圧縮力によって粗骨材BとB'間に引っ張り力が生じ、粗骨材BとB'間で軸方向(σ_3 の作用方向)に平行に割裂ひび割れ(モードIひび割れ)が生じる。

本論文では、このような粗骨材間の応力伝達を粗骨材間のブリッジ効果と呼ぶ。粗骨材など材料の結合力を考慮した解析モデルとしては、各節点間で軸方向力のみを考慮した格子モデル[1]と軸方向力とモーメントの伝達を考慮した格子モデル[2, 3]或いは要素の軸方向とそれと垂直方向の2方向にバネを配置したモデル[4, 5]や個別要素法[6]などがある。

従来のMohr-Coulombの破壊基準の解釈では、せん断帯が形成される場合(せん断モード)のみを対象としている。端面拘束と側圧の無い(1軸圧縮)試験体では、最終ひび割れ状況が割裂ひび割れが支配的な場合(割裂モード)が多く、従来の解釈では、そのような破壊現象に対して、Mohr-Coulombの破壊基準による説明は出来ない。しかし、割裂ひび割れの発生機構が説

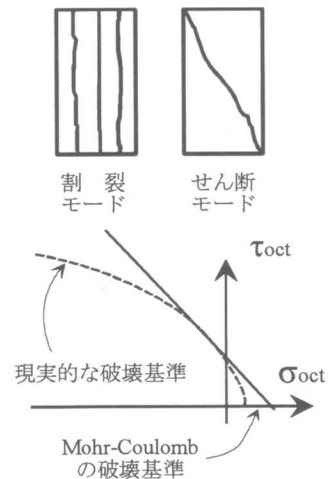


図-1 破壊モードと破壊基準

*1 近畿大学講師 理工学部建築学科、工博 (正会員)

*2 神戸大学助教授 工学部建設学科、Ph. D. (正会員)

明できる粗骨材間のブリッジ効果と、Mohr-Coulombの破壊基準を関連づけることによって、割裂モードとせん断モードの両モードに対して、矛盾無くMohr-Coulombの破壊基準を適用できるようになる。そこで、Mohr-Coulombの破壊基準と等価な粗骨材間のブリッジ効果による強度発現機構の関係を以下に示す。

2. Mohr-Coulombの破壊基準と粗骨材間のブリッジ効果の関係

載荷面より作用した一様圧縮力は、モルタルマトリックス中に粗骨材が存在することにより攪乱され、粗骨材周辺で応力集中が生じる。ここでは、応力集中によって生じる複雑なコンクリート内の圧縮力の伝搬経路をマクロ的にとらえ、粗骨材間のブリッジ効果として図-2 (a) (b)のような節点A、A'、B、B'間の力の釣り合いで表現する。ブリッジ効果では、粗骨材周辺における応力集中が圧縮強度を支配するという仮定に基づいている。そのため、粗骨材とモルタルマトリックスの剛性比や粗骨材相互の位置関係が、ブリッジ効果に影響を及ぼすと考えられる。前者の場合はコンクリート強度が、また後者の場合は粗骨材の粗粒率が、直接の影響因子としてあげられる。従って、コンクリート強度も影響するため、ブリッジの形成角度 θ は隣接する粗骨材間の角度とは直接対応しない。ここで示すブリッジ効果モデルは、コンクリート内のランダムな粗骨材の配置により生じる複雑な圧縮力の伝搬経路の平均的な性質を示すものである。また、その領域の最小単位とは、それ以上領域を分割するとブリッジ効果の機構が形成不可能となる大きさである。従って、ブリッジの形成角度 θ と、ブリッジ効果の形成されている領域の最小単位幅 w は、粗骨材の最大寸法や粗骨材とモルタルの剛性の違いなどによって支配される材料特性値であると考えられる。

ブリッジ領域に作用する軸圧縮力は $\sigma_3 w (<0)$ であり、図-2 (b) (c)に示すように、幾何学的関係と力の釣り合いより、節点BとB'間に生じる引っ張り力 $T_{B-B'} (>0)$ は、式(1)のようになる。

