論文　逆解析手法を用いたコンクリート断熱温度上昇式の比較検討

西田徳行*1・浅井　功*2・潮田和司*3・松井邦人*4

要旨：コンクリートの温度解析に用いる発熱モデルは数種類提案されており，モデルが温度解析結果に大きく影響することが知られている．本研究では非線形最小二乗法の概念に基づく逆解析手法を用い，6種類の時間依存型発熱モデルの各定数を断熱温度上昇試験データから定め，発熱モデルの良否を比較検討している．良否の判断の指標として最小二乗法の評価関数の値と*AIC*の値を用い，対象とした発熱モデルの中から最適なモデルを選定している．

キーワード：コンクリート，温度解析，発熱モデル，逆解析，断熱温度上昇試験，*AIC*

1.はじめに

温度ひび割れ予測には，コンクリートの熱特性，若材齢時の力学的特性，ひび割れ発生条件を仮定する必要があり，これらが予測精度に影響を及ぼすことが指摘されている．温度解析での発熱モデルとして，時間依存型の断熱温度上昇式[1],[2]や温度依存性を考慮した水和反応モデルが提案されている．断熱状態にならない厚さの薄いコンクリート部材では水和反応モデルが有効であるが，設計においては従来の断熱温度上昇式を用いた方が温度が高くなり，安全側の指標を与えることから，この種の式が用いられている．しかし，近年開発された低発熱型のセメントに対し，終局断熱温度上昇量 Q_∞ と温度上昇速度に関する定数 γ を用いた従来の簡易的近似式では温度変化を精度良く推定できないとの指摘もある[1]．

本研究では11種類のコンクリート断熱温度上昇試験結果から，非線形最小二乗法の概念に基づき，6種類の時間依存型断熱温度上昇式に含まれる定数を Gauss-Newton 法による逆解析手法により求め，この種のモデルの適合性について検討した．非線形最小二乗法の評価関数の値は 1 つの適合性の指標ではあるが，一般にモデルの未知パラメータ(定数)の数が多く含まれるほど，評価関数の値が小さくなる傾向があるため必ずしも適切な指標ではない．より合理的な指標として，情報量統計学で用いられている*AIC*(赤池情報量基準)がある．*AIC*は工学，地球科学，医学，生物学，経済学など，時系列の統計的研究の多くの分野において適用され，現象の解明に寄与してきた[3]～[6]．実現象をできる限り簡単なモデルで表すことは工学上，重要である．地盤工学の逆問題においても，しばしば幾つかの候補の中から対象を最も良く表現するモデルを選択することが行われ，その最適性の判断基準に*AIC*が用いられている例がある[6]．本研究では，この 2 つの指標で 6 種類の発熱モデルの良否を比較検討している．

2.コンクリートの断熱温度上昇式

時間依存型のコンクリート断熱温度上昇の近似曲線式としては式(1)～(6)が代表的である[1],[2]．式(1)はその簡便性から使用されることが多く，実験定数 γ は発熱速度の指標となっている．実験定数 β を用いた式(4)は一般に測定値を良好に近似することができるとされ，遅延剤などを用いたコンクリートに対しては実験定数 t_0 を用いた式(3)，(5)，(6)の適合性が良いとされている．

---

*1　西松建設㈱技術研究所技術部土木技術課係長，東京電機大学理工学研究科博士後期課程，正会員
*2　西松建設㈱技術研究所技術部土木技術課主任，工修，正会員
*3　西松建設㈱技術研究所技術部土木技術課，工修，正会員
*4　東京電機大学教授　理工学部建設工学科，Ph.D.，正会員

$$Q(t) = Q_\infty\{1-\exp(-\gamma t)\} \quad (1)$$

$$Q(t) = Q_\infty\{1-(1+\gamma t)\cdot\exp(-\gamma t)\} \quad (2)$$

$$Q(t) = Q_\infty\left[1-\exp\{-\gamma(t-t_0)\}\right] \quad (3)$$

$$Q(t) = Q_\infty\left\{1-\exp(-\gamma t^\beta)\right\} \quad (4)$$

$$Q(t) = Q_\infty\left[1-\exp\left\{-\gamma(t-t_0)^\beta\right\}\right] \quad (5)$$

$$Q(t) = Q_\infty\left[1-\exp\left\{-\gamma t(t-t_0)^\beta\right\}\right] \quad (6)$$

