

論文 フープ筋で補強されたコンクリート円柱の離散化極限解析

坪井征司^{*1}・市之瀬敏勝^{*2}・小椋紀行^{*3}

要旨：本研究では、ひび割れの進展に伴う劣化現象を離散化極限解析に導入し、それを用いて、一軸圧縮を受けるフープ筋で補強されたコンクリート円柱を解析した。そして、フープ筋がコンクリートに及ぼす影響を明らかにすると同時に、圧縮強度に及ぼす寸法効果の影響を検討した。その結果、1. フープ筋が有る場合、フープ筋間隔が広くなると一様に拘束される範囲は減少する。2. 寸法効果の影響は、塑性すべりが多く生じる円柱の外側で大きく表れる。という結果を得た。

キーワード：剛体ばねモデル、破壊面の変更、フープ筋による拘束力、寸法効果

1. はじめに

コンクリートの横方向への膨張を拘束すると強度・韌性が向上することはよく知られている。現在までに、一軸圧縮を受ける横補強されたコンクリート円柱の実験的研究 [1] は数多く行われ、実験式もいくつか提案されている。解析的研究では、個別要素法 [7]・有限要素法 [8] を用いた研究はされているが、フープ筋間隔の問題を扱った研究は、あまりされていない。また、コンクリートには寸法が大きくなると強度が小さくなる現象（寸法効果）がある。しかし、横補強されたコンクリート円柱に及ぼす寸法効果の影響を調べる研究はほとんどされていない。そこで、本研究では離散化極限解析 [2] を用いて、フープ筋で補強されたコンクリート円柱を解析することで、横補強筋がコンクリートに及ぼす影響、及び寸法効果の影響を明らかにすることを目的とする。

2. 解析方法の概略

本解析の流れを図 1 に示す。まず、解析対象を剛体とばねでモデル化する。そして、剛性マトリックスを作成し変位増分計算を行い、ばねと要素の降伏を判定する。

また、本解析ではひび割れの進展に伴う劣化現象を表現するために、新しく以下に示す 3 つを離散化極限解析に導入する。

- 1) ばねの応力状態によってせん断剛性を低下させる。
- 2) 要素の応力状態によって負担できる引張力を低下させる。

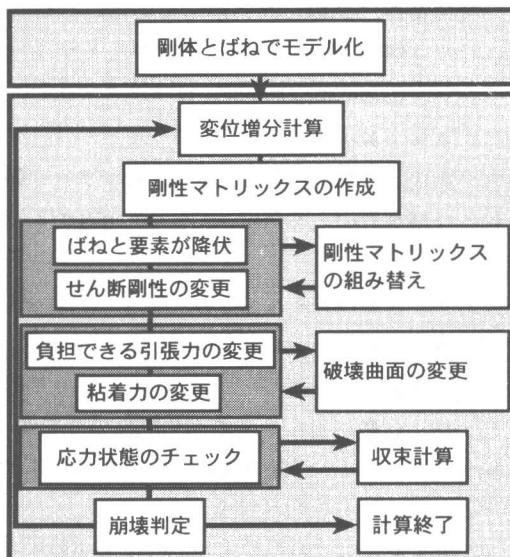


図 1 解析の流れ

*1 名古屋工業大学大学院 工学研究科、社会開発工学専攻（正会員）

*2 名古屋工業大学教授 社会開発工学科、工博（正会員）

*3 名古屋工業大学大学院 工学研究科、社会開発工学専攻、工修（正会員）

3) ばねの塑性すべり量によって粘着力を低下させる。

本解析では、引張側を切断したMohr-Coulombの破壊基準[3]を用いて、上の2), 3)を行うことで、破壊曲面を変化させていく。さらに、ばねの応力状態が、破壊曲面を越えた場合は、応力状態が破壊曲面上にのるように収束計算を行う。そして、解析対象が崩壊機構に達するまで変位増分計算を繰り返す。以下に詳しく説明する。

3. 解析対象のモデル化

3.1 剛体ばねモデル

図2に剛体ばねモデルを示す。剛体ばねモデルとは、解析対象を剛体要素で分割し、剛体要素同士を法線ばねとせん断ばねで結んだモデルである。自由度は、剛体の重心に平行変位2と、回転変位1の計3つを設定し、応力は要素境界線上に働くとする。ここで、 σ_n 、 τ_s はばねの法線応力とせん断応力、 σ_1 、 σ_3 は要素の最大主応力と最小主応力である。応力は、引張側を正とする。

