

論文 重ね合わせの原理に基づく RC 曲げ要素の変形解析理論について

阿部 司*1・佐藤良一*2・手塚正道*3・許 明*4

要旨: コンクリート若材齢から長期材齢まで時系列による RC 曲げ要素の変形性能を評価するために、クリープおよび付着クリープに及ぼす載荷時材齢の影響を考慮した、重ね合わせに基づくクリープ解析法を提案する。また一定および変動荷重を受ける RC 部材の持続曲げ試験を行い、荷重履歴の影響について検討を行った。その結果、本解析手法は、平均曲率、圧縮部コンクリートひずみ共に荷重履歴の影響を比較的精度よく評価できることを示した。

キーワード: クリープ、付着クリープ、収縮、付着すべり、重ね合わせ、荷重履歴

1. はじめに

最近の材料強度や品質の目覚ましい向上、および構造物の多様化にともなって鉄筋コンクリート (RC) 構造物の変形の問題が重要視されるようになってきた。また構造物の高級化に伴い、これまで以上に厳しい変形、ひび割れの制御が求められるようになりつつある。RC 構造物の長期変形予測は、弾性係数の経時変化、時間依存変形であるクリープ、乾燥収縮等が問題となり得るため、構造解析においては、これらに起因する応力変動を適切に評価しなければならない。しかし、これまでコンクリート若材齢期の段階から長期に至るまでの統一した変形解析理論の確立には至っていない。

そこで本研究では、RC はりの曲げ要素を対象とし、材料物性の経時変化、クリープおよび付着クリープに及ぼす載荷時材齢の影響を考慮した重ね合わせに基づくクリープ解析法を提案する。また、一定の持続荷重を与えた曲げ実験と段階的に荷重を増大させた持続曲げ実験を実施して、荷重履歴の影響が RC 部材の変形に対して及ぼす影響について検討した。

2. 変形解析

2. 1 仮定

RC 曲げ部材のひび割れ間要素において以下の仮定を設け、それに基づく任意断面 x のひずみ分布・応力分布を図-1 に示す。1) 断面内の温度は一樣であり、収縮は断面内で一樣に生じる。2) ひび割れ断面のコンクリートは引張応力を負担しない。3) 圧縮応力域のコンクリートひずみと鉄筋ひずみの間には平面保持の仮定が成立する。4) 引張応力域のコンクリートひずみは応力に関する中立軸からの距離に比例する。5) 全てのひび割れ幅およびひび割れ間隔は同一である。6) 要素はひび割れ間の中央に対して対称である。

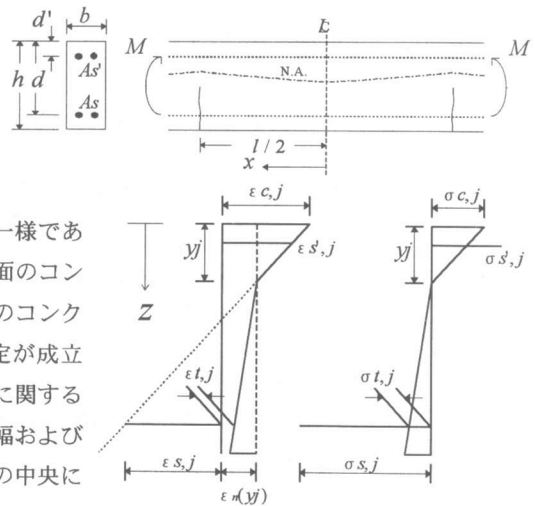


図-1 ひずみ分布・応力分布

- * 1 宇都宮大学大学院 工学研究科建設学専攻 (正会員)
- * 2 宇都宮大学助教授 工学部建設学科, 工博 (正会員)
- * 3 オリエンタル建設 (株) 技術研究所主任研究員 (正会員)
- * 4 宇都宮大学助手 工学部建設学科 (正会員)

2. 2 コンクリートのひずみと応力表示

コンクリートの弾性係数の経時変化およびクリープに及ぼす荷重時材齢の影響を考慮し、重ね合わせの原理に基づけば、上縁から z の位置における考慮している時点 t_i での全ひずみは式(1)のように表せる。

$$\varepsilon_{c,i}(z) = \sigma_{c,1}(z)J(t_i, t_1) + \sum_{j=2}^i \left\{ \sigma_{c,j}(z) - \sigma_{c,j-1}(z) \right\} J(t_i, \bar{t}_{j-1}) + \varepsilon_{cs,i} \quad (1)$$

