

論文 信頼性理論に基づく RC 橋脚の地震時安全性評価法に関する研究

山崎 康紀*1・秋山 充良*2・鈴木 基行*3

要旨：起こることが予想される複数の限界状態に対し、これらを同時に考慮した構造系の限界状態到達確率の算定法を構築した。そして、地震時の RC 橋脚の限界状態として耐力と変形能に関する照査を取り上げ、RC 橋脚の安全性評価を行った。その結果、耐力比に着目した時の RC 橋脚の安全性の相違を定量的に把握することができた。

キーワード：RC 橋脚、信頼性解析、耐震設計、安全性指標、耐力比、変形性能

1 はじめに

RC 橋脚の耐震設計法では、「耐用期間中に 1 回遭遇するかもしれない大地震に対して、崩壊は防ぐがある程度の塑性変形は許容する」という概念が取り入れられている。実設計では、曲げとせん断との耐力比の大小、慣性力と耐力との比較あるいは変形量と変形能との比較などにより安全性を照査している。本研究では、近似法ではあるが、計算が簡便で実用上精度がよく、複数の限界状態を同時に考慮した構造系の安全性評価法を提案することを目的とした。さらに、これらを基に、RC 橋脚の終局限界状態として耐力と変形能に関する照査を取り上げ、耐力比（せん断耐力と曲げ耐力の比）を変動因子とし、地震時の RC 橋脚の信頼性解析を行った。そして、この要因が RC 橋脚の耐震安全性に及ぼす影響について検討した。

2 構造系信頼性評価法の提案

2.1 概説

信頼性設計法は、起こることが予想される複数の限界状態に対し、その限界状態到達確率（以下破壊確率と略）を目標とする値以下に抑え、また各限界状態に応じたバランスのとれた安全性を確保することを基本とする設計法である。ここでは複数の限界状態を同時に考慮した破壊確率算定法を提案する。Ditlevsen の限界値 [1] を基に、より高次の結合事象を考慮し、さらに限界状態間の相関を表現できるモデルとした。このモデルにおいては、数値積分のような近似は一切用いておらず、また限界状態関数の非線形性やそれを構成する確率変数間の相関および分布形も考慮できる点が特徴である。

2.2 構造系信頼性評価法の提案

集合論における事象の組み合わせにおいて、3 次もしくはそれ以上の事象による積事象で表される結合事象を無視すると、任意の破壊事象数 k をもつ破壊事象 E の破壊確率 $P(E)$ は次式のよう表せる。

$$P(E) = \sum_i^k C_i \quad (1)$$

*1 東北大学大学院 工学研究科 土木工学専攻 (正会員)

*2 日本工営

*3 東北大学大学院 教授 工学研究科 土木工学専攻 工博 (正会員)

$$\text{ここに、} C_1 = P(E_1) \quad (2)$$

$$C_2 = P(E_2) - P(E_2 E_1) \quad (3)$$

$$C_k = P(E_k) - \sum_{i=1}^{k-1} P(E_k E_i) + \sum_{m=1, k-2n=2, k-1}^{m < n} P(E_k E_m \cap E_k E_n), k > 2 \quad (4)$$

この計算には、3つの破壊確率の形 $P(E_k), P(E_k E_i), P(E_k E_m \cap E_k E_n)$ が存在している。以下にこれらの具体的な計算方法を示す。

(1) $P(E_k)$ の計算法

解析対象の構造系を考慮し、① 耐力を表す確率変数の分布は正規分布、もしくは対数正規分布とする。② 耐力と外力を表す確率変数間には相関が存在しない。および ③ 外力を表す確率変数間には相関が存在しない。との仮定を設けた。

