

# 論文 遷移材齢時におけるコンクリートの時間依存挙動のモデル化

石川靖晃<sup>\*1</sup>・菊川浩治<sup>\*2</sup>・田辺忠顕<sup>\*3</sup>

**要旨:**遷移材齢時（若材齢）のコンクリートの引張クリープは圧縮クリープに比べ小さくなるという現象を粘塑性および間隙水の影響を考慮にいれただけの数理モデルでは十分に捉えられなかったため、さらに粘弾性の影響もモデルに考慮し定式化をおこなった。数値解析の結果、遷移材齢時のコンクリートの引張クリープと圧縮クリープの違いを解析的に捉えることが可能となり、主に粘弾性成分、間隙水の排水の是非およびコンクリート骨格の剛性が支配的であることがわかった。

**キーワード:**遷移材齢、圧縮クリープ、引張クリープ、粘弾性、間隙水

## 1. はじめに

遷移材齢時でのコンクリートでは圧縮クリープおよび引張クリープは等しいという仮定が成り立たないことは、現在幾つかの実験[3][4]などにより確認され、引張クリープは圧縮クリープに比べかなり小さくなることが報告されている。著者らは、前述の現象をコンクリート内部の間隙水の移動によるものと考え、遷移材齢時のコンクリートを間隙水および粘塑性の影響を考慮にいれた数理モデルで表し、解析的に検討を行ってきた[1]。しかし、その検討結果は、圧縮クリープおよび引張クリープの違いを的確に捉えられているとは言い難かった。理由は、遷移材齢時のコンクリートに発生するひずみ成分を弾性ひずみおよび粘塑性ひずみ成分2つでしか捉えていなかったためである。一般的に粘塑性成分の考慮はかなり短期的な時間依存挙動を捉えるには有効的であるが、クリープ試験のような、ある程度長期的な時間依存挙動には必ずしも有効とはいえない。そのため、粘塑性成分を考慮した数理モデルというのはクリープを表す材料モデルとしてあまり利用されていない。有効的な手段は、やはり粘弾性成分の考慮であり、クリープ関数を直接構成則として用いることである。

本研究では、著者らが以前提案した粘塑性および間隙水の影響を考慮にいれた数理モデル[1]に粘弾性成分をさらに考慮にいれ定式化を行った。そして、遷移材齢時のコンクリートのクリープ試験結果と解析解を比較し、遷移材齢時の引張クリープが圧縮クリープに比べ小さくなるという現象を解析的に捉えた。

## 2. 時間依存挙動に対する数理モデル

本研究ではコンクリートの変形挙動を表すモデルとして筆者らが提案している飽和透水性材料モデルを基本としている[1]。文献[1]の段階では、飽和透水性材料モデルとして、コンクリートを弾性体としての骨材、粘塑性体としてのセメントペーストからなる固相と、間隙水からなる液相として捉え、コンクリート骨格内部は全て間隙水で飽和していると仮定しており、支配方程式は、コンクリート全体の力の釣り合い式および間隙水の質量保存則であった。

さらに、前報[2]で提案した時間依存挙動に対する増分型粘弾性構成則を力の釣り合い式に導入した。本研究では、[1]と[2]を組み合わせており、遷移材齢時の時間依存挙動を、コンクリート内部

<sup>\*1</sup> 名城大学助手 理工学部土木工学科、工修（正会員）

<sup>\*2</sup> 名城大学教授 理工学部土木工学科、工博（正会員）

<sup>\*3</sup> 名古屋大学教授 工学部土木工学科、工博（正会員）

の間隙水の影響を含めて粘弾性、粘塑性両方を捉えることが可能となっている。しかし、長期挙動なので、粘塑性の影響は殆どない。

## 2.1 遷移材齢時のコンクリートの増分型構成則

ここではコンクリート骨格を骨材とセメントペーストからなる2相材料として構成則の定式化を行う。飽和透水性材料としての若材齢コンクリートのモデルの概念図を図-1に示す。

また、骨材は弾性体と仮定し、セメントペーストは粘弾塑性体と仮定した。コンクリート全体のひずみは骨材とセメントペーストそれぞれのひずみの体積による重み付き平均で表されると仮定することにより、コンクリートの構成則を定式化する。骨材の体積を $V_A$ 、セメントペーストの体積を $V_C$ 、全体のひずみを $d\{\varepsilon^T\}$ とすると、全体のひずみは次式で表される。

$$d\{\varepsilon^T\} = \frac{V_A}{V} d\{\varepsilon_A^T\} + \frac{V_C}{V} d\{\varepsilon_C^T\}, \quad V = V_A + V_C \quad (1)$$