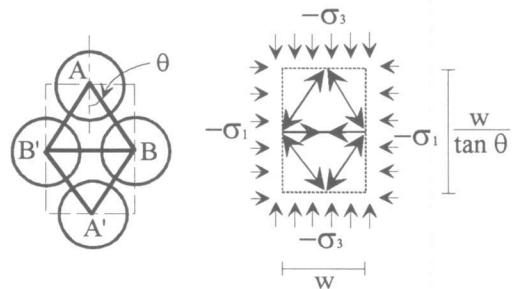
$$T_{B-B'} + \sigma_3 w \tan \theta = 0 \quad (1)$$

いま、 $T_{B-B'}$ がブリッジ領域に作用する平均側圧 $\sigma_1 (<0)$ によって生じる場合には、式(2)が成立する。

$$T_{B-B'} = -\sigma_1 \frac{w}{\tan \theta} \quad (2)$$

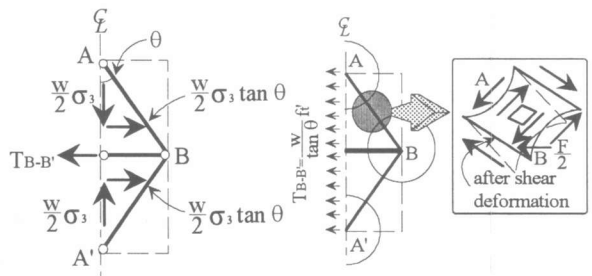
ここで、式(1)と(2)より σ_1 と σ_3 の関係は式(3)のようになる。

$$\sigma_3 = \frac{1}{\tan^2 \theta} \sigma_1 \quad (3)$$



(a) 粗骨材間の力の流れ

(b) ブリッジ効果の単位領域



(c) 領域内の力の釣り合い

(d) せん断伝達を考慮した場合

図-2 粗骨材間のブリッジ効果の概念図

圧縮引ひ張り強度比 $m=f_c/f_t$ を用いると、Mohr-Coulombの破壊基準の内部摩擦角 μ_{peak} は、式(4)のようになる。図-3のような不連続面が形成されるときに角度 θ はMohr-Coulombの破壊基準より式(5)で与えられる。

$$m = \frac{\sqrt{\mu_{peak}^2 + 1} + \mu_{peak}}{\sqrt{\mu_{peak}^2 + 1} - \mu_{peak}} \quad (4)$$

$$\theta = 0.25\pi - 0.5 \arctan \mu_{peak} \quad (5)$$

また、Mohr-Coulombの破壊基準は、圧縮引ひ張り強度比と1軸圧縮強度 $f_c (>0)$ を用いると式(6)のように書き換えられる。

$$f_{c-tri} = f_c - m\sigma_1 \quad (6)$$

ここで、 $f_{c-tri} (>0)$ は3軸圧縮強度である。 μ_{peak} を仮定し、式(4)より得られた m と式(5)で得られた θ を式(3)へ代入することにより、式(7)の関係が確認できる。

$$m = \frac{1}{\tan^2 \theta} \quad (7)$$

1軸圧縮の場合は、式(3)において $\sigma_1 = -f_t'$ 及び $\sigma_3 = -f_c$ とする事によって圧縮引ひ張り強度比 $m=f_c/f_t'$ と等価になる。すなわち、式(3)は式(6)の右辺第2項に相当し、内部摩擦角の発現は、粗骨材間のブリッジ効果による機構モデルによって説明できる。