これらの仮定のもとでは、破壊事象 E_k を表す限界状態関数が式 (5) で表されていた時、Rosenblatt 変換によって求められる独立な正規変量の空間での破壊確率を求めるフローは以下のように簡略化できる。

$$g_i(X) = g_i(x_1, x_2, \dots, x_k, x_{k+1}, \dots, x_n) \quad (5)$$

ここで、 x_1, x_2, \dots, x_k は耐力 (R) に関する確率変数、 x_{k+1}, \dots, x_n は外力 (S) に関する確率変数である。

1. 設計点 $x_0^* = x_0$ を各確率変数の平均値と仮定する。
2. Rosenblatt 変換を行い、 U 空間内での対応する設計点 u_0 を求める。その手法は以下のとおり。仮定 ① より、 $R = (x_1, x_2, \dots, x_k)$ に属する確率変数に対しては、

$$U_i = \frac{Y_i - \sum_{j=1}^i \alpha_{ij} U_{j-1}}{\alpha_{ii}} \quad (i = 1, \dots, k) \quad (6)$$

ここに Y_i : X_i が正規変数の場合には $Y_i = \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i}$
 X_i が対数正規変数の場合には $Y_i = \frac{X_i - \lambda_i}{\zeta_i}$
 $(\mu_i, \sigma_i$ は変数 X_i の平均値と標準偏差。 λ_i, ζ_i は変数 $\ln X_i$ の平均値と標準偏差)

$$\alpha_{ik} : \alpha_{11} = 1.0 \quad \alpha_{i1} = \rho_{Y_i Y_1}$$

$$\alpha_{ik} = \frac{\rho_{Y_i Y_k} - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{ij} \alpha_{kj}}{\alpha_{kk}}, 1 < k < i \quad \alpha_{ii} = \sqrt{1 - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ij}^2}$$

$\rho_{Y_i Y_k}$: Y_i と Y_k の相関係数で X_i と X_k の相関係数で近似できる
 一方、仮定 ③ より、 $S = (x_{k+1}, \dots, x_n)$ に属する確率変数に対しては、

$$u_i = \Phi^{-1}[F_i(x_i)] \quad (i = k+1, \dots, n)$$

ここに、 $F_i(x_i)$: 累積分布関数、 Φ : 標準正規分布関数の累積分布関数

3. ヤコビアン行列の x_0 における値を定める。

$$J = \frac{\partial(u_1, u_2, \dots, u_n)}{\partial(x_1, x_2, \dots, x_n)} \quad (7)$$

4. u_0 における限界状態関数と勾配ベクトルの積を求める。
5. 新たな設計点 u^* を求める。元の変数の空間において、設計点 x^* は 1 次近似で、次式により求められる。

$$x^* \cong x_0 + J^{-1}(u^* - u_0)$$

6. $\beta = (u^{*t}u^*)^{1/2}$ を計算する。

7. 上記の x^* を新たな設計点として用い、収束するまで以上の 2. ~ 6. を繰り返す。

(2) $P(E_k E_i)$ の計算法

Ditlevsen の同時破壊確率に対し、図 1 で示した A, B の領域の重複している部分の面積が $P(E_k E_i)$ に比例するものと仮定する。図 1 の 2 つの超曲面のなす角の方向余弦は、2 つの事象間の相関係数 ρ_{ki} に等しいことから、近似式として次式が得られる。

$$P(E_k E_i) = \left(1 - \frac{\cos^{-1} \rho_{ki}}{\pi}\right)(P(A) + P(B)) \quad (8)$$

$$P(A) = \Phi(-\beta_i)\Phi(-a) = \Phi(-\beta_i)\Phi\left(-\frac{\beta_k - \rho_{ik}\beta_i}{\sqrt{1 - \rho_{ik}}}\right) \quad (9)$$

$$P(B) = \Phi(-\beta_k)\Phi(-b) = \Phi(-\beta_k)\Phi\left(-\frac{\beta_i - \rho_{ik}\beta_k}{\sqrt{1 - \rho_{ik}}}\right) \quad (10)$$