3.2 要素の形状

図3に解析対象をどの様に分割するかを示す。まず、フープ筋間隔1つを取り出し、その部分を平板（平面ひずみ状態）で仮定する。ここで、平板（平面ひずみ状態）を仮定するのは、円周方向（紙面直交方向）の主応力は中間主応力と考えられ、破壊条件に影響しないからである。そして、平板の1/4を剛体ばねモデルを用いてモデル化する。ここで、sは補強筋間隔、Dはコンクリート円柱の直径である。

要素の形状は、全て直角三角形とする。また、斜辺の角度は、Mohr-Coulombの破壊基準より求められるひび割れの入る角度、すなわち $1/2(\pi/2 - \phi)$ とする。 ϕ は内部摩擦角で本解析では 37° を用いる。

また、フープ筋は要素として分割せず、フープ筋が付く位置の要素を区別し、剛性マトリック上での拘束力を表現する。詳しくは「6. フープ筋の拘束力」で述べる。

3.3 ばね剛性

ばねの応力状態によりせん断ばね剛性のみを変化させる。これは、応力状態が変化しても、法線方向の剛性は変わらず、せん断方向の剛性のみが下がると仮定したためである。

図4に示すように一軸応力下のFafitis-Shahの応力-ひずみ関係[4]を3つの直線で表した時の傾きを E_1 、 E_2 、 E_3 とし、これらを用いてばね剛性を定める。ここで、 $c\sigma_B$ はコンクリートのシリンダー強度である。

法線ばね剛性は、平面ひずみを仮定しているため、式(1)で表せる。

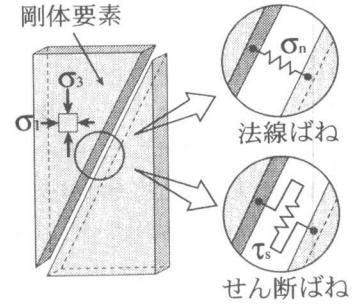


図2 剛体ばねモデル

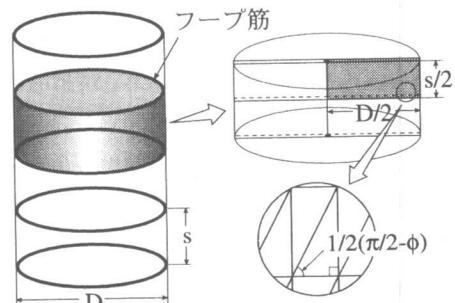


図3 解析対象の分割

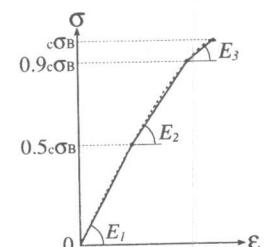


図4 Fafitis-Shahの応力-ひずみ関係

$$E_n = \frac{(1-v)E_1}{(1-2v)(1+v)} \quad (1)$$

また、せん断ばね剛性は、図5に示す様なばねの応力状態に対して式(2)の様に定める。

$$E_{si} = k_i \frac{E_i}{(1+v)} \quad (i=1,2,3) \quad (2)$$

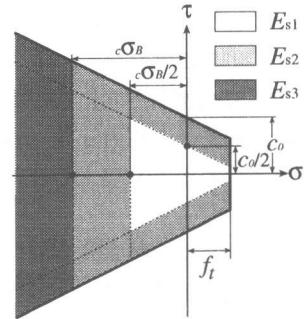


図5 ばねの応力状態と
せん断剛性の関係

ここで、 v はコンクリートのボアソン比、 c_0 は塑性すべり量が0の時の粘着力、 f_t は $c\sigma_B/10$ である。また、 k_1 、 k_2 、 k_3 はフープ筋を巻かない直径と高さの比が1:2のモデルを解析し、Fafitis-Shahの応力-ひずみ関係の登り勾配に合うように $k_1=1$ 、 $k_2=1/7$ 、 $k_3=1/2000$ と定めた。

4. 破壊基準

すでに述べたように、Mohr-Coulombの破壊基準を用い、ばねの応力状態、及び塑性すべり量によって破壊曲面を変化させていく。

4.1 負担できる引張力の低下

コンクリートに圧縮力が働く場合、微細なひび割れが入るため、圧縮力に直交する方向の引張力を負担できなくなることが考えられる。そこで、要素の最小主応力 σ_3 の増加に伴い、ばねが負担できる引張力を低下させる。つまり、 σ_3 が式(3)、式(4)、式(5)を満たす時、その要素の周りに付くばねの破壊曲面を図6の様に定める。