図-2(c)の場合では、1軸圧縮強度時に生じる割裂力は $T_{B-B'} = f_t' w / \tan \theta$ となる。実際のコンクリートの引ひ張り強度を f_t とすると、 $f_t' / f_t \approx 2 \sim 3$ である。実際には、節点BとB'間に生じる引ひ張り力は、 $T_{B-B'}^* = f_t w / \tan \theta$ となり、 $T_{B-B'} > T_{B-B'}^*$ となる。そのため、1軸圧縮強度 f_c を発現するためには、図-2(d)に示すようにブリッジ内部で、粗骨材A-B間とA'-B'間のモルタル部分の圧縮せん断による破壊、或いは粗骨材表面の摩擦や粘着力の破壊に対するせん断抵抗力 $F = (f_t' - f_t) w / \tan \theta$ なる内力の存在が必要となる。Mohr-Coulombの破壊基準では、各粗骨材間の垂直応力のみを考慮してブリッジ効果を表現しているのに対して、実際の1軸引ひ張り強度 f_t と一致するように修正したMohr-Coulombの破壊基準(テンションカットオフモデル)では、各粗骨材間の垂直応力とせん断応力を考慮していることになる。以下の議論においては、垂直応力とせん断応力の両方を考慮する。

側圧 σ_1 が作用しない場合では、 $T_{B-B'}^* = f_t w / \tan \theta$ となり、粗骨材B-B'間に割裂ひび割れが生じることで、最大強度が支配されるものと考えられる(割裂モード)。一方、ある値以上の側圧 σ_1 が作用する場合は、 $T_{B-B'}^* = (f_t - \sigma_1) w / \tan \theta$ となるため、 $T_{B-B'}^*$ が引ひ張り強度に達する以前に、粗骨材A-B間とA'-B'間のせん断応力 F がせん断強度に達して滑り破壊を起こし、最大強度が支配されるものと考えられる(せん断モード)。

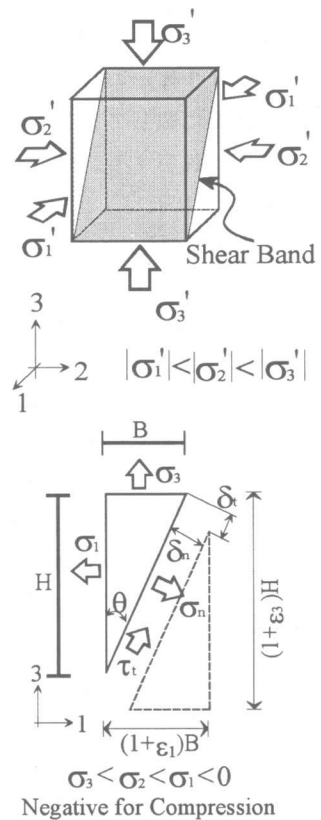


図-3 試験体形状とその解析モデル [7]

3. 本モデルによる実験結果の解釈

文献[7]で行われた図-3のような試験体（193体）の3軸圧縮試験結果の最大強度に関してブリッジ効果モデルを用いて説明する。最大強度基準を式(8)のように仮定し、それぞれの係数を以下の手順で算出した。

$$\tau_t = C_{peak} - \mu_{peak} \sigma_n \quad (8)$$

最大強度時の応力円群に対して、互いに異なった側圧レベルの2つの応力円間の共通接線を全組み合わせに対して計算し、それらの切片と勾配の平均値を求め、それぞれの係数とした。表-1に全シリーズの概要と最大強度基準の各係数を示す。また、各シリーズの円柱供試体（端面摩擦あり）と角柱試験体（端面摩擦なし）の1軸圧縮強度の関係を示す。図-4に示すように、両者はばらつきを考慮するとほぼ一致していると判断できる。そこで、以下においては、角柱試験体の1軸圧縮強度を f_c として用いる。

最大強度時の内部摩擦角 μ_{peak} は、前述したように粗骨材間のブリッジ効果による応力伝達経路を示していると考えられる。コンクリート強度 f_c と粗骨材の最大寸法 G_{max} が、式(8)の各係数に与える影響を図-4に示す。

