

# 論文 細骨材中の表面水移動に関する解析的研究

伊藤 始<sup>\*1</sup>・田邊 忠顕<sup>\*2</sup>

**要旨**：コンクリート製造においては、細骨材中の水分量の管理が最重要とされている。しかし、その水分が細骨材中でどのように移動して、表面水が変化するか、内部メカニズムを研究した例は、皆無である。ここでは、不飽和浸透流の毛管運動理論に基づき、有限要素および中心差分を用いてモデル化した。時間に対する毛管水頭および表面水率の変化の解析的評価を実際のサイロに近い状態で行った。

**キーワード**：細骨材、表面水率、毛管水頭、不飽和浸透流

## 1. はじめに

コンクリートを製造する際には、配合における単位水量を正確に決定することがコンクリートの品質管理上、重要である[1]。その際の単位水量には、細骨材に付着した水分（表面水）も含まれ、正確な計量が必要となる。細骨材中の含水状態は4種類に分けられるが、コンクリート製造における基準となるのが、骨材とセメントペーストとの間に水分の授受がない表乾状態である[2]。その状態を求める方法は様々あるが、実際の現場での表面水量の測定方法は、時間や資金の面で困難が多く、保管の段階からの水分管理が必要となるわけである。

また、水分移動についての研究は、農学や土質工学の分野で発達しているが、砂、特に細骨材のように、粒度分布の範囲が限られているものに関して、データが不足しており、砂中の水分移動の研究が必要とされるわけである。

本研究では、細骨材中の水分移動を不飽和流動による表面水の移動としてとらえ、それに焦点を当て、実際のサイロの形状や管理状況を考慮した上で、解析を試みた。

## 2. 飽和・不飽和浸透流の理論

### 2.1 Richards の毛管運動理論[3]

対象とする透水性媒体（土や砂）中に閉曲面をとり、その中の質量保存の関係を考える。水の圧縮性や砂の骨格構造の変化を無視し、かつ見かけの流速ベクトル $\vec{q}$ を用いると、砂中の水分の連続方程式として次式が得られる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\text{div}(\vec{q}) \quad (1)$$

ここで、 $\theta$ は体積含水率、 $t$ は時間、 $\vec{q}$ は流速である。

一方、水分運動を記述する方程式は、飽和地下水に関する Darcy の法則を、透水係数が体積含水

\*1 名古屋大学大学院 工学研究科土木工学専攻（正会員）

\*2 名古屋大学教授 工学部土木工学科、工博（正会員）

率  $\theta$  の関数であると仮定して、不飽和浸透流にまで一般化した Buckingham の方程式である。

$$\bar{q} = -\bar{K}(\theta) \text{grad}\phi \quad (2)$$

ここで、 $\bar{K}(\theta)$  は透水係数、 $\phi$  は水理水頭で  $\phi = \psi + z$  ( $\psi$  は毛管水頭 (圧力水頭)、 $z$  は位置水頭) である。式 (1) に式 (2) を代入すれば、Richards の不飽和浸透流方程式になる。

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) \quad (3)$$

透水係数は一般的にはテンソルであり、異方性を持つと考えるべきであるが、これを測定することは極めて困難であるので、等方性を仮定し、 $K$  を  $\theta$  の関数から  $\psi$  の関数に置き換えて、 $\partial \theta / \partial t = \partial \theta / \partial \psi \cdot \partial \psi / \partial t = C(\psi) \partial \psi / \partial t$  とすると、毛管水頭に関する次式が得られる。ここに、 $C(\psi)$  は比水分容量である。

$$C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( K(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial K(\psi)}{\partial z} \quad (4)$$

## 2.2 不飽和特性を表す式

式 (4) を解くには、物理条件として体積含水率  $\theta$ 、毛管水頭  $\psi$ 、不飽和透水係数  $K(\theta)$ 、 $K(\psi)$  の相互関係が必要である。理論的な計算や数値解析から、これらの関係を表現する数式が提案されてきたが、ここでは、土壤特性式として比較的良好に用いられる、van Genuchten および Kozeny の提案した次式を用いることにしたが、これらの式中の  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $m$ 、 $n$ 、 $K_s$ 、 $\theta_s$ 、 $\theta_r$  は、実験から求めることにした。

$$\theta = (\theta_s - \theta_r) \cdot \left( \frac{1}{1 + (\alpha|\psi|)^n} \right)^m + \theta_r \quad (5)$$

$$K(\theta) = K_s \cdot S_e^\beta \quad (6)$$

ここに、 $\theta_s$  : 飽和含水率、 $\theta_r$  : 比残留率 (重力排水後の含水率)、 $K_s$  : 飽和透水係数

$S_e$  : 有効飽和度 (=  $(\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$ )、 $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $m$ 、 $n$  : 砂の特性パラメータ

