

論文 セメント系材料のフレッシュ時の粘弾性限界に関する微視的考察

李 柱国¹・谷川恭雄²・森 博嗣³・黒川善幸⁴

要旨：本研究では、フレッシュ状態にあるセメント系材料を粒子集合体と仮定し、その粘弾性状態における変位挙動に関して理論的な検討を行い、粘弾性限界に及ぼす各種要因の影響について考察した。その結果、変形が終息したときの粘弾性限界は、試料の初期状態に依存し、締固め応力によってほぼ決定されることを明らかにした。

キーワード：セメント系材料, フレッシュ性状, 粘弾性限界, 粒子集合体, せん断実験

1. はじめに

現在、報告されているセメント系材料のフレッシュ時の変形挙動に関する研究のほとんどは、その降伏条件および降伏後の流動特性に関して検討したものである。フレッシュモルタルやフレッシュコンクリートなどのセメント系材料では、粉粒体の性質として一般的に知られている内部摩擦が作用するため、そのレオロジー性質が垂直応力、骨材粒子間の摩擦などに依存することが確認されている¹⁾。筆者らは、既に、セメント系材料の応力状態が、せん断応力がある限界 τ_0 を超え、その増加に伴って、粘弾性状態、粘弾塑性状態、破壊状態の順に移行することを明らかにし、Fig. 1に示すような力学モデルを提案した²⁻⁴⁾。しかしながら、その流動性状態を定量的に評価し、また作業性を解析的に予測するためには、応力レベル限界値が不可欠であり、それに関する情報が望まれている。

練混ぜ直後のセメント系材料は、粒子の間に水が満たされており、粘着性粒子(セメント粒子)と非粘着性粒子(骨材粒子)からなる粒子集合体とみなすことができる^{3,4)}。本研究では、ミクロな粒子個々の挙動を累積してマクロな粒子集合体の力学特性を求め、セメント系材料のフレッシュ時の粘弾性応力限界について考察した。

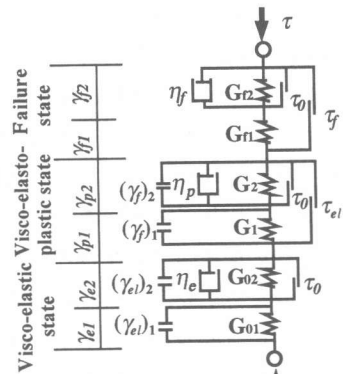


Fig. 1 Mechanical model of cementitious material in fresh state

2. 粒子集合体の構造と応力状態

2.1 粒子集合体の構造

練混ぜ直後のセメント系材料を、不規則な形状・寸法をもつ剛体粒子によって構成された粒子集合体とみなし、各粒子は互いに点で接触しているものと仮定する。Fig. 2に示すように、最大せん断面(以下、MS-面と略称)に沿って存在する1個の静止粒子*i*に注目すると、この粒子はMS-面の上方に存在する隣接粒子と幾つかの接点を通じて粒子間力を受け、MS-面の下方にある2接点A、Bによって支持されている。せん断力が増加して粒子間力 f_i が大きくなると、Fig. 2の紙面上にのみ粒子が移動すると考えれば、粒子*i*は点線の位置から実線の位置に移動する。このと

* 1 名古屋大学大学院 工学研究科建築学専攻 (正会員)
 * 2 名古屋大学教授 工学研究科建築学専攻 工博 (正会員)
 * 3 名古屋大学助教授 工学研究科建築学専攻 工博 (正会員)
 * 4 名古屋大学助手 工学研究科建築学専攻 工修 (正会員)

き、接点Bでの接触は断たれ、接点Aのみで接して粒子jの表面に沿って動く。ここでは接点A、Bをそれぞれ滑動接点、離脱接点と称する。滑動接点は動態時にみられる接点であって、考察の便宜上1粒子につき1点と仮定するが、もし2点以上存在する場合にはそれらの挙動を合成した仮想の1点滑動接点とする。したがって、滑動接点数と粒子数は同一となる。

粒子間力 f_i の方向とMS-面の法線とのなす角を β_i とし、粒子間力方向角と呼ぶ。粒子が接して滑動する下方粒子の表面がMS-面に対して上向きに成す傾斜角を粒子接点角と呼び、 θ_i と記する。 θ_i は粒子ごとに異なるが、それらは粒子集合体の状態に応じた正規分布を示し、単位面積における各粒子接点角の平均値 θ_m は、単位面積が十分に大きければ、一定値であると考えられる。滑動斜面と粒子との摩擦角、すなわち粒子間摩擦角 ϕ_i は、粒子の材料や表面状態によって異なるが、それらの平均値 ϕ_m を一定とする。粘性を持たない粒子が滑るときの抵抗は、 $(\theta_i + \phi_i)$ の傾斜角をもつ摩擦のない斜面を滑り上がる時の抵抗に等しいため、角 $(\theta_i + \phi_i)$ を滑動接点の滑動抵抗角と呼ぶこととする。