式(1)から考慮している時点での応力は次式のように表せる。

$$\sigma_{c,i}(z) = Ee(t_i, \bar{t}_{i-1}) \left[\varepsilon_{c,i}(z) - J(t_i, t_1) \sigma_{c,1}(z) - \sum_{j=2}^{i-1} \left\{ \sigma_{c,j}(z) - \sigma_{c,j-1}(z) \right\} J(t_i, \bar{t}_{j-1}) + \sigma_{c,i}(z) J(t_i, \bar{t}_{i-1}) - \varepsilon_{cs,i} \right] \quad (2)$$

ただし、 t_j, \bar{t}_j : j 番目のタイムインターバルの始点と中間の材齢、 $\bar{t}_j = (t_j + t_{j+1})/2$ 、 $\varepsilon_{cs,i}$: t_i における収縮ひずみ、 $J(t_i, \bar{t}_{j-1}) = 1/Ee(t_i, \bar{t}_{j-1}) = 1/\bar{E}_{c,j-1} + \phi(t_i, \bar{t}_{j-1})/E_{c28}$ 、 $\bar{E}_{c,j-1}$ 、 E_{c28} : 材齢 \bar{t}_{j-1} および標準養生されたコンクリートの弾性係数、 $\phi(t_i, \bar{t}_{j-1})$: \bar{t}_{j-1} に荷重されたときの t_i におけるクリープ係数である。

2. 3 すべり量と付着応力の表示

使用状態における任意材齢 t_j の付着応力-すべり関係は、ひび割れ近傍の付着劣化領域を除き、弾性であると仮定し、 t_j における瞬時弾性付着剛性を K_j とする。

$$d\tau_{x,j}/d\delta_{x,j} = K_j \quad (3)$$

コンクリートの全ひずみの場合と同様にすべり量に対しても重ね合わせが成立するものと仮定し、付着剛性の経時変化、および付着クリープに及ぼす荷重時材齢の影響を考慮すると、 t_i の時点で断面 x におけるすべり量は式(4)のように表せる。

$$\delta_{x,i} = \tau_{x,1} J_k(t_i, t_1) + \sum_{j=2}^i \left\{ \tau_{x,j} - \tau_{x,j-1} \right\} J_k(t_i, \bar{t}_{j-1}) \quad (4)$$

式(4)から考慮している時点 t_i での付着応力は式(5)のように表せる。

$$\tau_{x,i} = Ke(t_i, \bar{t}_{i-1}) \left[\delta_{x,i} - \tau_{x,1} J_k(t_i, t_1) + \sum_{j=2}^{i-1} \left\{ \tau_{x,j} - \tau_{x,j-1} \right\} J_k(t_i, \bar{t}_{j-1}) + \tau_{x,i-1} J_k(t_i, \bar{t}_{i-1}) \right] \quad (5)$$

ただし、 $J_k(t_i, \bar{t}_{j-1}) = 1/Ke(t_i, \bar{t}_{j-1}) = 1/\bar{K}_{j-1} + \phi_b(t_i, \bar{t}_{j-1})/K_{28}$ 、 \bar{K}_{j-1} 、 K_{28} : 荷重材齢 \bar{t}_{j-1} および 28 日の瞬時付着剛性、 $\phi_b(t_i, \bar{t}_{j-1})$: \bar{t}_{j-1} に荷重されたときの t_i における付着クリープ係数である。

2. 4 釣合条件

軸方向力とモーメントの釣り合いから式(6)、(7)が得られる。

$$0 = \int_{Ac'} \sigma_{c,i}(z) dA + \int_{Ac} \sigma_{c,i}(z) dA + As' \sigma_{s',i} + As \sigma_{s,i} \quad (6)$$

$$M = \int_{Ac'} \sigma_{c,i}(z)(z-d) dA + \int_{Ac} \sigma_{c,i}(z)(z-d) dA + As' \sigma_{s',i}(d'-d) \quad (7)$$

ただし、 M : 作用モーメント、 Ac' 、 Ac : 圧縮応力域、引張応力域コンクリート断面積、 As' 、 As : 圧縮、引張鉄筋断面積、 d' 、 d : コンクリート上縁から圧縮鉄筋、引張鉄筋までの距離である。式(6)、(7)を連立するとひび割れ間中央断面からの距離 x における断面の鉄筋とコンクリートの間のすべり量 $\delta_{x,i}$

の勾配が中立軸の関数として式(8)を得る.

$$d\delta_{x,i}/dx = \varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{t,i} = f(y_i) \quad (8)$$

ここで ε_{st} , ε_{ct} : 引張鉄筋ひずみ, 引張鉄筋位置のコンクリートひずみである. また式(6), (7)の微小増分, および鉄筋ひずみと付着応力 $\tau_{x,i}$ の関係を用いると基礎方程式として式(9)を得る.