ここで

$$d\{\varepsilon_A^T\} = d\{\varepsilon_A^e\} + d\{\varepsilon_A^{pr}\} + d\{\varepsilon_A^t\}$$

$$d\{\varepsilon_C^T\} = d\{\varepsilon_C^e\} + d\{\varepsilon_C^p\} + d\{\varepsilon_C^{ve}\} + d\{\varepsilon_C^{vp}\} + d\{\varepsilon_C^h\} + d\{\varepsilon_C^{pr}\} + d\{\varepsilon_C^t\} \quad (2)$$

ここでは、ひずみ成分の上付き添字 $e, p, ve, vp, h, pr$ および $t$ はそれぞれ弾性、塑性、粘弾性、粘塑性、水和による収縮、間隙圧および温度を示し、ひずみ成分の下付き添字 $A$ および $C$ はそれぞれ骨材およびセメントペーストを示している。

有効応力と全ひずみとの間には次のような関係がある。

$$d\{\sigma'\} = (1 - \xi) [D_A^e] d\{\varepsilon_A^e\} = (1 - \xi) [D_C^e] d\{\varepsilon_C^e\} \quad (3)$$

ここで $[D_A^e]$ および $[D_C^e]$ はそれぞれ骨材およびセメントペーストの弾性剛性マトリックスを示している。 $[D_C^e]$ は材齢や水和の程度により変化する。また、 $\xi$ は間隙率であり、材齢や水和の程度により変化する。式(1),(2)を式(3)に代入すると次式のような遷移材齢時のコンクリートの構成則が増分型で得られる。

$$d\{\sigma'\} = (1 - \xi) [D_S] \left( d\{\varepsilon^T\} - d\{\varepsilon^{pr}\} - d\{\varepsilon^t\} - \frac{V_C}{V} \left\{ d\{\varepsilon_C^p\} - d\{\varepsilon_C^{ve}\} - d\{\varepsilon_C^{vp}\} - d\{\varepsilon_C^h\} \right\} \right) \quad (4)$$

ここで

$$d\{\varepsilon^T\} = \frac{V_A}{V} d\{\varepsilon_A^T\} + \frac{V_C}{V} d\{\varepsilon_C^T\}, \quad d\{\varepsilon^t\} = \frac{V_A}{V} d\{\varepsilon_A^t\} + \frac{V_C}{V} d\{\varepsilon_C^t\}$$

$$d\{\varepsilon^{pr}\} = \frac{V_A}{V} d\{\varepsilon_A^{pr}\} + \frac{V_C}{V} d\{\varepsilon_C^{pr}\}, \quad [D_S] = \left[ \frac{V_A}{V} [D_A^e]^{-1} + \frac{V_C}{V} [D_C^e]^{-1} \right]^{-1}$$

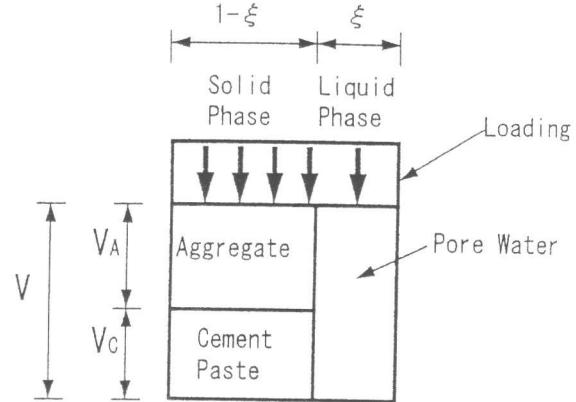


図-1 飽和透水性材料モデル

式(4)の中に存在する  $V_C/V d\{\varepsilon_C^{ve}\}$  はコンクリート骨格に生じる粘弾性ひずみ成分を表しているが、一般的にはこのひずみは、材齢  $t$ 、載荷材齢  $t'$  におけるコンクリートのクリープ係数  $\phi(t, t')$  よりび弾性係数  $E(t')$  を用いて一次元的に  $V/V_C \varepsilon_C^{ve}(t_k) = \sum_{i=1}^k \phi(t_k, t'_i) \times \Delta \sigma_i/E(t'_i)$  と全体型で表現され、通常の増分解析を仮に行うとするならば、載荷荷重後の荷重および時間履歴を全て記憶させておく必要がある。それは膨大な計算時間を費やすことになり、実際の一般的な増分解析に適用するには余りにも非効率的である。