ここに，t は練混ぜ後の時間(日)，$Q(t)$ は時間 t 日におけるコンクリートの断熱温度上昇量(℃)，Q_∞ は終局断熱温度上昇量(℃)，γ および β，t_0 は実験定数.

3.逆解析とモデルの適合性

6種類の断熱温度上昇式に含まれるパラメータ(未知定数)は，非線形最小二乗法の概念に基づき断熱温度試験データと断熱温度上昇式から求めた計算温度との差が最小となるように求めている．断熱温度上昇量をパラメータ $\mathbf{X}=\{X_1,\cdots,X_k\}^T$ の関数と考え，時間 t_i $(i=1,\cdots,N)$ における断熱温度上昇量を $Q_i(\mathbf{X})$，測定値を $\widetilde{Q}_i$ とすると，最小二乗問題を式(7)のように書くことができる.

$$J = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{N}\left\{\widetilde{Q}_i - Q_i(\mathbf{X})\right\}^2 \quad (7)$$

最小化には Gauss-Newton 法を用いており，文献[7]に熱特性値推定への適用例が詳述されている.

パラメータの値を推定した後，式(7)の値(評価関数)で6種類のモデルの良否を評価することも1つの考え方である．しかし，一般にモデルに含まれるパラメータの数が多いほど評価関数の値が小さくなり，測定データとの適合度が良いと言われる．測定データは誤差を含んでいることを考えると，適合度が良いことは必ずしもモデルが対象を精度良く表現していることにならない．パラメータ数を考慮したモデルの良否の判断基準として Kullback-Leibler の情報量に基づき，赤池が提案した *AIC*（赤池情報量基準）がしばしば用いられている[3]～[6]．*AIC* は，次式のように定義されている.

$$AIC = n\ln\delta^2 + 2k \quad (8)$$

ここに，n はデータの個数，δ^2 は残差二乗和，k はランク(パラメータ数)である．式(8)の第1項は，モデル自身の悪さを表し，第2項はパラメータ数を増すことに対するペナルティを表している．したがって，複数の候補の中でパラメータ数を考慮する場合，*AIC* を最小とするモデルが最適なモデルであることになる.

4.断熱温度上昇試験データ

コンクリートの断熱温度上昇性状は，セメント種類と量，打込み温度などにより異なることが知られている．本研究では，文献[8],[9]から**表-1** に示す7種類の配合と異なる打込み温度から 11 種類の断熱温度上昇試験データを用いた．セメントは，普通ポルトランドセメント(N)，高炉セメントB種(BB)，中庸熱ポルトランドセメント(M)，フライアッシュ混入高炉セメント(MBF)，低発熱ポルトランドセメント(L)，3成分系低発熱型セメント(3P)の6種類であり，セメント量は3Pで 260kg/m^3 と 320kg/m^3，他は 280kg/m^3 である．打込み温度は，L で 10℃，20℃，30℃，3P で 10℃，20℃(19℃)，他は 20℃である．試験装置は，二重の断熱槽を有する空気循環式測定装置による．なお，今回は混和剤などの影響を考慮していない.