コンクリート強度 f_c と粗骨材の最大寸法 G_{max} が、式(8)の各係数に与える影響を図-5に示す。図中の記号はそれらの平均値と標準偏差の幅を示している。コンクリート強度の影響に関しては、 $G_{max}=13\text{mm}$ の試験体群（B, C, E, F, Hシリーズ）より検討した。また、粗骨材の最大寸法の影響に関しては、G, A, B, C, Dシリーズのより検討した。ただし、G, A, B, C, Dシリーズの1軸圧縮強度は互いに異なるため、コンクリート強度の影響に関する回帰式で $f_c=23\text{MPa}$ に修正した値を用いている。

μ_{peak} に関しては、コンクリート強度の増加に伴い、やや大きくなる傾向が見られる。すなわち、コンクリート強度の増加に伴い、ブリッジ形成角度が小さくなることを意味している。また、粗骨材の最大寸法の影響に関しては、モルタルの場合は、 $\mu_{peak}=0.6$ でブリッジ形成角度 $\theta=29.7^\circ$ となり、 $G_{max}=10\text{mm}$ 以上では $\mu_{peak}=0.8\sim 1.0$ で $\theta=25.7\sim 22.5^\circ$ となる。モルタルの場合

表-1 各シリーズの1軸圧縮強度と最大強度基準[7]

Batch No.	W/C (%)	Gmax (mm)	fc(MPa)		Mohr-Coulomb's fracture criterion	
			10φx20	Prism	$\tau_t = C_{peak} + \mu_{peak} \cdot \sigma_n$	
					C_{peak} (MPa)	μ_{peak}
A	74	10	24.2	25.0	8.00 (0.32fc)	0.83
B	74	13	22.0	23.0	8.05 (0.35fc)	0.88
C	74	13	27.8	26.0	7.54 (0.29fc)	0.91
D	68	20	32.5	33.8	9.46 (0.28fc)	0.89
E	59	13	40.1	39.8	11.14 (0.28fc)	0.94
F	49	13	49.2	58.8	15.88 (0.27fc)	0.88
G	74	5	21.8	24.0	8.16 (0.34fc)	0.60
H	26	13	85.4	80.1	20.03 (0.25fc)	0.99

(注) 各シリーズの側圧 σ_1 は、-0.2、-2、-4、-6MPaで最低3体ずつ試験した。1軸圧縮強度 f_c は、10φ×20cmは円柱供試体（端面摩擦あり）、Prismは15×7.5×17cmの角柱試験体（端面摩擦なし）である。 C_{peak} は最大強度時の見かけの粘着力であり、 μ_{peak} は見かけの内部摩擦角である。

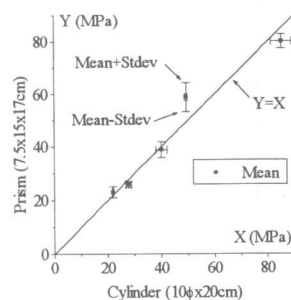


図-4 円柱強度と角柱強度の関係

は骨材とマトリックスを明確に区別できないが、最大寸法となる骨材の全体積に占める割合が $G_{max}=10\text{mm}$ 以上のコンクリートの場合と比べて極端に大きくなる。そのため、モルタルの場合のブリッジ形成角度は、図-6の模式図に示す同じ粒径の球を最密配置した場合のブリッジ形成角度を $\theta=30^\circ$ した機構モデルと非常に近い値となった。

C_{peak}/f_c に関しては、コンクリート強度の影響を大きく受けている。

図中の実線は回帰により求めたものである。図-7に示すようにMohr-Coulombの最大強度基準より、 C_{peak} は、1軸圧縮強度 f_c と μ_{peak} より理論的に式(9)で与えられる。式(9)に図-5中に示した μ_{peak} の f_c に関する回帰式である式(10)を代入することにより、式(11)を得る。式(11)の関係を図-5中に点線で示す。両者のずれは、実験誤差に起因しているものと考えられる(注釈)。しかしながら、両者とも f_c の増加による C_{peak}/f_c の減少傾向は一致している。