ここでは、前報[2]に示した増分型の粘弾性構成則を用いる。それは  $\phi(t, t')/E(t')$  を

$$\phi(t, t')/E(t') = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{C_\mu} [1 - \exp\{(t - t')/\tau_\mu\}] \quad (5)$$

と Dirichlet 級数型で近似することから始まる。 $\phi(t, t')$  は通常、対数関数やべき乗関数で表されることが実験的にわかっているが、粘弾性ひずみ成分を精度よく表すためには、 $C_\mu$  や  $\tau_\mu$  等の粘弾性パラメータを関数  $\phi(t, t')$  に関連づけて精度良く決定する必要がある。決定方法については3. で述べることにする。最終的に式(5)を用いると

$$\frac{V_C}{V} d\{\varepsilon_C^{ve}\} = [C] \frac{d\{\sigma'\}}{E''} + [C] d\{\varepsilon''\} \quad (6)$$

と増分型で、しかも3次元的に粘弾性ひずみ成分を表すことが可能となる。ここで、 $E''$  よりび  $d\{\varepsilon''\}$  は式(5)から逐次的に求まる値である。また  $[C]$  はクリープポアソン比  $\nu(t, t')$  で表されるマトリックスであり、次式で表される。

$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & -\nu(t, t') & -\nu(t, t') & 0 & 0 & 0 \\ -\nu(t, t') & 1 & -\nu(t, t') & 0 & 0 & 0 \\ -\nu(t, t') & -\nu(t, t') & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 + \nu(t, t') & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + \nu(t, t') & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 + \nu(t, t') \end{bmatrix} \quad (7)$$

## 2.2 飽和透水性材料モデルの支配方程式

間隙水圧  $p$  が存在するならば全応力  $\{\sigma\}$  と有効応力  $\{\sigma'\}$  の関係は次式で表される。

$$\{\sigma\} = \{\sigma'\} - \{m\}p, \{m\} = \{1 1 1 0 0 0\} \quad (8)$$

ここで応力は引張を正とするが、間隙水圧  $p$  は圧縮を正とする。仮想仕事の原理を用いた力の釣合式は次式となる。

$$\int_{\Omega} \delta\{\varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \int_{\Omega} \delta\{u\}^T \{b\} d\Omega - \int_{\gamma} \delta\{u\}^T \{t\} d\gamma = 0 \quad (9)$$

ここで  $\{b\}$ ,  $\{t\}$  はそれぞれ物体力、表面力であり、 $\Omega$ ,  $\gamma$  はそれぞれ領域、力学的境界である。そして、場についての補間関数を用いると式(9)はマトリックス形で次式のように表される。

$$K_T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - L \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} - A \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} - \frac{d\{\bar{f}\}}{dt} = 0 \quad (10)$$

ここで、 $\bar{u}, \bar{p}$  よりび  $\bar{T}$  はそれぞれ節点変位、節点間隙水圧および節点温度である。マトリックス  $K_T$ ,  $L$  よりび  $A$  はそれぞれ接線剛性マトリックス、間隙水圧、固相液相の圧縮性の影響に対するマトリックスおよび温度の影響に対するマトリックスである。さらに  $\{\bar{f}\}$  は外力ベクトルである。これらは次のように表される。

$$K_T = \int_{\Omega} (1 - \xi) B^T D_S B d\Omega, L = \int_{\Omega} \xi B^T \{m\} \bar{N} d\Omega$$

$$A = \int_{\Omega} (1 - \xi) B^T D_S \{m\} \alpha \bar{N} d\Omega, \quad \{\bar{f}\} = \int_{\Omega} N^T \{b\} d\Omega + \int_{\gamma} N^T \{t\} d\gamma = 0$$

ここで  $N$ ,  $\bar{N}$  および  $B$  はそれぞれ変位に関する形状関数マトリックス, 間隙水圧, 温度に関する形状関数マトリックスおよびひずみ一変位マトリックスである. また,  $\alpha$  はコンクリートの熱膨張係数である.