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \delta_{x,i}}{dx^2} &= \frac{d\varepsilon_{st}}{dx} - \frac{d\varepsilon_{ct}}{dx} \\ &= \frac{U_s}{A_s E_s} \{1 - G(y_i)\} \tau_{x,i} + Q(y_i) \end{aligned} \quad (9)$$

ここで, U_s, A_s, E_s : 引張鉄筋の周長, 断面積, 弾性係数である. $\tau_{x,i}$ が $\delta_{x,i}$ の関数として表すことができれば式(8)と(9)を連立し, 以下の境界条件の下で数値解析を行うことができる.

$$\begin{aligned} x = 0 &: \delta_{x,i} = 0 \\ x = l/2 &: d\delta_{x,i}/dx = \varepsilon_{s,i} - \varepsilon_{cs,i} \end{aligned} \quad (10)$$

3. 実験概要

3. 1 使用材料

セメントは普通ポルトランドセメント, 細骨材は鬼怒川産川砂 (比重 2.60, F.M.2.95), 粗骨材は鬼怒川産砕石 (最大寸法 13mm, 比重 2.62, F.M. 6.29), 混和剤は AE 減水剤をセメント重量の 0.3% 用いた. 鉄筋は SD295 呼び名 D19, D16, D6 の異形鉄筋を用いた.

3. 2 供試体の製作

供試体の製作は 2 回に分けて実施した. 用いたコンクリートは水セメント比 60%, 単位セメント量 290kg/m^3 である. 表-1 に供試体の一覧を示す. 部材寸法は $20 \times 25 \times 240\text{cm}$ の矩形断面でありである. 断面諸元を図-2 に示す. クリープ, 収縮測定用供試体は, 所定の荷重を与えると同時に乾燥を開始した.

3. 3 荷重方法および計測方法

荷重はスパン 210cm, せん断スパン 65cm の 2 点荷重とした. 純曲げ区間 80cm を試験区間として平均曲率, 圧縮縁から 1cm の位置

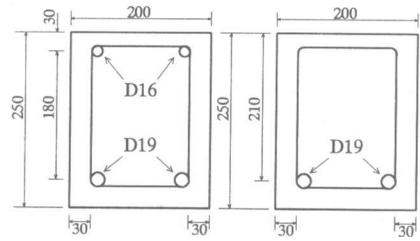


図-2 供試体断面図 [mm]

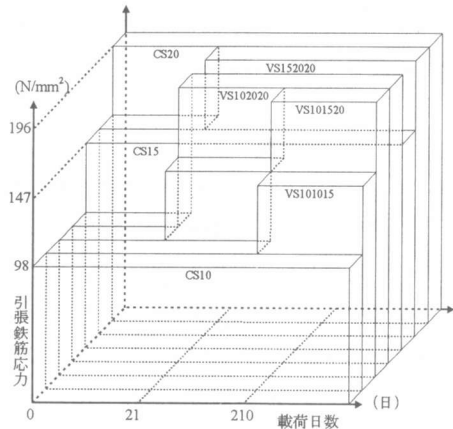


図-3 荷重経路

表-1 供試体一覧

供試体名	製作	引張鉄筋	圧縮鉄筋	A_s (cm ²)	ρ (%)	A_s' (cm ²)	ρ' (%)
CS20CR	2回目	D19m	D16	4.86	1.15	3.82	0.91
CS20	2回目	D19	--	5.51	1.31	0	0
CS15CR	2回目	D19m	D16	4.86	1.15	3.82	0.91
CS15	2回目	D19	--	5.51	1.31	0	0
CS10CR	2回目	D19m	D16	4.86	1.15	3.82	0.91
CS10	2回目	D19	--	5.51	1.31	0	0
VS101015CR	2回目	D19m	D16	4.86	1.15	3.82	0.91
VS101015	2回目	D19	--	5.51	1.31	0	0
VS152020CR	1回目	D19m	D16	4.86	1.15	3.82	0.91
VS152020	1回目	D19	--	5.51	1.31	0	0
VS101520CR	1回目	D19m	D16m	4.86	1.15	3.16	0.75
VS101520	1回目	D19	--	5.51	1.31	0	0
VS102020CR	1回目	D19m	D16	4.86	1.15	3.82	0.91
VS102020	1回目	D19	--	5.51	1.31	0	0