5. 逆解析結果と考察

逆解析から得られた各式の評価関数の値，パラメータ値，*AIC* および繰返し計算の回数を**表-1** に，断熱温度上昇試験の測定値と得られた近似式による計算値の比較を**図-1** に示す．**図-1** よりセメントに M，L，3P を用いたコンクリートでは，従来の近似式(1)および式(2)の適合性が悪いことがわかる．**表-1** から同定されたパラメータ Q_∞ の値は，セメント L の式(4),(5)において他のものと比較して大きくなっている．これは，

表-1 断熱温度上昇試験データと逆解析結果および *AIC*

コンクリート条件	式番号	評価関数	Q_∞ (℃)	γ	β	t_0	データ数	ランク	AIC	繰返回数	備考
普通ポルトランド	1	9.60E+00	47.649	1.069			13	2	42	11	文献[8]
セメント(N)	2	7.60E+00	46.796	2.350			13	2	39	21	
打込み温度20℃	3	3.40E+01	47.228	1.353		0.176	13	3	61	40	
C=280kg/m³	4	5.50E+00	47.149	1.803	1.219		13	3	37	15	
W/C=55%	5	1.00E+00	47.765	1.596	0.645	0.347	13	4	17	42	
	6	2.30E+02	47.479	1.140	0.000	0.657	13	4	88	83	
高炉セメントB種	1	2.10E+01	49.046	0.623			13	2	53	6	文献[8]
(BB)	2	5.30E+00	47.807	1.408			13	2	35	14	
打込み温度20℃	3	1.00E+00	48.365	0.805		0.282	13	3	15	37	
C=280kg/m³	4	4.50E+00	48.059	0.554	1.328		13	3	35	6	
W/C=55%	5	9.30E-01	48.442	0.830	0.960	0.306	13	4	16	39	
	6	1.10E+00	48.374	0.680	0.082	0.839	13	4	18	77	
中庸熱ポルトランド	1	1.70E+01	40.910	0.699			13	2	50	8	文献[8]
セメント(M)	2	5.00E+01	39.407	1.684			13	2	64	19	
打込み温度20℃	3	2.20E+01	41.226	0.662		0.000	13	3	55	30	
C=280kg/m³	4	1.10E+01	41.969	0.722	0.802		13	3	46	9	
W/C=55%	5	2.70E-02	45.139	0.947	0.427	0.441	13	4	-30	43	
	6	1.30E+01	42.016	0.629	0.000	1.078	13	4	50	92	
フライアッシュ混入	1	1.60E+01	39.712	0.362			13	2	49	7	文献[8]
高炉セメント(MBF)	2	6.10E+00	38.143	0.873			13	2	37	9	
打込み温度20℃	3	2.70E+00	38.967	0.454		0.349	13	3	28	39	
C=280kg/m³	4	3.20E+00	38.456	0.291	1.320		13	3	30	8	
W/C=55%	5	2.30E+00	38.712	0.404	1.103	0.263	13	4	28	37	
	6	1.60E+00	38.677	0.344	0.182	0.494	13	4	23	102	
低発熱ポルトランド	1	3.10E+01	34.448	0.306			13	2	58	10	文献[8]
セメント(L)	2	8.10E+01	31.577	0.859			13	2	70	14	
打込み温度10℃	3	5.70E+01	36.324	0.221		0.000	13	3	68	30	
C=280kg/m³	4	1.40E+01	42.545	0.308	0.662		13	3	49	9	
W/C=55%	5	3.30E+00	54.751	0.312	0.454	0.461	13	4	33	42	
	6	6.70E+01	37.490	0.315	0.000	1.085	13	4	72	76	