また、比水分容量は式 (5) を微分することにより、次式として表される。

$$C(\psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} = \frac{(\theta_s - \theta_r) \cdot m \cdot n \cdot \alpha \cdot (\alpha|\psi|)^{n-1}}{\left\{ 1 + (\alpha|\psi|)^n \right\}^{m+1}} \quad (7)$$

Richards の式に以上の式を物理条件として考慮し、適切な初期条件、境界条件に基づき解析するものとし、二次元不飽和浸透流としてのモデル化を後述する。

### 3. 解析のための予備実験

#### 3.1 透水試験

細骨材の不飽和透水試験の結果より、近似式を用いて、 $K_s$ 、 $\beta$ を決定した。近似式には、式(6)に示した Kozeny の式を用いた。決定したパラメータは表-1に示す。

#### 3.2 水分特性試験

実験より細骨材の体積含水率と毛管水頭の関係性を求め、近似式より、 $\theta_s$ 、 $\theta_r$ 、 $\alpha$ 、 $m$ 、 $n$ を決定する。近似式は、式(5)に示した van Genuchten の式を用いた。

表-1 解析に用いたパラメータ

	$K_s$	$\beta$	$\theta_s$	$\theta_r$	$\alpha$	$m$	$n$
水道水	0.0368	1.4309	0.29	0.075	0.036	1	2.9

### 4. 二次元不飽和浸透実験

#### 4.1 実験装置

実際のサイロ内での細骨材の管理に近い状況を考え、鉛直方向および横方向、斜め方向への細骨材中の水分挙動を観測するための実験を行った。

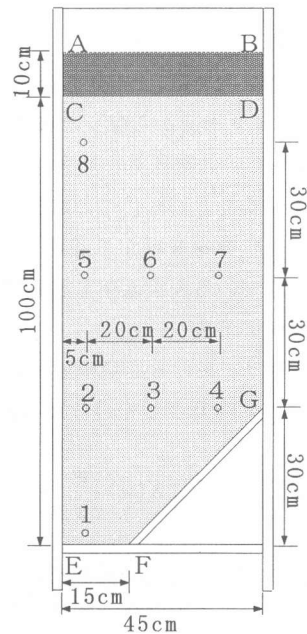
使用した実験装置は図-1に示した。塩化ビニル製の板を組み合わせて、内側の寸法が高さ120cm、横幅45cm、奥行き15cmとなるように製作した。二次元的解析の境界条件を考慮するにあたり、奥行きを無限遠にした実験が望まれるところであるが、物理的に難しいために、塩化ビニル板の側面に細骨材を接着する工夫をして、境界条件への影響を軽減させることにした。軸対称の実験であることについても、同様の工夫を施した。前面には圧力を測定するためのテンシオメータおよび圧力変換器を図の数字のように配置した。

EF面だけで排水を行うこととし、無数の穴をあけた板を用い、すべての穴に糸を通して、重力によるスムーズな排水が行えるようにした。

#### 4.2 実験手順

次の手順で実験を行った。

- ① 図のCDGF Eに細骨材を水締めにより投入する。
- ② 一時的に飽和状態にしてデータロガーを初期状態にする。その後、気乾状態になるまで排水させる。(約48時間)
- ③ ABCに表面水率の高い細骨材を投入し、その毛管水頭の差による水圧の変化を各測点の



○: テンシオメータ取り付け箇所

図-1 実験装置

ひずみの値としてデータロガーで記録する。

④ 測定は、5～10分間隔で48時間行う。

## 5. 二次元不飽和浸透流モデル

### 5.1 モデル化への考慮すべき点

一次元における比較・検討の結果より、土の分野で用いられている Richards の式が、細骨材中の不飽和流動による表面水移動の解析にも、大筋において、適応可能であることが確認できた[4]。

ここで、次の段階として、実際の細骨材の保管状態に近づけるために、いくつかの考慮すべき点を解析モデルに適応した。

実際の保管状態には、細骨材の山積みの状態、サイロ中の状態などが考えられる。そのような状態の細骨材を検討するためには、鉛直方向だけではなく、横方向や斜め方向への水の移動も考える必要があり、z 方向に加えて x 方向も含めた解析を行った。

実際のサイロ内では、上部から降水を与えるのは不適當であるため、サイロ上部から湿った細骨材の補充がなされると仮定し、残っていた細骨材と補充された細骨材との間の含水量の差によって、サイロ内の含水状態が変化していくことにし、この点を初期含水状態により表現した。

また、水分状態を表現する基準として毛管水頭だけを適用してきたが、コンクリート工学の分野で用いられている表面水率も細骨材の含水状態を表現するための基準に用いた。

### 5.2 数値解析手法

今回の研究は、奥行きを無限遠と考え、鉛直方向および横方向の二次元とするので、式(4)において、 $\partial\psi/\partial y=0$ として得られる次式を基礎式とした。

$$C(\psi)\frac{\partial\psi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(K(\psi)\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K(\psi)\frac{\partial\psi}{\partial z}\right) + \frac{\partial K(\psi)}{\partial z} \quad (8)$$