A_s, A_s' : 引張, 圧縮鉄筋断面積, ρ, ρ' : 引張, 圧縮鉄筋比 (m: ゲージ貼付のために異形鉄筋の縦リブに溝を切削したものを使用)

表-2 コンクリートの物性

供試体製作	1回目		2回目	
	現場(34日)	標準(28日)	現場(34日)	標準(28日)
養生方法				
圧縮強度(N/mm ²)	34.2	32.5	38.2	37.0
引張強度(N/mm ²)	3.00	2.88	2.90	3.13
弾性係数(kN/mm ²)	28.3	28.4	30.7	31.4

のコンクリートの圧縮ひずみ，引張鉄筋ひずみを計測した．圧縮鉄筋のある供試体と圧縮鉄筋のない供試体を抱き合わせて載荷したので，載荷した曲げモーメントは圧縮鉄筋のない供試体の引張鉄筋応力度で 98,147,196(N/mm²)，圧縮鉄筋のある供試体で 111,166,222(N/mm²)となる．VS シリーズは図-3 に示すように静的載荷後 21 日および 210 日において持続荷重を変化させた．クリープ計測供試体には，コンクリート応力で 7.8(N/mm²)を与えた．供試体は 34 日間の湿布養生後に載荷し，温度 20±1℃，湿度 60±5 (700 日以降は 70±5) %R.H.の恒温恒湿室に静置した．

4. 材料の性質

コンクリートの圧縮強度，引張強度，弾性係数を表-2 に示す．解析において，材齢 t_i におけるコンクリートの弾性係数 $E_{c,j}$ は，載荷時弾性係数を用いた．図-4,5 はそれぞれ実験により得られたクリープ係数，収縮ひずみである．図-4 における破線は，製作 1 回目のコンクリートについて CEB MC90[1] により求めた載荷時材齢を考慮したクリープ係数を実測のクリープひずみで補正したものである．製作 2 回目のコンクリートの載荷時材齢を考慮したクリープ係数についても同様にして求めた．鉄筋の弾性係数は 200(kN/mm²)である．

5. 付着特性

図-6 は載荷時における供試体 CS20CR の最大ひび割れ間隔内で実測された鉄筋ひずみ分布から求めた付着応力とすべり量との関係である．実線は実験結果を回帰した直線であり，その勾配を付着剛性 K_1 とした．また任意材齢 t_j ，および載荷材齢 28 日における瞬時弾性付着剛性 K_j ， K_{28} は K_1 と同値とした．

ひび割れ近傍の付着劣化領域の範囲は，実測された鉄筋ひずみに基づき鉄筋径の 1.5 倍とした．付着劣化域の付着剛性は，重ね合わせを用いる便宜上，図-7 に示すように付着劣化域でひび割れ断面に向かって直線的に低下させた．また，劣化領域の範囲の経時的な変動が考えられるが，本解析においては特に考慮していない．

図-8 は載荷時材齢を考慮した付着のクリープ係数である．実線 $\phi_b(t_i, t_1)$ は高橋らの実験結果[2]を参考に，破線は $\phi_b(t_i, t_{j-1}) = \{1 - \bar{t}_{j-1} / t_i\} \phi_b(t_i, t_1)$ として求めたものである．