低発熱ポルトランド	1	4.50E+01	35.396	0.361			13	2	62	9	文献[8]
セメント(L)	2	1.10E+02	32.722	0.990			13	2	74	16	
打込み温度20℃	3	1.50E+02	39.018	0.190		0.000	13	3	80	30	
C=280kg/m³	4	8.50E+00	48.743	0.336	0.547		13	3	43	8	
W/C=55%	5	4.30E+00	56.852	0.343	0.423	0.374	13	4	36	42	
	6	6.60E+01	38.836	0.341	0.000	1.080	13	4	71	98	
低発熱ポルトランド	1	4.80E+01	35.328	0.493			13	2	63	7	文献[8]
セメント(L)	2	1.20E+02	33.226	1.286			13	2	75	22	
打込み温度30℃	3	2.40E+02	38.641	0.221		0.000	13	3	86	30	
C=280kg/m³	4	9.70E-01	47.315	0.457	0.470		13	3	15	12	
W/C=55%	5	1.00E+00	46.673	0.460	0.480	0.000	13	4	17	100	
	6	3.20E+01	37.988	0.419	0.000	1.084	13	4	62	94	
3成分系低発熱型	1	1.90E+01	23.998	0.638			80	2	295	5	文献[9]
セメント(3P)	2	1.90E+01	23.322	1.452			80	2	295	17	
打込み温度19℃	3	4.30E+00	23.695	0.778		0.217	80	3	178	34	
C=260kg/m³	4	1.20E+01	23.623	0.600	1.183		80	3	260	7	
W/C=55%	5	7.30E-01	24.030	0.900	0.803	0.344	80	4	38	40	
	6	2.00E-01	24.051	0.605	0.000	3.646	80	4	-65	87	
3成分系低発熱型	1	9.10E+01	25.921	0.487			80	2	420	6	文献[9]
セメント(3P)	2	1.10E+01	24.990	1.107			80	2	251	11	
打込み温度10℃	3	1.10E+01	25.054	0.771		0.579	80	3	253	46	
C=260kg/m³	4	4.60E+00	24.642	0.312	1.778		80	3	184	10	
W/C=55%	5	4.40E+00	24.669	0.375	1.651	0.107	80	4	182	30	
	6	4.50E+00	24.654	0.339	0.720	0.106	80	4	184	40	
3成分系低発熱型	1	3.00E+02	33.210	0.313			40	2	260	13	文献[9]
セメント(3P)	2	1.50E+02	30.698	0.785			40	2	232	11	
打込み温度20℃	3	4.50E+00	29.322	1.311		1.635	40	3	94	57	
C=320kg/m³	4	1.30E+01	28.935	0.027	4.024		40	3	136	35	
W/C=68.8%	5	4.20E+00	29.239	1.258	1.113	1.593	40	4	93	202	
	6	1.30E+01	28.926	0.026	3.075	0.001	40	4	138	44	
3成分系低発熱型	1	1.90E+02	32.899	0.349			40	2	242	11	文献[9]
セメント(3P)	2	7.10E+01	30.824	0.849			40	2	202	12	
打込み温度10℃	3	1.40E+01	30.137	0.880		1.184	40	3	139	54	
C=320kg/m³	4	9.70E+00	29.532	0.091	2.773		40	3	125	21	
W/C=68.8%	5	9.80E+00	29.617	0.231	2.121	0.383	40	4	127	振動	
	6	9.70E+00	29.538	0.103	1.699	0.083	40	4	127	174	