骨材粒子は、式(1)に示すCoulombの固体摩擦法則のみを満たせば滑るが、セメント粒子には、摩擦抵抗だけでなく、粒子表面の電荷特性⁵⁻⁷⁾に起因する粒子間の相互作用によって、粘性抵抗も同時に作用すると考えられる。

$$\theta_i + \phi_i \leq \beta_i \quad (1)$$

2.2 粘弾性状態に関する微視的考察

外力を受ける前の初期状態では、試料中の粒子は自重および繰返しの締固め応力に対抗できる位置に移動・配向し、ついにこの締固め応力によってそれ以上の粒子移動・配向が生じない安定な粒子配列を形成する。

粒子集合体が外力を受けると、外力に対抗するため、その中に移動粒子群が生じ、集合体にマクロなひずみが生じる。移動粒子群にある程度以上の変位が生じると、初期状態の粒子配列が壊されて、外力に対抗できる新たな粒子配列

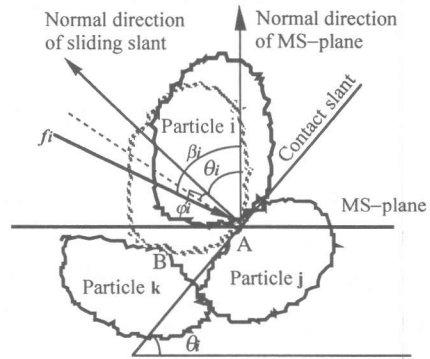


Fig. 2 Contact point and contact slant of particle

が再形成される。応力が増え続ければ、粒子配列が変化していき、粒子集合体の内部摩擦角が一定である場合には、全粒子の平均粒子接点角が大きくなる。

粘弾性限界 τ_{el} 以下の外力を加えると、粒子集合体中の一部の粒子は隣接粒子の表面を滑動し始める。これらの粒子を滑動粒子と呼ぶことにする。除荷時に、残留ひずみが生じない条件を満たすためには、滑動粒子の移動範囲は、除荷時に元の位置に戻れる位置までに限られる。したがって、微視的観点から定義すると、粘弾性状態とは、粒子集合体がせん断力を受けた場合、構成粒子の一部が隣接粒子の表面上を滑っても、粒子の相互配列に変化が生じない状態のことである。このため、粘弾性限界は初期の粒子配列に支配され、初期状態を形成する繰返し締固め応力によって決定されることになる。

3. 粘弾性限界値に関する理論的考察

粒子集合体中の粒子に作用する応力は、3次元空間で互いに直交する有効主応力 σ_1 、 σ_2 および σ_3 に分けられる。3つの有効主応力は一般には等しくないが、ここでは、 $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ の2次元応力-ひずみ状態として考える。このとき、粒子集合体中の最大せん断応力面(MS-面)に作用する垂直応力すなわち平均主応力を σ_m 、せん断応力を τ と記し、MS-面上の単位面積あたりの粒子総数を N 個とする。MS-面状上に存在する1個の粒子に注目すると、その滑動接点には、 σ_m 、 τ によって、

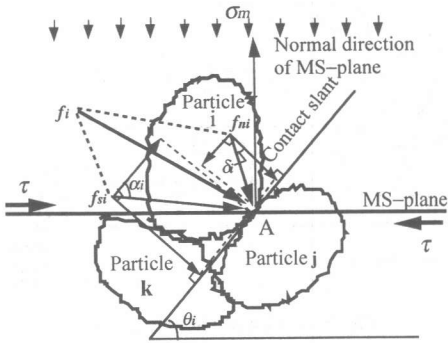


Fig. 3 Interparticle force at contact point

その左側および上方からの粒子間力 f_{ni} , f_{si} がFig. 3に示すように発生し、その合力は f_i となる。 N 個の粒子の f_{ni} , f_{si} をFig. 4のようにベクトルとして順次加え合わせた合力は、単位面積の大きさが十分大きければ、それぞれMS-面上の σ_m および τ と大きさ、方向ともに一致するはずである。

f_{ni} , f_{si} の合力ベクトルを N で割って得られた平均粒子間力をそれぞれ f_n , f_s とすれば、 f_n , f_s はそれぞれ σ_m , τ と方向が同じで、大きさは式(2)に示すように σ_m/N , τ/N に等しい。したがって、 N 個の粒子のFig. 3に示す角 δ_i (f_{ni} が滑り斜面の法線となす角)、 α_i (f_{si} が滑り斜面となす角)の平均値 δ_m , α_m は、それぞれこれらの粒子の平均粒子接点角 θ_m に等しい。

$$f_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{f_{ni} \cos(\hat{f}_{ni} \sigma_m)\} = \sigma_m/N,$$

$$f_s = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{f_{si} \cos(\hat{f}_{si} \tau)\} = \tau/N,$$

$$\delta_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \delta_i = \theta_m, \quad \alpha_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \alpha_i = \theta_m \quad (2)$$

