

論文 剛体ーばねモデルによるモルタルの破壊解析

柴田辰正^{*1}・岡本享久^{*2}・小川航司^{*3}・山本一之^{*4}

要旨: モルタルの破壊挙動に関して剛体ーばねモデルによる解析を行い、従来から言われている破壊挙動と比較検討を行った。解析に用いた要素分割にはボロノイ分割を用いて、要素形状が解析結果に及ぼす影響を減らした。モルタルの破壊条件には、引張およびせん断による条件のみを与えることにより、破壊状況を再現でき、このモデルがモルタルおよびコンクリートの破壊解析に適したモデルであることを示した。また、さらにこのモデルの汎用性についても示した。

キーワード: 剛体ーばねモデル、ボロノイ分割、モルタル、圧縮試験、引張試験

1. まえがき

剛体ーばねモデル（R B S M、Rigid-Bodies Spring Model）は、極限解析に対する離散化解析法のひとつとして開発された[1]。このモデルは、対象構造物を剛体要素の集合体とそれらを連結する2種類の分布ばねによりモデル化する。図-1に示すような極端に理想化された剛体ーばね系を考える。これは、2つの剛体にばねが結合されて単純に引張を受けた場合のモデルである。剛体が変形しない代わりにばねが伸び、このばねにエネルギーが蓄えられる。この概念を拡張し、引張およびせん断に抵抗するようなばねを導入したモデルがR B S Mである。このため、コンクリート構造物の破壊を支配するひび割れやせん断すべりなどの不連続現象を比較的簡単に取り扱うことができる[2]。

本論文は、剛体ーばねモデルをモルタルの圧縮試験および引張試験に適用し、実験的研究により明らかにされている破壊挙動と比較検討を行ったものである。

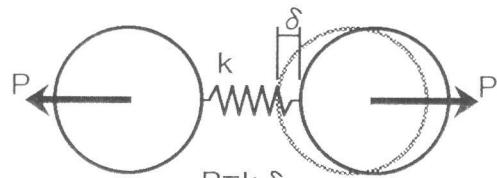


図-1 剛体ーばね系

2. 剛体ーばねモデル（R B S M）の概要

表-1は、有限要素法（F E M）と剛体ーばねモデル（R B S M）の相違点を簡単にまとめたものである。以下にその概要について示す。

(1) 要素形状

R B S Mにより平面問題の解析を行う場合、F E Mと同様に解析領域を有限な領域に分割しなければならない。F E Mでは、三角形や四角形要素を用いるが、R B S Mでは、剛体変位場を仮定しているため、要素形状に制限がない。

*1 日本セメント(株)中央研究所、工修（正会員）

*2 日本セメント(株)中央研究所主席研究員、工博（正会員）

*3 福島県 土木部、工修

*4 芝浦工業大学教授 工学部土木工学科、工博（正会員）

そこで、本研究では乱数による座標を基準点とするボロノイ多角形を利用して、ひび割れ発生位置および進行方向が人為的に規定されないようにした。

(2) 自由度と設定位置

図-2に示すようにFEMの定ひずみ要素では、三角形の各頂点に自由度を設定し、それぞれの節点にx, y方向の平行変位(u, v)の2自由度を与える。

RBSMでは、各要素の変形を無視し、剛体と考える。剛体の運動を規定する場合は、剛体内の任意の位置にx, y方向の平行変位(u, v)と剛体の回転角(θ)の3自由度を与える。通常は、各要素の重心に自由度を設けることが多い。

(3) 応力

FEMにおける定ひずみ要素では、節点における変位から各要素毎にその要素内の応力($\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$)を計算する。

RBSMでは、要素境界辺上における垂直方向およびせん断方向における2つの単位面積当たりの表面力(σ_n, τ)を求める。したがって、破壊条件として合力で与えられる式を直接利用することができる。

3. 破壊解析方法

3. 1 モルタルの破壊条件

モルタルの破壊条件は、以下の条件とした。

$$\text{構成則} \quad \sigma = E \varepsilon \quad (1)$$

$$\text{引張破壊条件} \quad \sigma = f_t \quad (2)$$

$$\text{クーロンの破壊条件} \quad \tau = c + \sigma \tan \phi \quad (3)$$

ここで、 σ : 垂直応力、 τ : せん断応力、 E : ヤング係数、 ε : ひずみ、 f_t : 引張強度、 c : せん断強度、 ϕ : 内部摩擦角。

今回解析したモルタルの材料定数を表-2に示す。この材料定数は、各要素間に配置するばね

の材料定数に関するものであり、上記の破壊条件式の係数に当たるものである。

3.2 要素分割（ボロノイ分割）

本研究では、要素形状が解析結果に及ぼす影響を取り除くために要素分割にボロノイ分割を用いた。ボロノイ多角形は、乱数によって配置した節点を基に、デローニー三角分割を行い、得られた三角形の各辺の垂直二等分線が一辺となるように分割した多角形である。図-3は、ボロノイ多角形の辺が水平軸となす角度とその角度の辺の長さの累積をとった例を示したものである。この図より、辺の角度はすべての角度に分布し、長さにも大きな偏りは見られないことがわかり、ボロノイ多角形は不規則で偏りのない多角形であることが示された。