[注]繰返回数は，出力される未知パラメータ値および評価関数値が変化しなくなった時点としている．

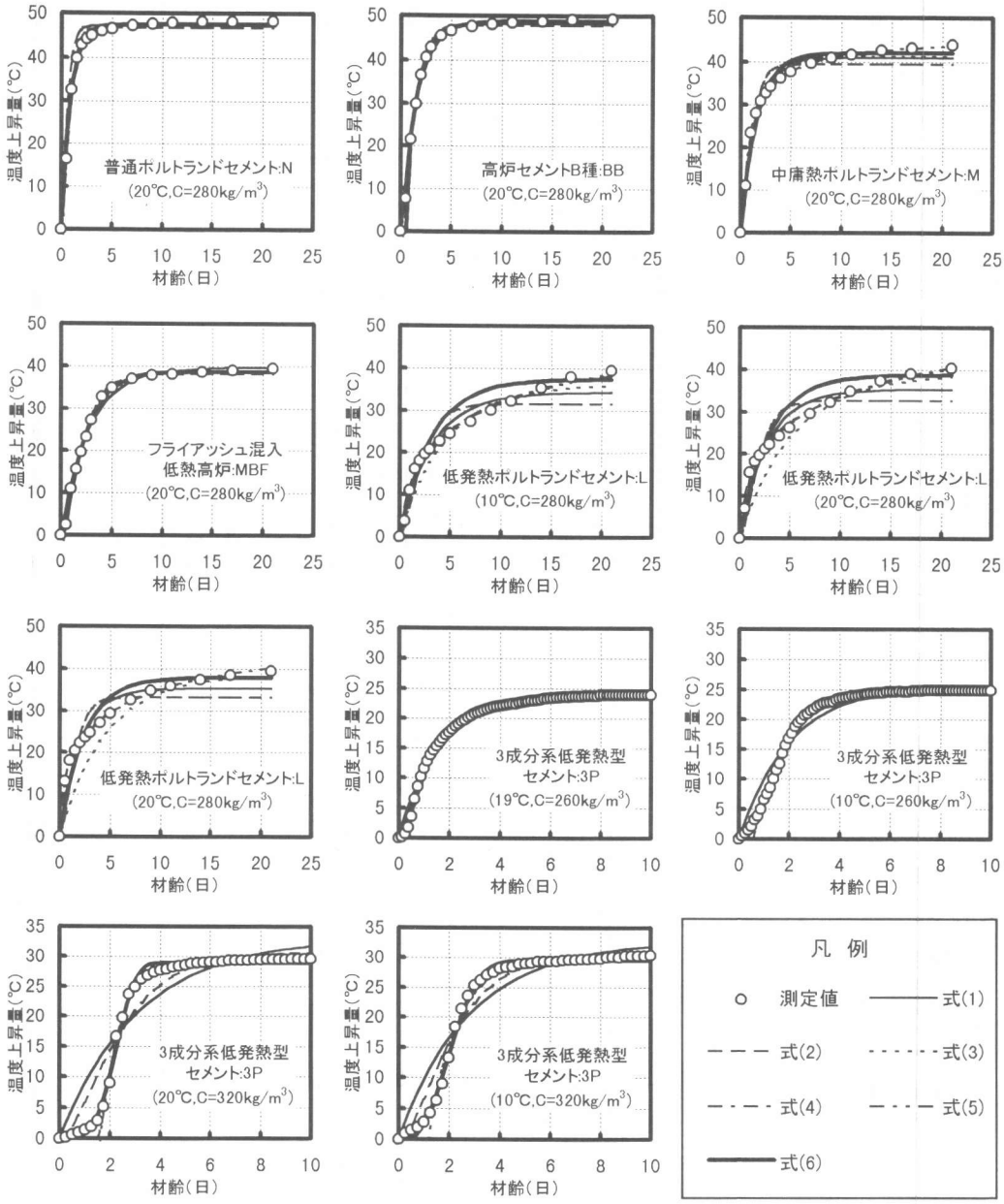

図-1 断熱温度上昇試験の測定値と近似式による値の比較

図-1 に示すようにセメントLの温度上昇が他に比べて緩慢であり材齢20日以降も持続していることによると考える．つまり，断熱温度上昇試験において温度上昇が遅く，終局断熱温度上昇量が得られていないデータから式(1)のような従来の近似式を設定し，温度解析を行うと精度が極端に悪くなることが予想される．

本研究では近似式の適合性を評価するもの(指標)として，評価関数と*AIC*を採用した．これらは各指標内で最も値の小さい式が，そのデータにおいて最も適合性が良いことを示す．各式と評価関数および*AIC*