6. 結果および考察

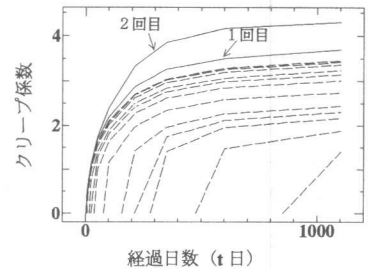


図-4 クリープ係数の経時変化

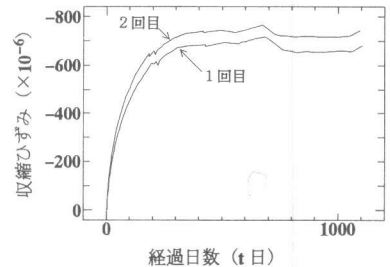


図-5 収縮ひずみの経時変化

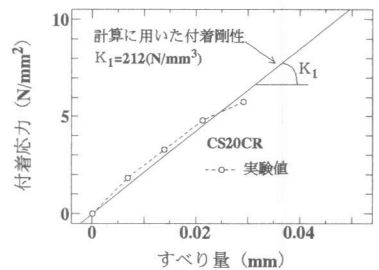


図-6 付着応力-すべり量関係

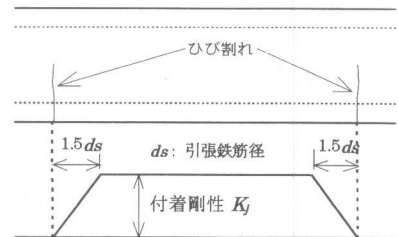


図-7 付着劣化

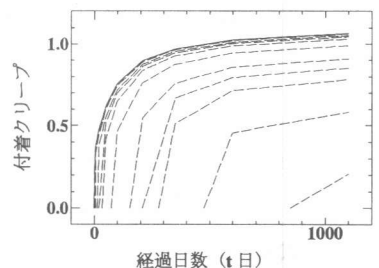


図-8 付着クリープの経時変化

図-9 には、CS20 と載荷後 21 日に荷重変動を受けた VS102020、図-10 には、CS15 と載荷後 210 日に変動荷重を受けた VS101015 の圧縮部コンクリートひずみの経時変化を示す。図-9、10 において 1100 日の時点で、どちらも一定の持続荷重を受けた供試体の方が圧縮ひずみは約 300×10^{-6} ほど大きくなっており、荷重履歴の影響は明確に現れている。CS20 の場合、静的載荷時のひずみの実験値を計算値は過小評価しているが、CS15、VS101015、VS102020 を含め、一定持続荷重、および荷重履歴を考慮したコンクリートひずみについて本解析方法は概ねよく評価していると思われる。

図-11 には CS20 と VS102020 の平均曲率の経時変化を示す。1100 日の時点で、実験値における荷重履歴の影響は、ほとんど見られなかった。CS20 のようにひび割れ発生荷重に対して比較的大きな荷重を受ける場合には、静的載荷から長期に至るまで計算値は実験値を概ねよく評価している。しかし VS102020 の第一段階のように、ひび割れ発生荷重に対してそれほど大きくない荷重が作用する場合には、計算値は実験値を過大評価する傾向が見られた。載荷 21 日の時点で、実験値と計算値の差は 18.3% である。荷重の増大を受けた第二段階以降において、計算値は実験値とほぼ一致している。

図-12 には CS20CR と VS101520CR の平均曲率の経時変化を示す。1100 日の時点で荷重履歴の影響は見られなかった。VS101520CR の場合、荷重レベル第一段階において静的載荷時の計算値は実験値を 73% 過大評価したが、21 日の時点では約 14% になり、時間経過と共に計算値は実験値に漸近する傾向が見られた。これは、持続荷重を受ける初期の段階で、ひび割れ断面におけるコンクリートの引張応力の急激な減少、それに伴う鉄筋ひずみの増加、内部ひび割れの進行による付着の低下などが生じるためであると思われる。CS20CR および荷重レベル第二段階以降の VS101520CR における計算値は、実験値とほぼ一致し、荷重履歴に拘わらず本解析法は定量的評価が可能であると思われる。これらのことから、特に載荷

荷重が曲げひび割れ発生荷重に対してそれほど大きくないときには、持続荷重を受ける初期の段階において、ひび割れ断面のコンクリートの引張力、内部ひび割れの考慮などが必要であると思われる。

図-13 には、鉄筋ひずみ分布から求めた CS20CR と VS101520CR の平均付着応力の経時変化を示す。一定の持続荷重を受けた CS20CR における平均付着応力の実験値は、指数関数的に低下し、静的載荷時の約 65% の値に収束しつつある。一方 VS101520CR では、載荷時から荷重を増加する 21 日まで平均付着応力の経時的増加が見られた。これは静的載荷では十分にひび割れが進展しておらず、持続荷重を受けることによってひび割れが進展し、ひび割れ断面のコンクリートの引張力が減少するためであると思