表-3は、本解析に使用した要素の条件を示したものである。

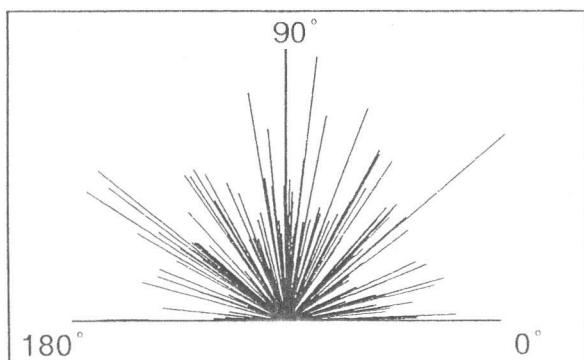


図-3 ボロノイ多角形の辺の長さと角度の例

表-2 モルタルの材料定数

ヤング係数、E (GPa)	27.0
ポアソン比、 ν	0.2
引張強度、 f_t (MPa)	2.0
せん断強度、 c (MPa)	4.0
内部摩擦角、 ϕ (°)	35.0

表-3 解析の条件

①要素種類	平面ひずみ問題
②破壊後の摩擦	考慮しない
③要素の種類	1
④節点数	7 8 5
⑤要素数	4 2 6
⑥ばねの数	1 1 0 3

4. 解析結果

4.1 引張試験

本解析によって得られた引張試験時の応力-ひずみ曲線を図-4に示す。図中の(1)内数字の付いた○印は、図-5に示したばねの破壊状況を示した点を示す。この図より、引張強度は2.2 MPaとなり、設定したモルタルの材料定数の引張強度である2.0 MPaより少し増大した。この原因は、荷重を受ける面が試験体全体に分散し角度をもっているため、要素間のせん断方向にも応力の分割が行われ、若干の強度増加があったと考えられる。このことは、応力が約2.0 MPa付近からヤング係数が低下していることからも考えられる。

図-5は、引張試験時のばねの破壊状況を示した図である。図中の淡実線はせん断ばねの破壊を、太実線は引張ばねおよびせん断ばねの破壊を示す。破壊直前には、ほぼ全体に引張クラック(ばねの破壊)が発生しているが、破壊に至った時には試験体上部に破壊が集中し、そこから離

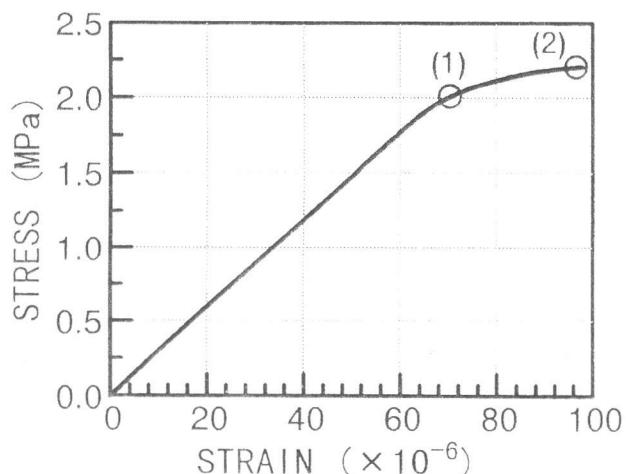


図-4 応力-ひずみ曲線(引張試験)

れた部分では、ひびわれ（この場合はばね）が閉じる結果となった。これは、実際の引張試験時のひずみ分布状態を示し、破断面から離れた部分においては弾性ひずみが戻る現象を再現したと思われる。

4. 2 圧縮試験

本解析によって得られた圧縮試験時の応力-ひずみ曲線を図-6に示す。図中の実線が解析結果であり、破線は筆者らが行ったモルタル ($W/C=60\%$, $s/c=3.0$) の実験結果を示す。また、図中の()内数字の付いた○印は、