また, 間隙水の質量保存則は最終的に次式で表される.

$$\xi \{m\}^T \frac{d\{\varepsilon\}}{dt} + \frac{\xi}{k_f} \frac{dp}{dt} + 3\xi\mu \frac{dT}{dt} - \nabla^T k / \gamma_w \nabla (\gamma_w z + p) - q = 0 \quad (11)$$

ここで  $k$  はコンクリートの透水係数,  $\gamma_w$  は間隙水の単位体積重量,  $k_f$  は間隙水の体積弾性率,  $\mu$  は間隙水の熱膨張係数,  $z$  は鉛直方向座標,  $q$  は内部からの湧き出し量である. 重み付き残差法を適用することにより式(11)は

$$-H\{\bar{p}\} - L^T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - S \frac{d\{\bar{p}\}}{dt} - W \frac{d\{\bar{T}\}}{dt} + \{f_p\} = 0 \quad (12)$$

ここで

$$H = \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T k / \gamma_w \nabla \bar{N} d\Omega, \quad S = \int_{\Omega} \bar{N}^T \frac{\xi}{k_f} \bar{N} d\Omega, \quad W = \int_{\Omega} \bar{N}^T \{3(1 - \xi)\alpha - 3\xi\mu\} \bar{N} d\Omega$$

$$\{f_p\} = \int_{\Omega} \bar{N}^T q d\Omega - \int_{\Omega} (\nabla \bar{N})^T k / \gamma_w \nabla \gamma_w z d\Omega + \int_{\gamma} \bar{N}^T (\{v\}^T \cdot \mathbf{n}) d\gamma$$

である. 最終的な支配方程式は式(10)と式(12)であり, この2式を連成させ, 時間増分毎に逐次解いていけば, 変位および間隙水圧等の解を得ることができる. しかし, 式(6)からわかるように, ここでの問題は常に粘弹性に対して非線型性があり, 最初の解を得る段階から収束計算を必要とする.

### 3. 粘弹性パラメータの決定手法

式(5)における粘弹性パラメータ  $C_\mu$  および  $\tau_\mu$  をクリープ係数  $\phi(t, t')$  の関数型に基づき決定することは, 解析における粘弹性ひずみを精度よく推定するためには必要不可欠である. しかし, 任意のクリープ関数に対して, 粘弹性パラメータ  $C_\mu$  および  $\tau_\mu$  を解析的に求めることは不可能である. すなわちこれらの粘弹性パラメータは何らかの方法を用いて近似的に決定せざるを得ない.

本研究では遷移材齢時のクリープ係数  $\phi(t, t')$  を次式で与えることとする.

$$\phi(t, t') = \phi_0(t')(t - t')^n \quad (13)$$

式(13)でクリープ係数を与えることは, 現在の ACI Committee や CEP-FIP Code 等によるクリープ係数の推定式から比べれば, 余りにも簡便すぎると思われる. しかし敢えて式(13)を用いた理由は以下に述べるように  $C_\mu$  および  $\tau_\mu$  を極めて精度良く決定することが可能であるからである.

$0.3\tau_1 < x < 0.5\tau_N$  に対して, 値  $x^n$  は経験的に次式で良く近似される.

$$x^n = \sum_{\mu=1}^{N+1} A_\mu [1 - \exp\{x/\tau_\mu\}] \quad (14)$$

ここで,

$$A_\mu = \begin{cases} a(n)\tau_\mu & \mu < N - 1 \\ 1.2a(n)\tau_\mu & \mu = N \\ -b(n)\tau_\mu & \mu = N + 1 \end{cases}, \quad \tau_\mu = \begin{cases} 10^{\mu-1}\tau_1 & \mu \leq N \\ 10^5\tau_N & \mu = N + 1 \end{cases} \quad (15)$$

$n, \tau_1$  および  $N$  を前もって定数として与えておけば、式(14)に適當な  $x_i (i = 1, 2, \dots, k)$  を与えることにより結局次の問題に帰着させることができる。

$$\Pi = \sum_{i=1}^k \left( x_i^n - \sum_{\mu=1}^{N+1} A_\mu [1 - \exp\{x_i/\tau_\mu\}] \right)^2 \rightarrow \min \text{ となる } a(n), b(n) \text{ を求める。} \quad (16)$$