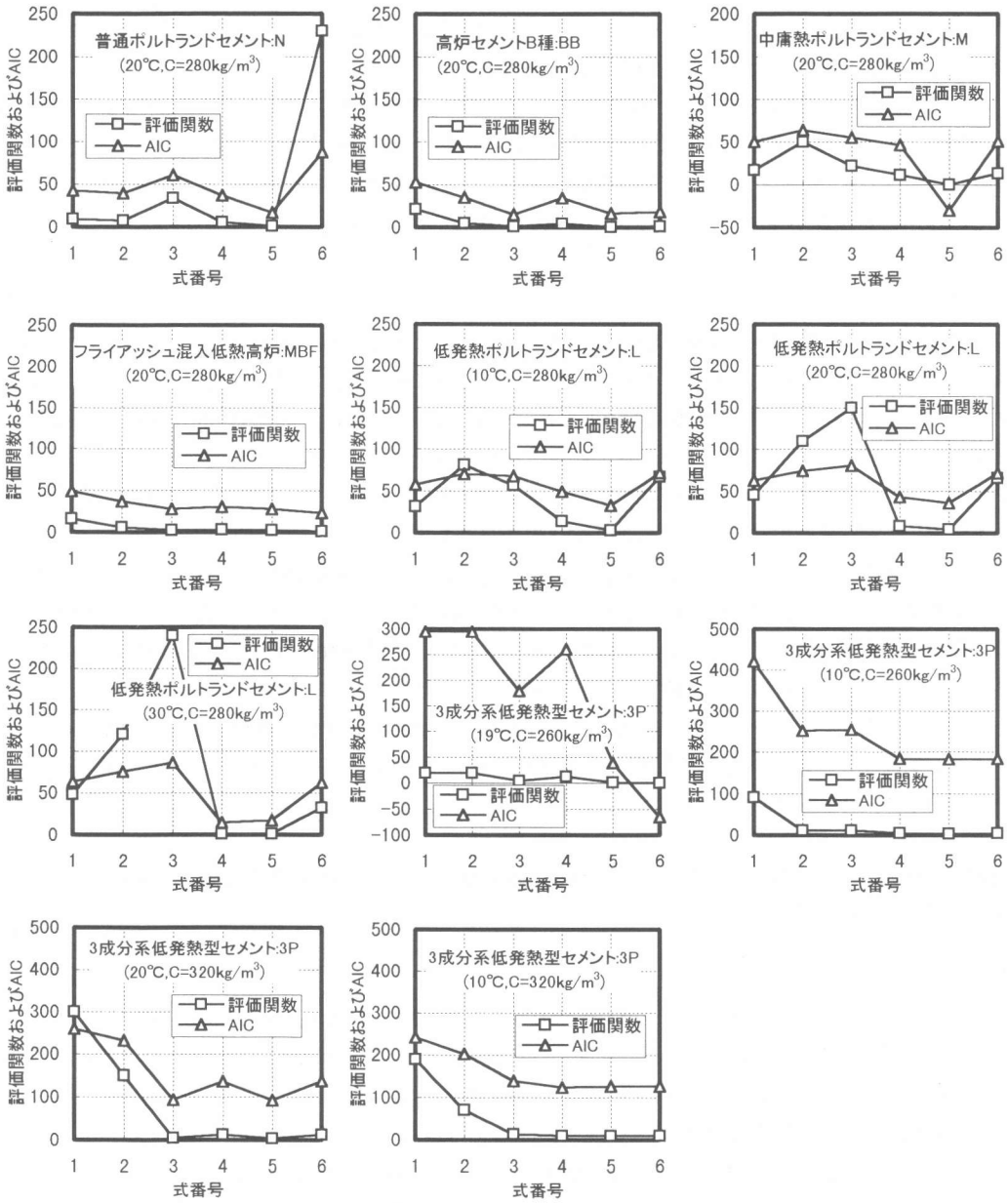

図-2 各近似式の評価関数と*AIC*

の関係を**図-2**に示す．なお，*AIC*は，パラメータの数およびデータ数を考慮できる点が評価関数と異なる．**表-1**および**図-2**から逆解析の繰返回数は，モデルの適合性が良い近似式では回数が少なくなる傾向があるようである．また，**図-2** に示すように評価関数と*AIC*による適合性の評価は，本データにおいて概ね等しい結果となった．ただし，評価関数の値の大きさが同程度の式であっても，パラメータ数が異なる場合は*AIC*の値に差が出ている．どちらの指標からも，各種セメントによるコンクリートにおいて全般的に適合性の良い近似式は，式(5)であると判断できる．この式の特徴は，従来の式(1)に混和材や遅延剤などによる