ここで、相関係数 ρ_{ki} は、

$$\rho_{ki} = \frac{\text{Cov}(g_k, g_i)}{\sigma_{gk}\sigma_{gi}} \quad (11)$$

で与えられる。なお、限界状態式 g が非線形の場合は、式 (11) において各限界状態式を設計点で Taylor 展開した 1 次近似を用いることにした。

(3) $P(E_k E_m \cap E_k E_n)$ の計算法

$P(E_k E_m \cap E_k E_n)$ は、幾何学的に近似できないので、各破壊事象間の相関を用いて近似した。まず、事象数が 3 つ以上の場合において事象間の相関を表すパラメータ Ω を次のように定義する。

$$\Omega = \frac{P(E_k E_m \cap E_k E_n)}{\min(P(E_k E_m), P(E_k E_n))} \quad (12)$$

$\Omega = 1.0$ の時、事象 $E_k E_m$ と $E_k E_n$ は完全従属の関係にあり、 $\Omega = \max(P(E_k E_m), P(E_k E_n))$ の時、事象 $E_k E_m$ と $E_k E_n$ は独立の関係がある。これより、 Ω の範囲は、

$$\max(P(E_k E_m), P(E_k E_n)) \leq \Omega \leq 1.0$$

ここで、破壊事象 $E_k E_m$ と $E_k E_n$ の相関を直接得ることはできない。そこで、破壊事象 E_k と E_m 、 E_k と E_n 、 E_m と E_n の相関係数から次式で近似した。

$$\Omega = (\min(\rho_{km}, \rho_{kn}, \rho_{mn})) \times \left(\sum \rho - \min(\rho_{km}, \rho_{kn}, \rho_{mn})\right) \quad (13)$$

式 (13) は最も相関の弱い事象間が、他の 2 つの事象の相関の程度に占める割合を表現したものである。

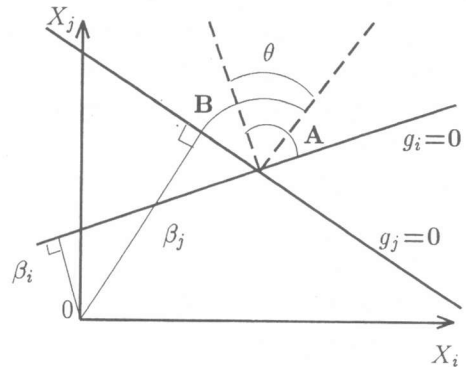


図-1 Ditlevsen の限界値

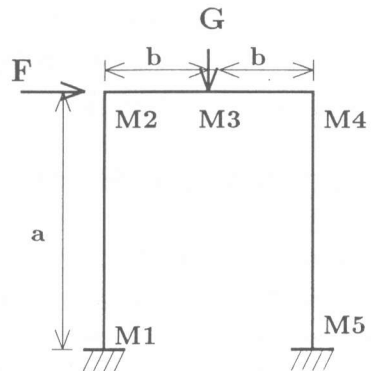


図-2 数値計算例のモデル

以上に示した(1)～(3)の計算法により、式(1)で表される構造系の破壊確率は数値積分などを一切用いることなしに簡便に計算することができる。

2.3 本提案式と既往の研究成果との比較

既往の研究と比較するため、図2に示す一層ラーメン構造を例題[2]として取り上げた。破壊メカニズムの形成に対する限界状態関数として次の3式を考える。

$$g_1 = M_1 + 2M_3 + 2M_4 + M_5 - Fa - Gb$$

$$g_2 = M_2 + 2M_3 + M_4 - Gb$$

$$g_3 = M_1 + M_2 + M_4 + M_5 - Fa$$

ここに、 a, b : $a=b=2$ と仮定、 F, G : 外力を表す確率変数で、平均値 $\mu_F, \mu_G=1.0$ 、標準偏差 $\sigma_F, \sigma_G=0.5$ 、 $M_i (i = 1, \dots, 5)$: 耐力(全塑性モーメント)を表す確率変数で、平均値 $\mu = 1.0$ 、標準偏差 $\sigma_{M_i}=0.5$ 。なお、全ての確率変数は正規分布に従うものとし、また各確率変数間の相関は考慮しないものとする。本提案式および既往の研究に基づく破壊確率 $P(E)$ の計算結果を示すと次のとおりである。