結局、式(16)は  $a(n), b(n)$  に関する2次式で表されるため、 $\partial\Pi/\partial a(n) = 0$  および  $\partial\Pi/\partial b(n) = 0$  の条件から直接  $a(n)$  および  $b(n)$  を計算することができる。すると式(14)により  $x^n$  の近似解を得ることができ。図-2は式(14)に  $n$  を適宜与え計算して得られたものである。図-2より  $x^n$  は非常に良く式(14)で近似されることがわかった。従って、式(14)の  $x$  を  $t-t'$ 、 $N$  を  $N-1$  で置き換え、さらに両辺に  $\phi_0(t')/E(t')$  を乗じることにより  $C_\mu$  および  $\tau_\mu$  が決定される。

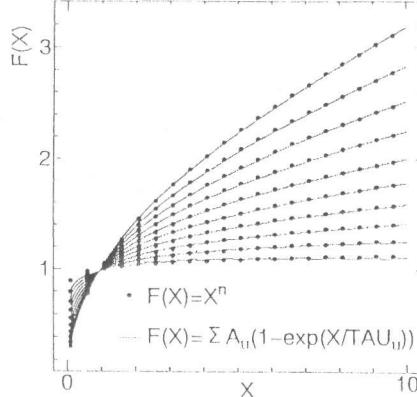


図-2  $x^n$  と式(14)の比較

#### 4. 粘弾性および間隙水が遷移材齢時のクリープに及ぼす影響

遷移材齢時の圧縮クリープと引張クリープ両方を行った実験は現在でも非常に数少ないが、本研究では名古屋工業大学および岐阜大学で行われた遷移材齢時での引張および圧縮クリープ試験[3][4]を基に計算を行った。名古屋工業大学で行われた実験では、供試体は  $\phi = 10 \times 20\text{cm}$  の円柱供試体である。配合は  $W/C = 45\%$ ,  $s/a = 44.6\%$  であり、単位セメント量、単位水量、単位細骨材量および単位粗骨材量はそれぞれ  $382\text{kg}/\text{m}^3, 172\text{kg}/\text{m}^3, 762\text{kg}/\text{m}^3$  および  $983\text{kg}/\text{m}^3$  である。載荷材齢は3日であり、 $40^\circ\text{C}$ ,  $R.H = 100\%$  の状態で試験は行われている。また、水分の逸散を防ぐため供試体表面にはアルミテープが貼り付けられている。

一方、岐阜大学で行われた実験では、供試体は圧縮クリープ試験では  $10 \times 10 \times 38\text{cm}$ 、引張クリープ試験では  $10 \times 10 \times 40\text{cm}$  の角柱供試体である。配合は  $W/C = 59.3\%$ ,  $s/a = 45\%$  であり、単位セメント量、単位水量、単位細骨材量および単位粗骨材量はそれぞれ  $280\text{kg}/\text{m}^3, 166\text{kg}/\text{m}^3, 824\text{kg}/\text{m}^3$  および  $1040\text{kg}/\text{m}^3$  である。載荷材齢は3日であり、 $20^\circ\text{C}$ ,  $R.H = 70\%$  以上の状態で試験は行われている。また、水分の逸散を防ぐため供試体表面にはアルミテープが貼り付けられている。

図-3および図-4に各々の実験結果を示す。岐阜大学における実験結果の方が圧縮クリープと引張クリープの差が名古屋工業大学のそれよりも大きい。両者の実験で最も異なる点は水セメント比である。名古屋工業大学の方は  $W/C = 45\%$  であるが、岐阜大学の方は  $W/C = 59.3\%$  とかなり大きな値である。

計算をする際、簡単のため塑性、粘塑性および水和による収縮の影響は考慮に入れなかった。即ち、解析においては間隙水および粘弾性の影響のみを扱うこととした。また、クリープポアソン比は弾性ポアソン比に等しいとした。また、透水係数および間隙率等の材料物性値は文献[1]に示す方法で決定した。間隙水に関する境界条件は圧縮クリープの解析では表面を大気圧に等しいとしたのに対し、引張クリープの解析では完全非排水条件とした。即ち、圧縮クリープの場合は表面からの間隙水の流出が許されるが、引張クリープの場合はそれが許されないということである。また、式(13)の  $\phi_0(t')$  は、両方の実験結果が載荷材齢3日のみということもあり、定数とみなした。コンクリートの弾性係数は両方の実験ともデータがないため、配合の違いに応じて、載荷時のひずみに合うよう名古屋工業大学の試験では  $2.66 \times 10^4 \text{ MPa}$ 、岐阜大学の試験では  $1.07 \times 10^4 \text{ MPa}$  と推定した。