温度上昇速度の遅れ効果として，パラメータにt_0およびβを加えていることである．温度上昇速度の遅れ等が問題とならないコンクリート配合については，パラメータt_0およびβを0および1にすることで，従来の式(1)と同様にこれまでのデータも使用することができる[10]．

以上より，近年開発された低発熱型のセメントも含めると，終局断熱温度上昇量 Q_∞と温度上昇速度に関する定数γによる従来の簡易的近似式で断熱温度上昇データを整理することは，不十分であることが示された．また，断熱温度上昇式としては，温度上昇速度の遅れ効果としてパラメータにt_0およびβを加えている式(5)による整理が望ましいことが，AICを用いて客観的に示された．

6.おわりに

本研究では，6種類の時間依存型断熱温度上昇式の良否について検討を行った．非線形最小二乗法の概念に基づき，11 種類の断熱温度上昇試験データを用いて逆解析し，断熱温度上昇式のパラメータを定めている．そのとき用いた評価関数の値とモデルの適合性評価の合理的な指標AICを用いて，断熱温度上昇の良否の判断を行ったことが本研究の特色である．得られた知見を以下に示す．

1)低発熱型のセメントを用いたコンクリートでは，終局断熱温度上昇量 Q_∞と温度上昇速度に関する定数γによる従来の簡易的な近似式では測定値との適合性が悪い．

2)どちらの指標からも，各種セメントによるコンクリートにおいて全般的に適合性の良い近似式は，従来の終局断熱温度上昇量 Q_∞と温度上昇速度に関する定数γに，温度上昇速度の遅れ効果のパラメータとしてt_0およびβを加えた式(5)であると判断できた．ただし，評価関数の値の大きさが同程度のモデルであっても，パラメータ数が異なる場合はAICの値に差が出ている．

今後は，同一配合コンクリートによる断熱温度上昇試験データと実構造物の現場計測データを用いて逆解析を行い，推定した両者の熱特性に有為な差があるのか，断熱温度上昇モデルの実構造物の温度予測への適用性について検討を行う．

謝辞：本研究を遂行するにあたり，鈴木　誠博士(清水建設株式会社)から貴重な御意見を頂きました．ここに，深く感謝の意を表します．

参考文献

[1]土木学会：コンクリート技術シリーズ 14 最新のマスコンクリート技術，pp.2-4，1996.11.

[2]西田徳行，潮田和司，土橋吉輝，松井邦人：現場計測データに基づくコンクリートの熱特性の推定とその考察，土木学会論文集，No.544/V-32，pp.89-100，1996.8.

[3]日本コンクリート工学協会：コンクリート便覧，pp.222，1996.2.

[4]赤池弘次：情報基準量 AIC とは何か，数理科学，No.153，pp.5-11，1979.3.

[5]中川　徹，小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析，東京大学出版会，pp.154-156，1982.

[6]赤池弘次，北川源四郎：時系列解析の実際Ⅰ，朝倉書店，1994.6.

[7]本城勇介：地盤工学における逆解析　5.逆解析における事前情報とモデルの選択(その1)，土と基礎，No.43，Vol.7，pp.63-68，1995.7.

[8]秩父小野田株式会社：技術資料　低熱ポルトランドセメント，pp.22-26，1995.1.

[9]浅井　功，他：大規模アンカレイジの施工直切鉄筋補強土工法およびコンクリート躯体の挙動計測，西松建設技報 vol.20，1997，投稿中.

[10]日本コンクリート工学協会：ユーザーズマニュアル　マスコンクリートの温度・応力計算用パソコンプログラム集(ウィンドウズ版)，pp.20，1996.7.