ここに、 $(\hat{f}_{ni} \sigma_m)$: f_{ni} とMS-面の法線方向となす角、 $(\hat{f}_{si} \tau)$: f_{si} とMS-面の方向となす角

Fig. 3に示す静止している粒子 i が受けている外力の、滑り斜面(接点Aの接平面)方向における釣り合い条件から、式(3)が得られる。

$$f_{si} \cos \alpha_i = (f_{ni} \cos \delta_i + f_{si} \sin \alpha_i) \tan \varphi_i + f_{ni} \sin \delta_i \quad (3)$$

MS-面上のいずれの粒子も式(3)に示すような力学的な釣り合い状態にあるため、 N 個の粒子の力学的な釣り合い式を累加すると、式(4)が得られる。

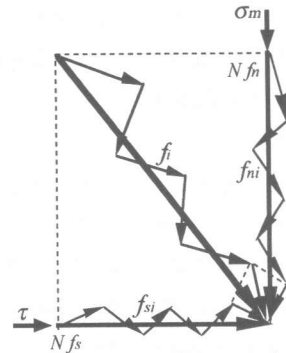


Fig. 4 Vector cumulating of interparticle force of N particles

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N f_{si} \cos \alpha_i &= \sum_{i=1}^N f_{ni} \cos \delta_i \tan \varphi_i \\ &+ \sum_{i=1}^N f_{si} \sin \alpha_i \tan \varphi_i + \sum_{i=1}^N f_{ni} \sin \delta_i \end{aligned} \quad (4)$$

上式を式(5)のように変形する。

$$\begin{aligned} N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{si} \cos \alpha_i \right] &= N \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{ni} \cos \delta_i \tan \varphi_i \right. \\ &\left. + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{si} \sin \alpha_i \tan \varphi_i + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_{ni} \sin \delta_i \right] \end{aligned} \quad (5)$$

f_{ni} , f_{si} , δ_i , α_i の間には相関がなく、それぞれ独立した変数である。このように互いに独立な幾つかの変数の積の平均値は、それぞれの平均値の積に等しい。したがって、式(2)を式(5)に代入すると、式(6)および式(7)が得られる。

$$\begin{aligned} N f_s \cos \theta_m &= N [f_n \cos \theta_m \tan \varphi_m \\ &+ f_s \sin \theta_m \tan \varphi_m + f_n \sin \theta_m] \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau (\cos \theta_m - \sin \theta_m \tan \varphi_m) &= \\ \sigma_m (\cos \theta_m \tan \varphi_m + \sin \theta_m) \end{aligned} \quad (7)$$

式(7)の両辺を $\cos \theta_m$ で除する。また、 θ_m , φ_m が比較的小さいことから^{2), 8)}、 $(1 - \tan \theta_m \tan \varphi_m)$ の値を1と近似して、式(8)を得る。

$$\tau = \sigma_m \tan(\varphi_m + \theta_m) \quad (8)$$

粒子集合体が破壊状態に至るまで、平均主応力が一定である場合には、式(8)に示すように、せん断応力の増加に伴って、平均粒子接点角は大きくなる。粘弾性限界は、すべての粒子が静止し、粘性抵抗がセメント粒子に作用しない状態の試料、すなわち変形が終息した試料が粘弾

塑性状態となる時の外力の最小値である。粘弾性限界に対応する平均粒子接点角を θ_{el} と記すれば、式(8)より次式が得られる。

$$\tau_{el} = \sigma_m \tan(\varphi_m + \theta_{el}) \quad (9)$$

本研究では、締固めとは、ある大きさの応力を試料に繰り返し加えて、一定のひずみを生じさせ、除荷すれば残留ひずみが生じない状態に至るまでの載荷・除荷の過程を指すこととする。粘弾性状態の微視的考察によれば、粘弾性限界は初期の粒子配列と相関があるため、載荷時と締固め時の最大せん断応力面が一様であると仮定すると、 θ_{el} は、粒子群が締固め応力に対抗して移動し、安定な位置に至るときの平均粒子接点角 θ_c と等しくなる。

したがって、 θ_{el} は、式(10)に示すように、締固め応力の関数として求められる。

$$\tan(\varphi_m + \theta_{el}) = \tan(\varphi_m + \theta_c) = \tau_c / \sigma_{cm} \quad (10)$$