$$\sigma_3 > -c\sigma_B/2 \quad (3)$$

$$-c\sigma_B < \sigma_3 \leq -c\sigma_B/2 \quad (4)$$

$$\sigma_3 \leq -c\sigma_B \quad (5)$$

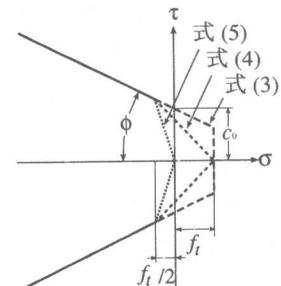


図6 負担できる引張力の低下

4.2 粘着力の低下

ばねの塑性すべり量の増加に伴い、そのばねの粘着力を低下させる。すべり量と粘着力・破壊曲面の関係を図7に示す。ここで、粘着力が0となるときの塑性すべり量 w_0 は、直径と高さの比が1:2のフープ筋を巻かないモデルを解析し、Fafitis-Shahの応力-ひずみ関係の下り勾配に合うように、式(6)で定めた。

$$w_0 = 5.1 + 0.092 \times c_0 - 0.00025 \times c_0^2 \quad (6)$$

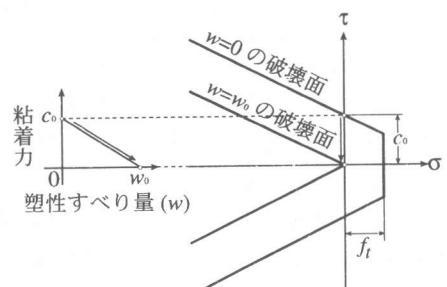


図7 粘着力の低下

5. ばねと要素の降伏

ばねの応力状態が以上のように仮定した破壊曲面に達した場合をばねの降伏とする。そして、破壊曲面に直交する方向に塑性ひずみが生じるよう、ばねの剛性を置き換える。注)

また、要素の主応力 σ_1 と σ_3 の差が $2c\sigma_B$ を越えた場合を要素の降伏とする。そして、要素の周りに付くばねがそれ以上のせん断力を負担できないように、せん断剛性を 0 にする。

6. フープ筋の拘束力

フープ筋の拘束力は、フープ筋がのびることによって生じる。つまり、フープ筋の付く要素が、水平方向に移動するためには、フープ筋をのばす仕事もしなければならない。この仕事を剛性マトリックスを組み立てる際に、フープ筋の付く要素が水平方向に移動することによって生じる内部エネルギーに加えてやることでフープ筋の拘束力を解析に組み込む。

7. 収束計算

すでに述べたとおり本解析では、破壊曲面を変化させていく。そのため、ばねの応力状態が破壊曲面を越えてしまうことがある。そこで、破壊曲面を越えてしまつたばねの応力状態を破壊曲面上にのせるために、収束計算を行う必要がある。

まず、破壊曲面を越えたばねの応力を、図8に示すように解放してやる。解放する応力は基本的にせん断応力とする（図8のCase1）。さらに、せん断応力を解放しても破壊曲面上にのらない場合には法線応力を解放する（図8のCase2）。しかし、この状態では、応力状態は破壊曲面上にのっているが、要素内で力の釣合は保たれていない。そのため、解放した応力により要素内に生じていた力を図9に示すようにばねが付く要素に不釣り合い力としてかける。この作業を各変位増分ごとに行い、全てのばねの応力状態が破壊曲面を越えないようにする。

注) 注図1に示すように、塑性すべり量が増えるに従い、塑性ひずみの方向が変化していく部分があることがわかる。これは、すべりに伴うひび割れ幅の広がりは、ひび割れ幅があまり広がっていない時（粘着力が低下する前）には多く、ひび割れ幅が広がる（粘着力が低下する）に従い少なくなっていくことを表している。破壊面の変更は、塑性ひずみの方向を考えた場合にも、妥当な仮定であると言える。