図-7および図-8に示したばねの破壊状況を示した点を示す。本研究では、破壊条件として引張強度とせん断強度の条件を与えただけであるが、この図より、実際のモルタルの応力-ひずみ曲線と同様な関係を得ることができた。また、実際のコンクリートの圧縮時の破壊は、供試体内的引張およびせん断による破壊であるため、本結果は、圧縮試験時の状況を十分にシミュレートできているといえる。強度的に見ても、圧縮強度は約27MPaとなり、引張強度の約12倍となった。これは、実際の強度の関係にはほぼ近いものとなっている。

端部を拘束した場合と拘束しない場合を比較すると、端部を拘束しない場合には、拘束した場合に比べて圧縮強度が約10MPa（約35%）低下していることがわかる。これは、供試体と載荷板間に減摩剤を使用して試験した場合、コンクリートの圧縮強度が低下する実験結果[3]を再現しており、このモデルの妥当性を示していると考えられる。

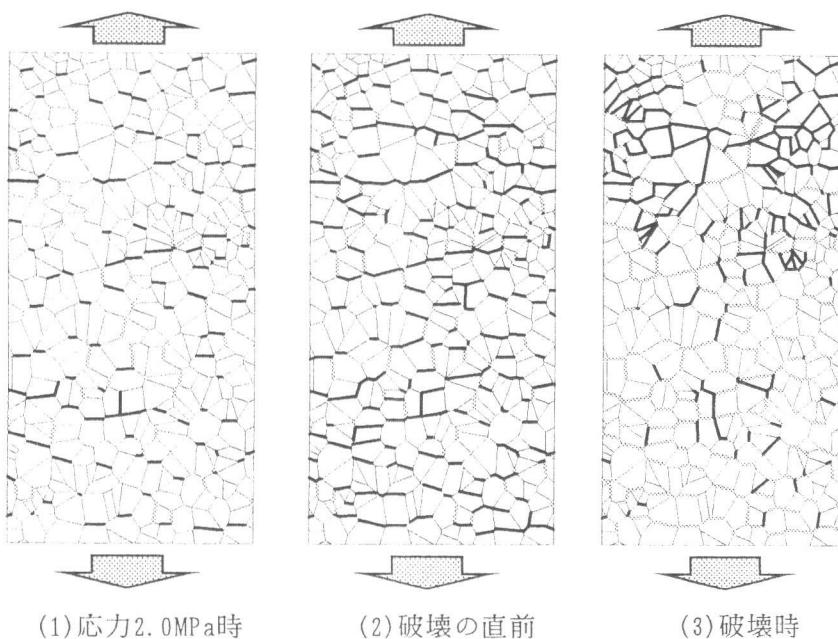


図-5 ばねの破壊状況（引張試験時）

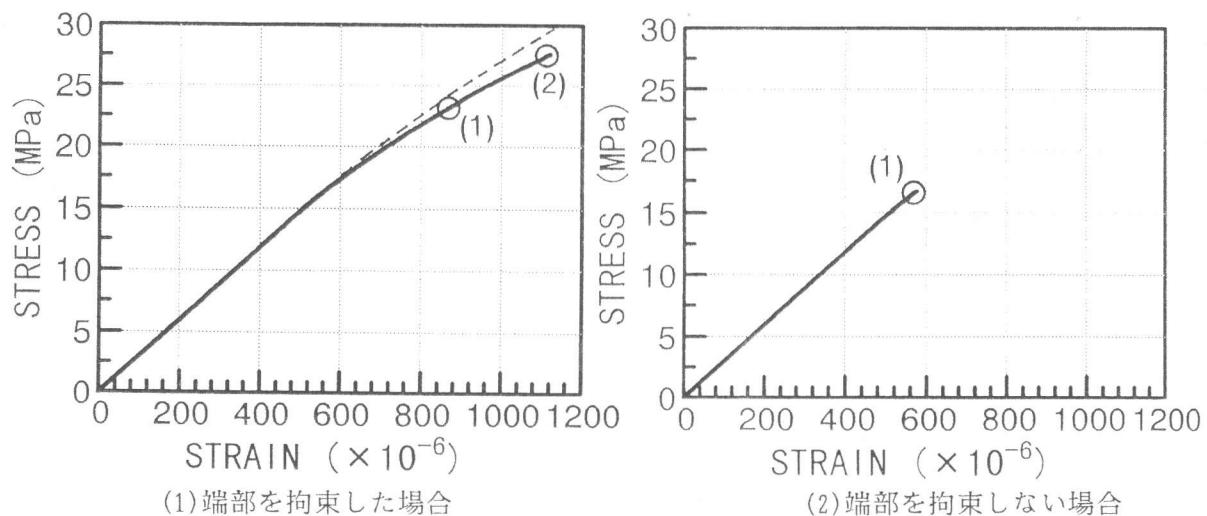


図-6 応力-ひずみ曲線

図-7および図-8は、圧縮試験時の各要素間のばねの破壊状況を示したものである。図中の淡実線はせん断ばねの破壊を、太実線は引張ばねおよびせん断ばねの破壊を示す。圧縮力を与えることにより、載荷軸方向に垂直な方向の引張ばねの破壊（引張クラック）が見られる。