解析結果を図-3および図-4の実験結果に重ねて示す。引張クリープの解析値が実験値に比べ若干異なるが、全体的に解析値は実験値を良く捉えていると思われる。圧縮クリープでは載荷後急激に内部に間隙水圧が発生し、載荷時間が経るにつれ、間隙水の排水と共にその間隙水圧は急激に有効応力に遷移していく。一方引張クリープでは、排水が行われないため、載荷期間常に内部に間隙水圧が発生したままであり、そのため、コンクリート骨格に作用する有効応力は圧縮クリープと引張クリープとでは全く異なる。また、コンクリート骨格の剛性が小さいと圧縮引張クリープともに発生する間隙水圧は大きくなる。その結果、解析では、引張および圧縮クリープに大きな差が生じる。

以上のことから遷移材齢時におけるコンクリートの圧縮クリープおよび引張クリープは主に間隙水と粘弾性およびコンクリート骨格の弾性係数によって支配されていることが示された。しかし、ここでの報告は、粘弾性と間隙水の影響のみを取り上げており、粘塑性、硬化収縮の影響は考慮されていない。今後さらに検討を進めていく必要がある。

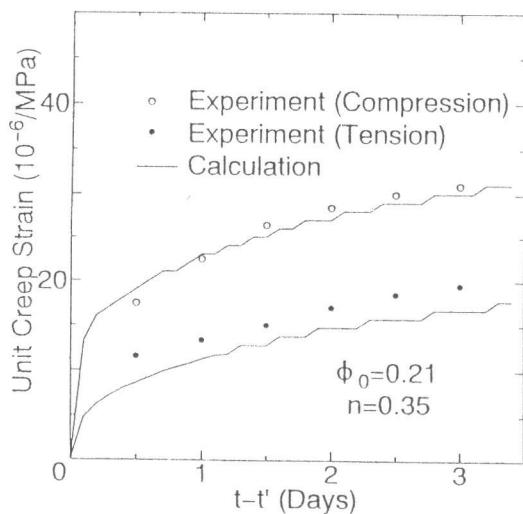


図-3 名古屋工業大学での圧縮および引張クリープ試験および解析結果

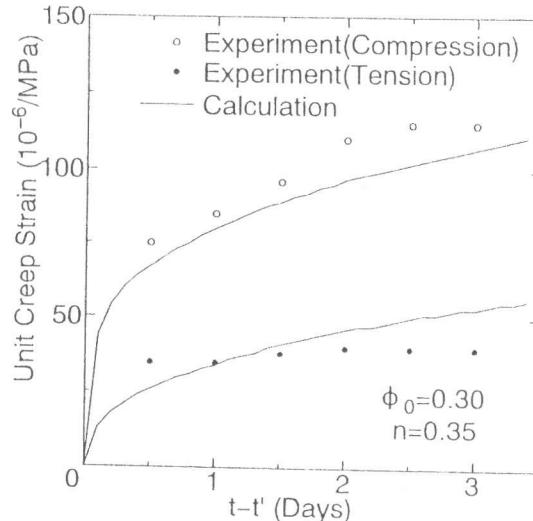


図-4 岐阜大学での圧縮および引張クリープ試験および解析結果

## 5. 結論

本研究の示す範囲で以下に示すことが得られた。

- ・遷移材齢時のコンクリートを間隙水および粘弾性成分を考慮にいれてモデル化し、非線形増分有限要素解析に適用できるように定式化を行った。
- ・遷移材齢時のコンクリートにおいて引張クリープが圧縮クリープに比べ小さくなる現象は主に間隙水の流出の是非、粘弾性およびコンクリートの弾性係数によって支配されることが示された。

## 参考文献

- [1] 石川靖晃ほか:時間依存挙動に対する若材齢コンクリートのモデル化, 土木学会論文集, No.520, V-28, pp.123-133, Aug. 1995
- [2] 石川靖晃ほか:ビンガム流体から固体への遷移過程におけるコンクリートの構成則に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No.1, pp.627-632, 1995
- [3] 後藤忠広, 上原匠, 梅原秀哲:若材齢コンクリートのクリープ挙動に関する研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.17, No.1, pp.1133-1138, 1995
- [4] 森本博昭ほか:若材齢コンクリートの圧縮および引張クリープ特性, 中部セメントコンクリート工学論文集, 第8号, pp.17-20, Oct. 1993