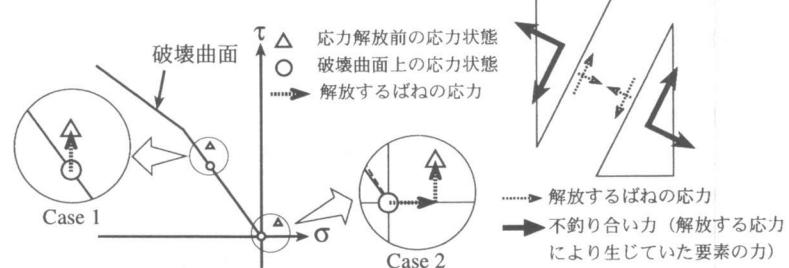


図8 解放応力の求め方

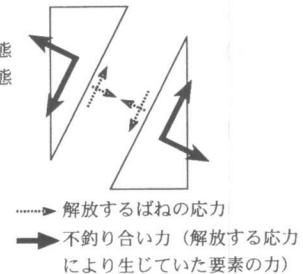
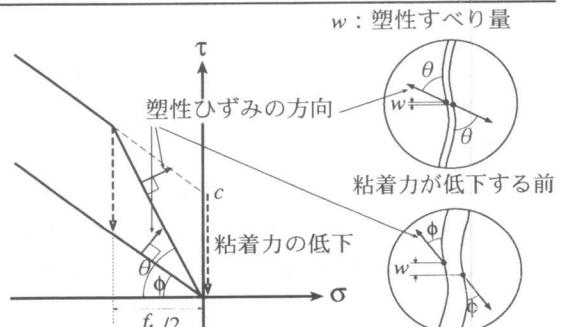


図9 解放応力と
不釣り合い力



注図1 塑性すべりの方向

8. 解析値の上限

本解析では要素分割をすることで、破壊面を限定している。そのため、最も壊れやすい破壊面を選べず、解析値がかなり高い値を示すことがある。そのため、それぞれの $c\sigma_B$ と $p_{ss}\sigma_y$ (p_s はフープ筋の面積比、 $s\sigma_y$ はフープ筋の降伏強度)に対して、一様に側圧 $p_{ss}\sigma_y$ が働いたと考えた場合に、Mohr-Coulomb の破壊基準から求められる圧縮強度を解析値の上限とした。

9. 解析結果

以下に示す結果は、総要素数が約160になるように分割したものを用いた結果である。また、ここでいう、 $c\sigma_c$ は図3でモデル化した平板の最下面での応力を用いて、円柱全体に働く力を求め、それを円柱の面積で除した値である。

9.1 中塚らの実験値との比較

図10に解析値と中塚らの実験値[1]を示す。解析値は全体的に実験値と良く対応している。

9.2 応力分布の検討

次に、 $c\sigma_B = 260$ 、 $p_{ss}\sigma_y=80$ 、 $D=15cm$ 、で、 s/D が0.2と0.6の場合について、図3でモデル化した平板の最下面での応力分布を図11と図12に示す。それぞれ、(a)は

ひずみが0.001の時のもので、(b)は最大耐力時のものである。

ひずみが0.001の時は共に、ほぼ一様な応力状態になっている。しかし、最大耐力時では、それぞれ、中心から応力の高い範囲が、図11(b)、図12(b)に示す $s/2$ あたりのところまで続いている。

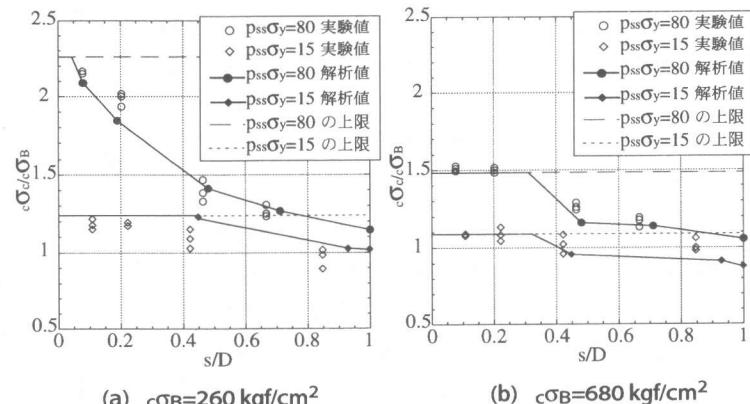
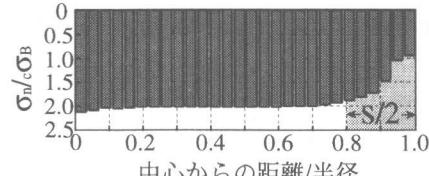


図10 補強筋間隔比と強度上昇比の関係

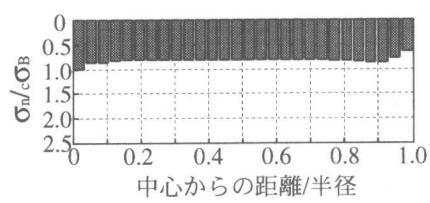


(a) ひずみが0.001の時

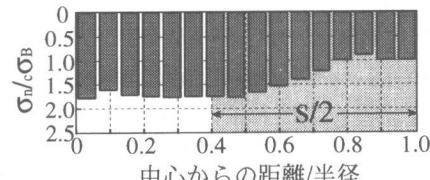


(b) 最大耐力時（ひずみ=0.007）

図11 応力分布 ($s/D=0.2$, $D=15cm$)