これは、図-9に示すような一般的なコンクリートの圧縮試験時ににおけるクラックの発生状況[4]に近い形であると考えられる。また、端部を拘束した場合では、端部にばねの破壊（ひび割れの発生）が少ないことがわかる。また、破壊直前に急激にひび割れが進展し、破壊に至る様子が再現されている。破壊時には、中心付近の要素間の変位が大きく、隙間を見ることができる部分もある。端部を拘束しない場合では、低強度で破壊に至っているため、破壊直前の時点でもそれほどひび割れの発生は見られないが、拘束がないため端部にもひび割れが発生していることがわかる。また、破壊時にはほぼ全体にわたってひび割れが発生し、破壊に至っていることがわかる。

以上より、モルタルやコンクリートの圧縮試験において、破壊条件として圧縮の条件を考慮しなくても圧縮破壊の状況を表現できたということは、圧縮強度とはそもそも何かということを示していることと考えられる。すなわち、コンクリートには、圧縮による破壊ではなく、引張あるいはせん断による破壊が支配していることが解析的に示されたと思われ、圧縮強度の意味について考る必要があると思われる。

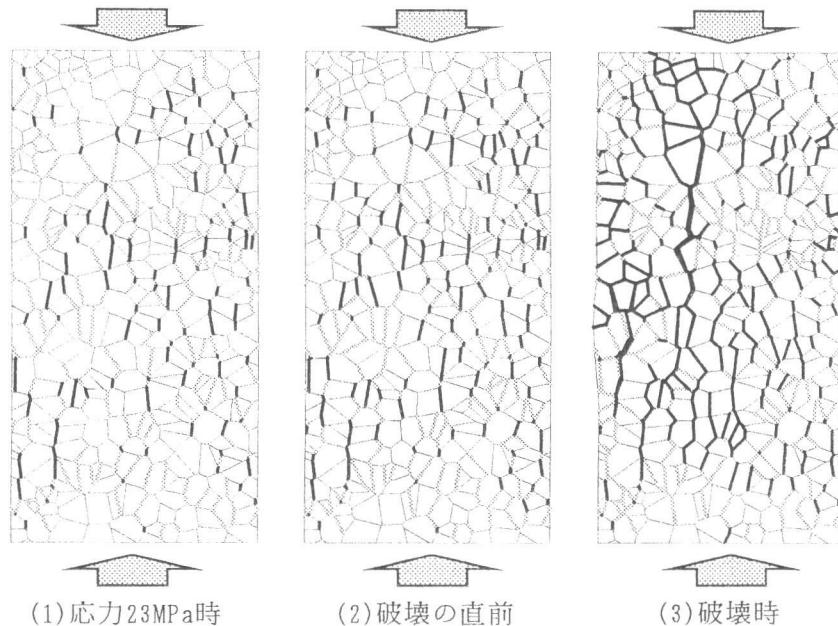


図-7 ばねの破壊状況（圧縮試験時、端部拘束）

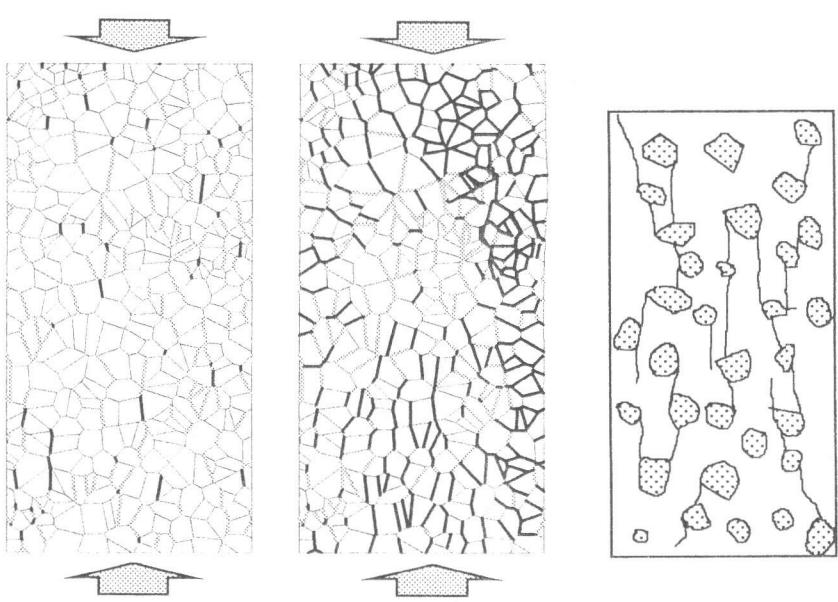


図-8 ばねの破壊状況(圧縮時、拘束無)