- ・ 単モード限界 $0.173 \leq P(E) \leq 0.316$
- ・ Ditlevsen の限界値 [1] $0.178 \leq P(E) \leq 0.264$
- ・ PNET 法 [3] $P(E) = 0.258$
- ・ Monte Carlo 法 ($n=50000$) $P(E) = 0.230$
- ・ 本研究の提案式 $P(E) = 0.230$

既往の研究に比べ、本研究で提案した算定法は Monte Carlo 法によるものとよく一致し、使い易さも既往の評価法と同程度であることが確認できた。なお、既往の文献([4]など)にある他の例題においても本研究の有効性が確認できた。

以下においては、構造系の破壊確率を $\beta \cong \Phi^{-1}(P_f)$ で安全性指標(β)に変換した。これは、破壊確率の値よりむしろ安全性指標の値が直接設計に反映されるからである。

3 RC 橋脚の地震時安全性の評価

3.1 概説

動的解析を行い、本研究により提案された評価法を用い RC 橋脚の地震時安全性を評価した。そして、曲げ耐力とせん断耐力との耐力比に着目し、複数の限界状態を同時に考慮することが構造物全体の安全性に与える影響について考察した。

3.2 RC 橋脚の耐力および変形能並びに地震応答解析モデル

解析対象構造物は、兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧使用に係る仕様(以下復旧仕様)の中で示された曲げ破壊先行型の単柱 RC 橋脚の設計例[5]を引用した。解析対象地盤は、東北新幹線地質図から I 種地盤を選定した。入力地震波は、宮城県沖地震で観測された基盤面での地震波を選定し、解析対象地盤毎に重複反射理論を使って作成した。

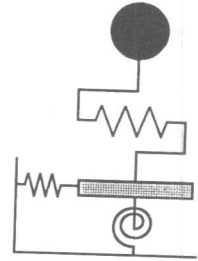


図-3 解析対象モデル

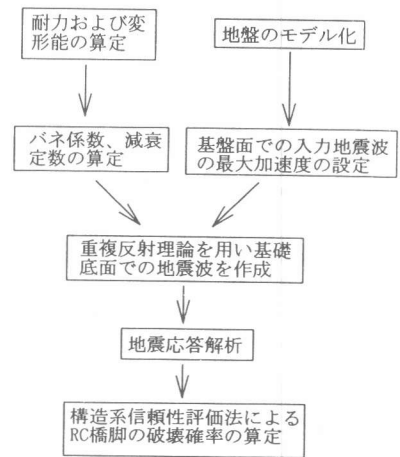


図-4 RC橋脚の安全性検討フロー

本研究では、解析対象系を図3のようにモデル化し、動的解析を行った。橋脚と上部構造については1質点系モデルとし、橋脚躯体の非線形履歴特性を考慮した。非線形モデルとしては Degrading Tri-Linear モデルを用いた。構造物と地盤の動的相互作用は動的相互作用小委員会の提案 [6] を基に考慮し、原田らの地盤バネの非線形バイリニア復元力モデル [7] を用いて基礎周辺地盤の非線形性を考慮した。地震応答計算は、Newmark の β 法に基づく増分法を用いた。また、地震波については有効入力動の低減を考慮せず、基礎底面での地震波を重複反射理論より作成し、解析対象系に入力した。限界状態式は、外力項と耐力項との比較より設定されるが、限界状態式の外力項は、地震応答解析から作用慣性力と応答変位の最大値を用いた。耐力項としては、曲げ耐力、せん断耐力、および変形能を取り上げた。そのうち曲げ耐力は、部材の終局点（コンクリートの縁ひずみが終局ひずみに達した時）を静的弾塑性解析より算定した。せん断耐力は、帯鉄筋によるせん断耐力は土木学会コンクリート標準示方書 [8] の式、帯鉄筋以外によるせん断耐力はせん断スパン比を考慮した式を用いて求めた。そして変形能の評価法としては、過去に行われた実験結果を幅広く収集・整理して求めた土木学会靱性評価 WG により提案した靱性評価の式 [9] を用いた。