(a) ひずみが0.001の時



(b) 最大耐力時（ひずみ=0.004）

図12 応力分布 ($s/D=0.6$, $D=15cm$)

後は応力が徐々に低下していっている。このことから、フープ筋によって一様な拘束応力を受ける範囲はフープ筋間隔が広くなると減少し、その範囲は中心から $(D-s)/2$ であることがわかる。

9.3 寸法効果の検討

本解析を用いて、コンクリート円柱の直径を 7.5cm から 60cm まで変化させた結果を図 13 に示す。無補強の場合には寸法による強度低下は見られなかつたが、補強筋がある場合には、解析値は全て、10% 程度の強度低下を示した。また、せん断耐力のコンクリート寄与分を求める際に用いる断面寸法による補正係数 k_u [5] と β_d [6] を参考までに図 14 に示す。 k_u , β_d と本解析値を 20cm~60cm の範囲で比べると、本解析値の方が寸法効果による強度低下が小さい結果となった。

次に、図 11 で用いたものと、 $c\sigma_B$, $p_{ss}\sigma_y$, s/D を同じにして、直径を 60cm に変えた場合の最大耐力時ににおける最下面での応力分布を図 15 に示す。ただし、中心部分では、ほとんど違いが見られないため、外

側部分だけを示した。また、比較のため、図 15 に図 11 (b) の応力状態（直径 15cm）を点線で重ねて示した。直径が 60cm のものが 15cm のものに比べて低くなっていることがわかる。これは、補強筋による拘束力の弱い外側で塑性すべりが多く生じ、塑性すべりに伴う応力解放が寸法に依存するため、寸法効果の影響が外側に大きく表れたと考えられる。

10. 結論

1. フープ筋がある場合、中心から $(D-s)/2$ の範囲で一様に拘束される。
2. 本解析法で求められる寸法効果による圧縮強度の低下は、文献 [5], [6] のせん断強度に関する補正係数より小さい結果となった。
3. 寸法効果の影響は、塑性すべりが多く生じる外側から $s/2$ の範囲で大きく表れる。
4. 解析値は全体的に実験値と良く対応した。しかし、要素分割の影響により、最も壊れやすい破壊面を選べず、解析値がかなり高い値を示すことがある。これについては、今後改善していく必要がある。

【参考文献】

- [1] 中塚 信：“コンクリートの応力度-ひずみ度特性とコンクリート曲げ部材の終局域特性に関する基礎的研究”，大阪大学学位論文，188pp., 1989
- [2] 川井忠彦：“離散化極限解析法概論”，培風館，164pp., 1991.7
- [3] W.F.Chen：“コンクリート構造物の塑性解析”，丸善株式会社，498pp., 1985.7
- [4] 国土開発技術研究センター：“平成4年度 高強度コンクリート分科会報告書”，pp.4-27-1～13, 1993.3
- [5] 土木学会：“コンクリート標準示方書【平成3年版】設計編”，pp.50～81, 1986.9
- [6] 日本建築学会：“鉄筋コンクリート構造計算規準・同解説”，pp.167～192, 1988.7
- [7] 森川博司, 濑本佳和, 小鹿紀英：“個別要素法を用いたコンクリートの破壊解析”，日本建築学会構造系論文集, 日本建築学会, 第 473 号, pp.127～135, 1995.7
- [8] 前田欣昌, 畠中重光, 水野英二：“ひずみ軟化型コンクリート構成モデルを用いたコンクリート充填鋼管柱の三次元有限要素解析”，日本コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No.2, pp.407～412, 1996

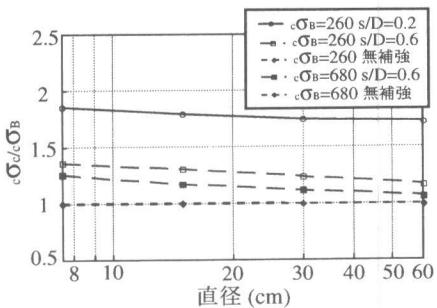


図 13 直径と強度上昇比の関係

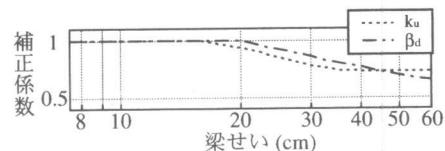


図 14 せん断における寸法効果

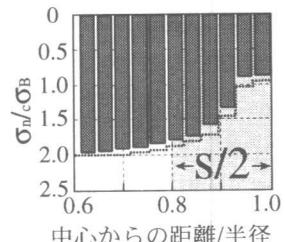


図 15 応力分布 ($s/D=0.2$, $D=60\text{cm}$, ひずみ = 0.005)