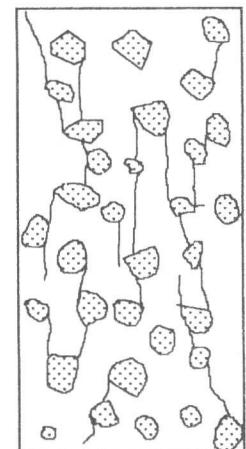


図-9 マイクロクラックの発生状況

5. 本解析の応用性

本研究においてはモルタルのみについて解析を行ったが、コンクリートにも応用可能である。すなわち、要素分割の際には、モルタルマトリクスと骨材の量に応じた要素を配置し、それぞれの要素をつなぐばねに、モルタル要素同士ではモルタルの材料定数を、骨材要素同士では骨材の材料定数を、骨材とモルタルの付着については付着に関するパラメータを用いればよい。図-10は、コンクリートを要素分割した例である。ここでは、粗骨材を太線で示した。

また、環境向上のために使用が増加しつつあるポーラスコンクリートのような場合にも空隙率に応じた要素間の接触面積の低減率をパラメータとして与えることにより解析が可能となる。以上のように、剛体一ばねモデル（R B S M）は、コンクリートの破壊解析に適したモデルであり、今後応用範囲が広がる可能性があることが予想される。

今後、図-10に示したようなコンクリートの圧縮挙動やコンクリートはり部材の曲げ試験についても検討を行っていく予定である。また、載荷試験時におけるアコースティックエミッション（A E）試験のモーメントテンソル解析[5]の結果と比較して、コンクリートの破壊時のひび割れ進展挙動について、さらに検討を進めていく予定である。また、プログラムに改良を加えて軟化挙動についてもシミュレートできるようにしたいと考えている。

6. まとめ

本研究の結果を以下にまとめる。

- (1) ボロノイ分割により要素分割した剛体一ばねモデルを用いて、モルタルの破壊挙動をシミュレートできた。
- (2) 剛体一ばねモデルを用いて、引張およびせん断による破壊条件を与えるだけで圧縮試験を再現することができ、応力-ひずみ曲線も実際の場合に近いものとなった。
- (3) 解析によって得られたモルタルの圧縮強度は引張強度の約12倍となり、実際の試験時と類似した結果となった。
- (4) 剛体一ばねモデルはモルタルおよびコンクリートの実際の破壊過程を近似できるものであり、要素間のばねに条件を与えることにより、モデルを適用できる可能性が広がると予想される。

[参考文献]

- [1] 川井忠彦、竹内則雄：離散化極限解析プログラミング、培風館、1990.
- [2] 竹内則雄、上田真穂、鬼頭宏明、樋口晴紀、上林厚志：ボロノイ分割を用いたR B S Mによる無筋コンクリート梁の寸法効果解析、構造工学論文集、Vol. 40A、pp. 519-527、1994. 3.
- [3] 小阪義夫、谷川恭雄：各種骨材コンクリートの圧縮強度におよぼす試験体寸法と載荷面の摩擦の影響について、セメント・コンクリート、No. 265、pp. 2-10、1969. 3.
- [4] たとえば、小阪義夫、谷川恭雄：コンクリートの破壊挙動に及ぼす粗骨材の影響（第2報：マイクロクラック観察法による検討）、日本建築学会論文報告集、No. 231、pp. 1-11、1975. 5.
- [5] 大津政康：アコースティック・エミッションの特性と理論、森北出版、1988.

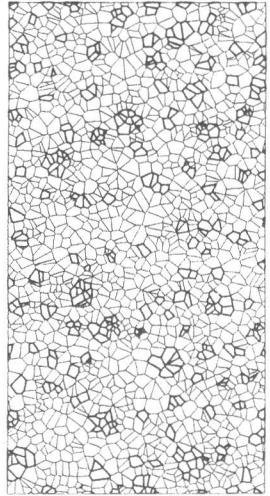


図-10 コンクリート
の要素分割の例