この式に含まれる各偏導関数を、空間的には有限要素、時間的には中心差分を用いて離散化すると下式に示すような微分方程式が得られる。

$$\left(\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C]\right)\{\psi(t+\Delta t)\} = \left(-\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C]\right)\{\psi(t)\} + \{F\} \quad (9)$$

ここに、 $[K]$ 、 $[C]$ 、 $\{F\}$ それぞれのマトリックスを下式に示す。

$$[K] = \left[ \int_V K(\psi) \frac{\partial N}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial x} dV + \int_V K(\psi) \frac{\partial N}{\partial z} \frac{\partial N}{\partial z} dV + \int_V \frac{\partial K(\psi)}{\partial \psi} [N]^T \frac{\partial N}{\partial z} dV \right] \quad (10)$$

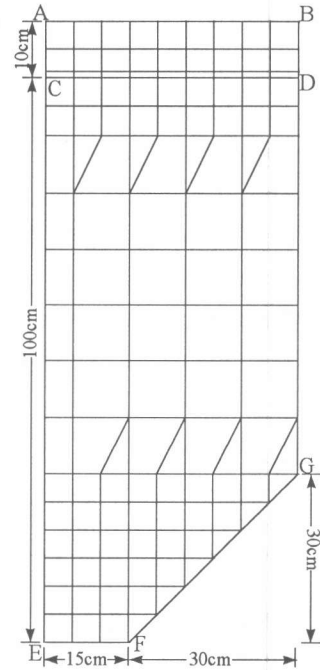


図-2 二次元モデル

$$[C] = \left[ \int_V C(\psi) [N]^T [N] dV \right] \quad (11)$$

$$\{F\} = \left\{ - \int_S q [N]^T dS - \int_S K(\psi) [N]^T dS \right\} \quad (12)$$

ここに、 $[N]$ 内挿関数マトリックスである。

数値解析にあたっては、以下の境界条件を与える。図-2において、四角形ABDCで囲まれた部分には、ぬれた細骨材が投入されることを考慮したため、初期条件は、100cm以上は湿った状態をあらわす $\psi = 0$ に近い毛管水頭を与え、高さ100cmまでは、飽和状態( $\psi = 0$ )から48時間排水させた毛管水頭を解析値から与えた。また、本研究では降水を考慮しないため、式(12)の $q$ は0として解析する。一方、EF面においてのみ、排水が行われることにし、EF面の各節点に $\psi = 0$ を与えた。

計算条件は、三角形要素と四角形要素を混合して用い、節点数139点、要素数122要素、時間間隔 $\Delta t = 0.1\text{min}$ とした。

## 6. 結果と考察

### 6.1 時間-毛管水頭関係

図-3は、測点2、3、5、8について、実験装置(図-2)による実験結果および排水過程と吸水過程の解析結果であり、時間に対する毛管水頭の変化のかたちで表した。各結果について、測点では、ぬれた細骨材を投入した部分に近い点から、早い時刻に毛管水頭の上昇が始まっており、ピークを過ぎると、再び、ゆっくりと定常状態に向かっていることがわかる。測点2と3は、同じ高さの点であるが、測点3の毛管水頭の方が低い値を示しており、測点2に比べて乾いていることがわかり、排水面からの距離や形状の影響が表現されている。実験と数値解析の比較として、大筋において、浸透流の傾向は捉えられているが解析値が実験値よりも早い時刻に反応が生じている。これは、含水率が低い状態での不飽和透水係数が過大に評価されているのではないかと考えられ、改善が必要である。

測点5と8において実験値2と吸水の解析値を比較するとピーク時の毛管水頭は、ほぼ一致している。また、排水の解析値を比較した場合に、時間に対する毛管水頭の傾きが良い一致を示している。このことより、ピーク前までは、吸水過程、ピーク後は、排水過程の解析値を使用するとより実験値に一致した解析が行えると考えられる。