$$C_{peak} = \frac{f_c}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{1}{\mu_{peak}^2}} - 1 \right) \mu_{peak} \quad (9)$$

$$\mu_{peak} = 0.0013f_c + 0.861 \quad (10)$$

$$\frac{C_{peak}}{f_c} = \frac{C_{peak}(\mu_{peak}(f_c))}{f_c} \quad (11)$$

$$m = m(\mu_{peak}(f_c)) \quad (12)$$

式(10)を式(4)へ代入する事によって式(12)を得る。式(12)の圧縮引張り強度比 m より1軸圧縮強度と1軸引張り強度の関係を求め、図-8に示す。図中の曲線は既往の実験式[8]である。同図(a)は1軸引張り強度 f_t と1軸圧縮強度 f_c の関係を直接示したものである。また、同図(b)は、両者の非線形な関係をより明瞭に示すために、同図(a)を f_t/f_c 比- f_c 関係に書き直したものである。図中の破線は式(12)で得られた f_t-f_c 関係を1/2.5倍したものであり、破線と既往の関係式は、ほぼ一致としている。式(12)より得られた理論値と各実験式は、共に1

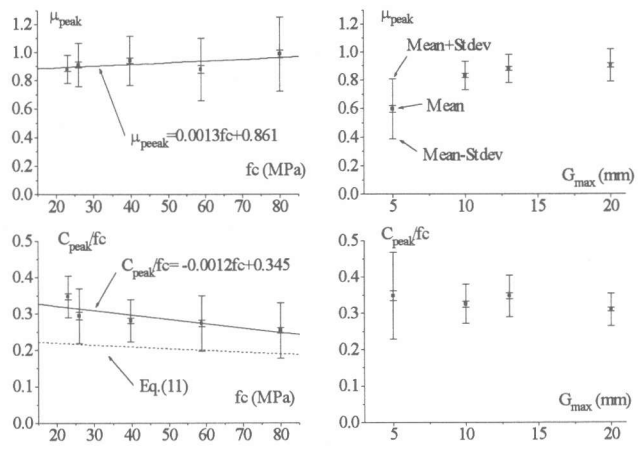


図-5 コンクリート強度と骨材の最大寸法と強度基準の各係数の関係

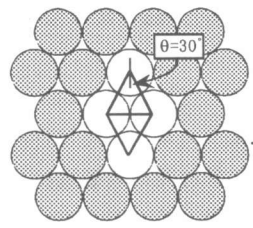


図-6 最密配置

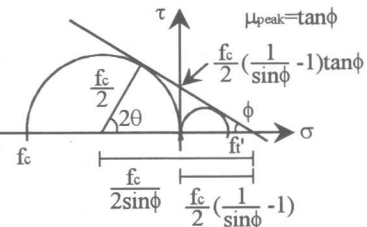


図-7 式(9)の誘導方法

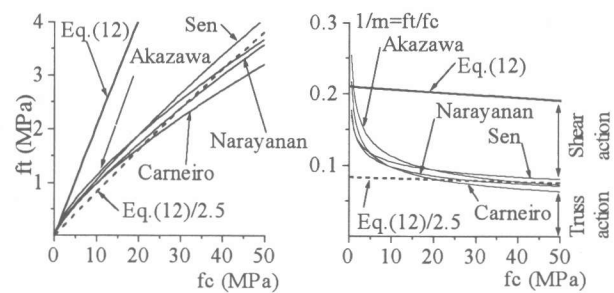


図-8 既往の引張り強度実験式[8]と式(12)の比較

軸圧縮強度の増加に伴い圧縮引っ張り強度比がほぼ同じ割合で減少している。この傾向は、粗骨材B-B'間の割裂強度で最大強度が支配される1軸圧縮においては、コンクリート強度に関わらず、 T_{B-B}^* （トラス作用）とF（せん断作用）の分担率が一定（ $T_{B-B}^* : F = 1 : 1.5$ ）であることを意味している。逆に T_{B-B}^* とFの分担率が一定であると仮定すれば、この傾向は、圧縮強度の上昇に伴い、内部摩擦角 μ_{peak} が増加しブリッジ形成角度が小さくなるため、低強度の時と比べて、相対的により大きな1軸圧縮強度が発現できることを意味している。「引っ張り強度が圧縮強度の平方根で比例する」といわれる経験則に関しては、コンクリート強度の上昇に伴い、内部摩擦角 μ_{peak} が増加する事が原因の1つとして考えられる。

4. まとめ

実際のコンクリートの破壊現象、即ち、最大強度の発現機構とMohr-Coulombの破壊基準を機構モデルを用いて関連づけることを試みた。そして、3軸圧縮試験結果より、その妥当性を検討した。以下に本論文で得られた知見を示す。

- Mohr-Coulombの破壊基準と粗骨材間のブリッジ効果による強度発現機構が等価であることを示した。それによって、Mohr-Coulombの破壊基準においても1軸圧縮における割裂破壊の説明が可能となった。