3.3 限界状態式の設定

曲げ耐力とせん断耐力に対する安全性の照査を表す限界状態式を式 (14), (15) のように設定した。曲げ耐力に関する限界状態式では、変位によって生じる2次モーメントも考慮した。また、前述した靱性評価式を用い変形能に関する限界状態式を式 (16) のように設定した。

$$g_1 = \alpha_1 M_u - (P_{\max} a + N \delta_{\max}) \quad (14)$$

$$g_2 = \alpha_2 (V_c + V_s) - P_{\max} \quad (15)$$

$$g_3 = \alpha_3 \left[\frac{N}{N_B} + \left(1 - \frac{N}{N_B}\right) \left\{ 12 \left(\frac{0.5V_c + V_s}{M_u/a} \right) - 3 \right\} \right] - \frac{\delta_{\max}}{\delta_y} \quad (16)$$

ここに、 M_u : 終局曲げ耐力、 V_c : 帯鉄筋以外によるせん断耐力、 V_s : 帯鉄筋によるせん断耐力、 P_{\max} : 地震時作用慣性力の最大値、 δ_{\max} : 地震時応答変位の最大値、 a : せん断スパン、 N : 軸圧縮力、 N_B : 釣合破壊時の軸圧縮力、 α_1, α_2 : 耐力算定式の持つばらつきを考慮した補正係数、 δ_y : 降伏変位（定義は「軸方向鉄筋に作用している引張力の合力位置が降伏するときの荷重に対する変位」）、 α_3 : 靱性率評価式の持つばらつきを考慮する補正係数。なお、 α_1, α_2 , および α_3 の平均は 1.0、変動係数はそれぞれ 10、20、40% とした。

3.4 解析結果および考察

図4のフローに従い、RC 橋脚の地震時における安全性評価を行った。はじめに、入力加速度を拡大・縮小し、その最大加速度の大きさ毎に橋脚の安全性評価を行った。なお地盤モデルとしてはI種地盤に区分されるものを採用した。すると、図5のような結果が得られた。これより、解析対象橋脚は耐力比 1.18 を有する曲げ破壊先行型の橋脚であるが、300gal までは RC 橋脚の安全性を変形能に対する安全性で近似することができるが、300gal 以降は支配的な限界状態が存在せず RC 橋脚の安全性の安全性指標が最も小さくなることがわかった。このように複数の限界状態が生じる可能性のある場合、それらを同時に考慮して始めて構造系の安全性が評価されうると思われる。他のせん断耐力および変形能に対する安全性の検討を同時に行うことで、橋脚の安全性が正しく評価されることが分かった。

次に、耐力比を変化させてRC橋脚の安全性評価を行った。せん断耐力は一定のまま、軸方向鉄筋量を増加させることで曲げ耐力を増加させ耐力比を小さくした橋脚と、曲げ耐力は一定のまま、帯鉄筋量を増加させ耐力比を大きくした橋脚を用意した。そして、各橋脚に最大加速度を500 galに拡大した地震波を作用させた。図6のように、耐力比を上げていくと、およそ1.7程度まではせん断耐力と変形能に対する安全性が向上するのに従って、橋脚の安全性も相対的に上昇する。しかし、曲げ耐力一定のもとでの解析よりおよそ耐力比1.7以上では、橋脚の安全性は曲げ耐力に対するそれに収束し、これ以上のせん断耐力の増加は、単に過剰な耐力を与えるにすぎないことが解析結果から判断できる。また、曲げ耐力を増加させ耐力比を下げていくと、地震時の作用せん断耐力が増加すること、およびせん断耐力一定のもとでの解析であることから、橋脚としての安全性は一様に低下し、またおよそ耐力比1.1以下では、橋脚の安全性はせん断耐力に対するそれに収束する。なお、耐力比1.1程度でせん断耐力に対する安全性に収束するのは、せん断耐力算定式のもつ不確実性が、他の不確定要因より大きいと判断し解析しているためである。