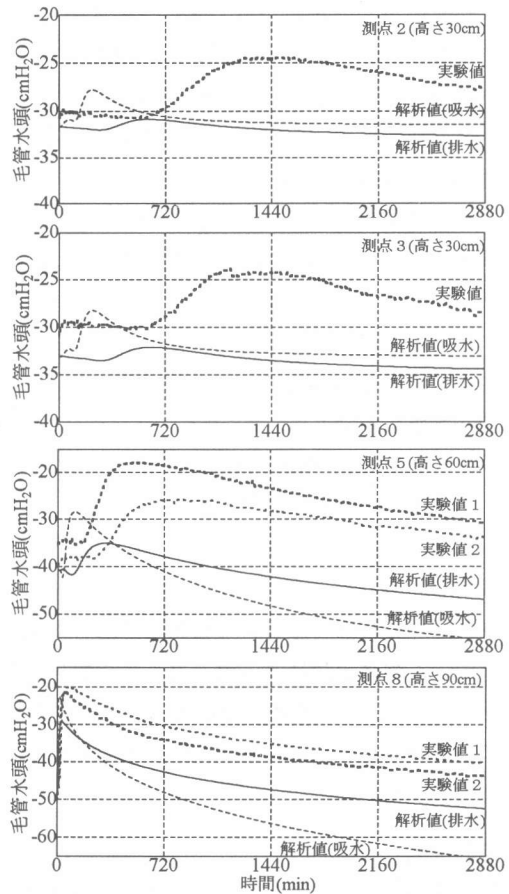


図-3 時間-毛管水頭関係

### 6.2 高さ-毛管水頭関係

図-4は、各時間ごとの、高さに対する毛管水頭および表面水率である。時間を追うごとに、下方へ水分が伝播しており、また、高さと毛管水頭が1対1対応になる定常状態に近づいていくことがわかる。

### 6.3 等表面水率曲線

図-5は、表面水率(%)の等しい点を結んだ曲線(等表面水率曲線)を50, 300, 2800minについて表したものである。図中の×印に付した数値は実験値を示している。各時間とも、モデル下部において形状の影響が表現されており、等しい高さでも表面水率が異なっていることがわかる。また、排水面近くでは、等表面水率線が密になっており、水分状態が急激に変化している。50minのグラフについて、上部から湿った細骨材が投入されたことにより、高さ90cm~100cmで最もぬれた状態になっており、300minでは、水分の伝播により、60~80cmがぬれた状態になっている。

### 6.4 問題点と課題

- 排水、吸水過程を的確に適應することが必要である。
- 飽和でない排水面を表現することが、解析において必要となってくる。

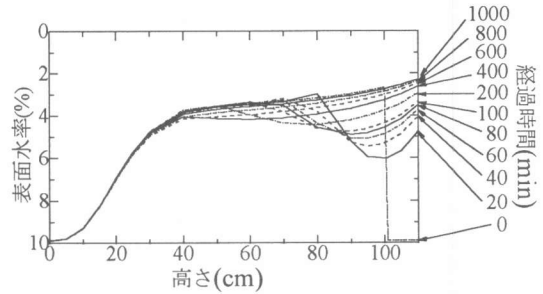
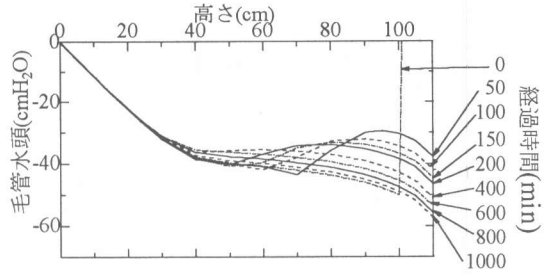


図-4 高さ-毛管水頭関係

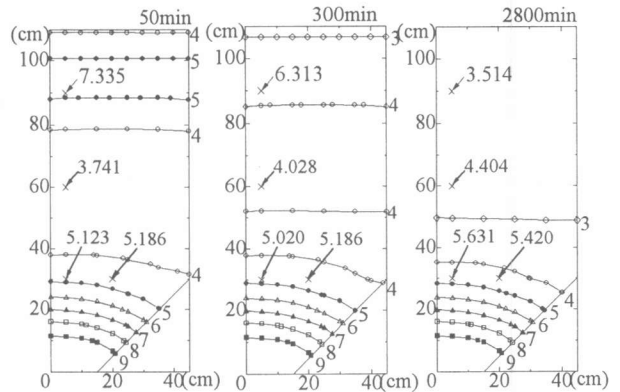


図-5 等表面水率曲線

### 7. 結論

横方向への移動や細骨材の投入を考慮した上で、Richards の式は多少修正することにより、サイロ内の不飽和流動による表面水移動の解析にも適応可能であるようであるが、さらに実験を重ねるとともに、上記の問題点を解決し、サイロ内の状態を再検討した解析が必要である。このような上で、細骨材の水分管理が、解析と点実測とを組み合わせることにより、精度の高いレベルで行えると考えている。

### 参考文献

- 1) 村田二郎：コンクリート100講、山海堂、1993
- 2) 村田二郎、長瀧重義、菊川浩治：土木材料コンクリート、共立出版、1989
- 3) 日野幹雄、太田猛彦、砂田憲吾、渡辺邦夫：洪水の数値予測（その第一歩）、森北出版、1989
- 4) 伊藤始、田邊忠顕：細骨材の表面水移動に関する研究、コンクリート工学年次論文報告集 Vol.18-1, 1996