- 粗骨材の最大寸法、コンクリート強度が、Mohr-Coulombの破壊基準の各係数に与える影響を、粗骨材間のブリッジ効果モデルを用いて定性的に説明した。
- コンクリート強度に関わらず、骨材間の割裂抵抗とせん断抵抗の分担率は、ほぼ一定である。
- 一般に「引っ張り強度が圧縮強度の平方根で比例する」といわれる理由の1つとして、強度上昇に伴い、内部摩擦角が増加する事が考えられる。すなわち、強度上昇に伴いブリッジ形成角度が小さくなり、粗骨材間の割裂強度時には、低強度の時と比べて相対的により大きな1軸圧縮強度が発現できるためと考えられる。

参考文献 (1)Anson M:An Investigation into a Hypothetical Deformation and Failure Mechanism for Concrete, Magazine of Concrete Research, Vol.16,No.47, pp.73-82, June 1964 (2)Schlangen E. and Van Mier J.G.M.:Experimental and Numerical Analysis of Micromechanism of Fracture of Cementbased Composites, Cement and Concrete Composites, Special Issue on Micromechanics of Fracture of Cementitious Composites, pp.105-118, 1992 (3)広末龍文、彦坂照他：アダプティブ法を用いた格子モデルによるコンクリートの破壊シミュレーション、土木学会第49回年次学術講演会、pp.28-29、1994年9月 (4)森博嗣、荒井正直、船見晃啓、谷川恭雄：サスペンション要素法によるコンクリートの破壊解析手法に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.15, No.1, pp.417-422, 1993年6月 (5)椿龍哉、Mostafa A.M.A：コンクリートの圧縮破壊挙動の数値シミュレーション、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.16, No.2, pp.159-164, 1994年6月 (6)小林伸浩、森川博司、岡野昌明：個別要素法を用いたコンクリートの破壊解析（その2 1軸圧縮破壊シミュレーション）、日本建築学会大会学術講演梗概集、1990年10月、pp.1085-1086 (7)石田健吾、村上雅英、大谷恭弘、窪田敏行：低側圧3軸圧縮応力を受けたプレーンコンクリートのひび割れ性状、コンクリート工学年次論文報告集、Vol.16, No.2, pp.741-742, 1994年6月 (8)岡田清、六車照：コンクリート工学ハンドブック、朝倉書店、pp.398, 1985

注釈 粘着力と摩擦係数の分離には側圧の異なる2応力円が必要となる。そこで、各シリーズ内の側圧レベルの異なる全ての応力円の組み合わせに対して共通接線を求め、それらより摩擦係数の平均値を算出した。そして、各試験体の応力円に対して、摩擦係数の平均値を勾配とする接線を計算し、その応力円に対する粘着力を求めた。そのため、実験的な強度のばらつきは、全て粘着力のみに反映されている。