今後、本研究のように安全性指標を導入し、その値をある一定の目標値に近づけることで、構造物の安全性に影響を与える因子によらない同一の安全性を保有した構造物が設計されると考えられる。

4 まとめ

本研究により得られた主な結果は次のとおりである。

1. 複数の限界状態を同時に考慮できる構造系の安全性評価法を提案した。また、提案された手法は、計算例を通じ既往の評価法より計算が簡便で実用上精度も良いことが分かった。
2. 本研究で提案した評価法を用いれば、耐力比の変化による構造物の破壊モードを知ることができる。
3. 設計において複数の限界状態を考慮する場合、それらを同時に考慮した安全性評価を行う必要がある。

参考文献 [1] O.Ditlevsen : System Reliability Bounding by Conditioning, Proceedings of American Society of Civil Engineers, Vol.108, No.EM5, pp.708~718, 1982.9. [2] O.Ditlevsen : Narrow Reliability Bounds for Structural Systems, J.Struct.Mech., 7(4), pp.453-472., 1979 [3] Ang, A.-S., J.Abdelnour, and A.A.Chaker : Analysis of Activity Networks under Uncertainty, J.of Engineering Mechanics Division, Vol.101, No.EM4, pp.373-387, 1975.8 [4] Weicheng Cui, David I.Blockley : On The Bounds for Structural Systems, J.Struct.Mech., 7(4), pp.453-472., 1979 [5] 「兵庫県南部地震により被災した道路橋の復旧に係る仕様」の準用に関する参考資料(案) [6] 土木学会：耐震工学委員会 動的相互作用小委員会：基礎・地盤・構造物系の動的相互作用、1992.9. [7] 原田典彦、広瀬利光、山田清滝朗：基礎の動的線形復元力評価におけるウィンクラーモデルの適用、宮崎大学工学部研究報告、第34号、pp.17~25、1988.6. [8] 土木学会：コンクリート標準示方書〔耐震設計編〕、1996 [9] 土木学会：阪神淡路大震災被害分析と靱性率評価式、コンクリート技術シリーズNo.12、1996.8.

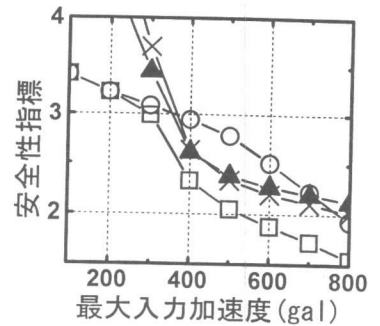
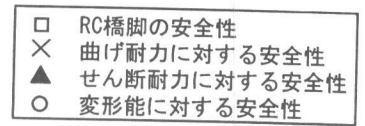


図-5 最大入力加速度と安全性指標の関係

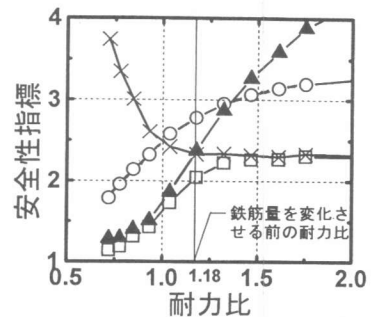


図-6 耐力比と安全性指標の関係