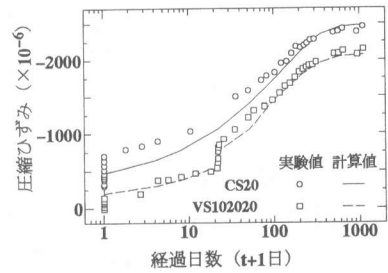


図-9 圧縮部コンクリートひずみの経時変化

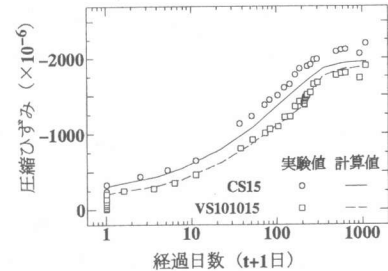


図-10 圧縮部コンクリートひずみの経時変化

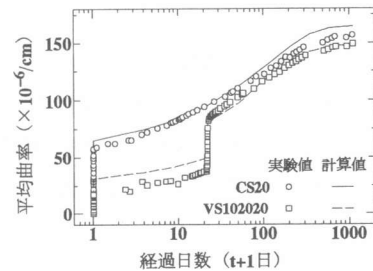


図-11 平均曲率の経時変化

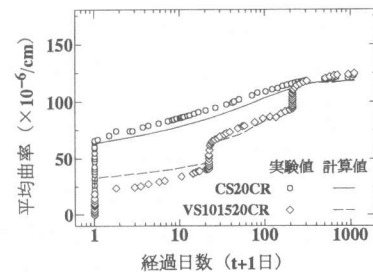


図-12 平均曲率の経時変化

われる。またここで注目すべきことは21日および210日の荷重増加時に、平均付着応力の著しい増加が認められたことである。これは持続荷重を受けることによって、鉄筋のふしが周辺コンクリートに十分に食い込み、鉄筋のふしによるくさび作用が強く発揮されるためであると思われる。これはまた持続荷重を受けることによって瞬時弾性付着剛性 K_f が変化することを意味しているものと考えられる。

図-14には、CS20CRとVS101520CRのモーメント-曲率関係、表-3に静的載荷時と荷重変動時の平均接線曲げ剛性を示す。表-3に示すCS20CRの接線曲げ剛性はVS101520CRの荷重増加範囲の値である。VS101520CRについては、持続荷重を受けた後に新たな荷重増加を受ける場合、平均接線曲げ剛性が顕著に増加している。VS101520CRの21日、210日における平均接線曲げ剛性は、CS20CRの処女載荷時のそれぞれ1.35、1.64倍となった。このような平均接線曲げ剛性の増加は図-13による付着作用の増大が大きく影響しているものと思われる。ただし、CS20CRの平均接線曲げ剛性の値には、静的荷重の増加に伴うひび割れ進展の影響が含まれており、またVS101520CRは持続荷重を受けることによってひび割れが進展したと思われ、接線曲げ剛性に及ぼすひび割れの影響は多少異なるという点は考慮に入れなければならない。

7. まとめ

本研究の範囲内で得られた結果は次の通りである。

- 1) クリープ、および付着クリープに及ぼす載荷時材齢の影響を考慮した付着-すべり関係を用いた基礎方程式の定式化を行った。
- 2) 付着弾性域と仮定した領域における付着特性は持続荷重を受け、その後新たな荷重増加を受けると著しい付着の増加が見られる。
- 3) 物性値の問題はあるが、本解析方法は、持続荷重を受け、その後荷重増加を受けるRC曲げ要素の平均曲率、コンクリートの圧縮ひずみの経時変化を十分に評価し得る。
- 4) 持続荷重を受けるRC曲げ要素の瞬時弾性付着剛性等の物性値の定量化は、精度の高い変形解析を行う上で必要不可欠である。

<参考文献>

- [1] CEB : CEB-FIP MODEL CODE 1990, Final Draft, 1991
- [2] 高橋久雄ほか：鉄筋とコンクリートの付着クリープ性状に関する研究，コンクリート工学年次年次講演会講演論文集，Vol.1, pp.465-468, 1979

表-3 平均接線曲げ剛性

供試体名	CS20CR	VS101520CR	
(再)載荷日	0	21	210
実験値(MNm ²)	2.25	3.03	3.69
計算値(MNm ²)	3.14	3.06	2.48
剛性比(計/実)	1.40	1.01	0.67

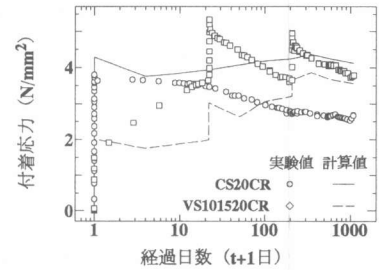


図-13 平均付着応力の経時変化

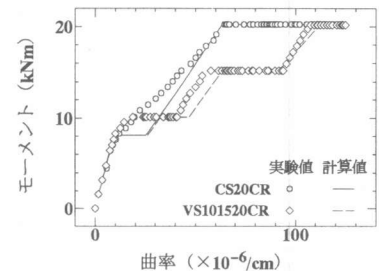


図-14 モーメント-平均曲率