ここに、 τ_c 、 σ_{cm} ：それぞれ繰返し締固め時の最大せん断応力面上のせん断応力と垂直応力

式(10)を式(9)に代入すると、粘弾性限界 τ_{el} は式(11)で表される。

$$\tau_{el} = \sigma_m \tau_c / \sigma_{cm} \quad (11)$$

上式によれば、同じ試料に対しても粘弾性限界は締固め応力に依存し、定数とはならない。締固めるときは、一定のひずみのみが生じ、また除荷するときは、残留ひずみが生じないという初期状態を作り出すことができるため、締固め応力には上限値が存在することが予想される。載荷されるとき、外力がこの上限値を超えると、永久変形が生じて、破壊状態に至る。この場合に、この上限値の締固め応力で作られた試料の粘弾性限界 τ_{el} はその破壊強度 τ と等しい。したがって、粘弾性限界は $0 \sim \tau$ の範囲に存在する。高流動モルタルまたは高流動コンクリートの締固め応力の上限値は粘弾性限界はゼロと近似できるため、その粘弾性限界はゼロであると考えられる。

4. 粘弾性限界に関する実験的考察

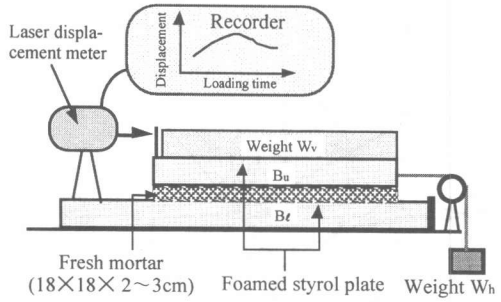


Fig. 5 Device of shearing test

Table 1 Mix proportion and measured consistency

Mortar No.	W/C	S/C	D_{max} (mm)	mSl (mm)	mSf (mm)	$mLts_{-10}$ (s)
I	0.62	1.5	0.6	100	155	∞
II	0.66			120	190	∞
III	0.65	1.4		120	215	0.22
VI		1.8		55	100	∞

[Notes] W/C: Water-cement ratio, S/C: Sand-cement ratio, D_{max} : Maximum diameter of sand, mSl : 1/2-Size slump value, mSf : 1/2-Size slump-flow value, $mLts_{-10}$: 1/2-Size L-flow time.

本研究では、せん断試験装置を試作し、Table 1に示すフレッシュモルタルを試料として粘弾性限界を測定し、前述の理論的考察結果の妥当性を検証した。

4.1 実験概要

Fig. 5にせん断試験装置を示す。ポリスチレンフォーム板 B_t の上に置いた底がない型枠に、練混ぜ直後のモルタルを満たして、上面を平らにした後、型枠を取り去る。所定のおもりをかけて一旦締め固めた後、試料の厚さを測り、板 B_u とおもり W_v (総荷重 P_v)を載せた状態で、おもり W_h (荷重 P_h)によって水平方向に載荷した。変位はレーザ変位計によって60msごと測定した。Table 2に示した平均主応力 σ_m 値に応じて P_v を一定とし、 P_h を所定の増分量だけ時間間隔 Δt で段階的に加えてクリープさせる。せん断応力(増分量の合計値と $P_v/2$ で計算)と各階段クリープ終了時のせん断ひずみの関係をプロットして、始めの数点を結ぶと、直線関係が得られた。実験値が直線から逸脱するときのせん断応力の値が粘弾性限界に相当し、これを τ_{el} と記する。

4.2 実験結果および考察

Table 2に実験結果を示す。以下に各要因が粘

弾性限界に及ばず影響を検討する。

(1) 試料の調合の影響

締固め応力 τ_c , σ_{cm} が同じであるシリーズ M1-1 と M1-4-6 で、粘弾性限界の実測値 τ_{mel} とフレッシュモルタルのミニスランプ値 mSl とフレッシュモルタルのミニスランプフロー値 mSf の関係は、Fig. 6 のようになる。この図に示すように、4 種の調合のフレッシュモルタルに対して、粘弾性限界の各実測値の差はすべて 15Pa 以下であり、粘弾性限界が試料の軟らかさにかかわらず一定値であることが認められた。

(2) 締固め応力の影響

Fig. 7(a) および (b) に、シリーズ M1-1 ~ 6 の粘弾性限界の実測値 τ_{mel} と、締固め応力の関数として求めた粘弾性限界の計算値 τ_{cel} の関係、および 11 シリーズの粘弾性限界の実測値 τ_{mel} と計算値 τ_{cel} の比をそれぞれ示す。これらの図によれば、粘弾性限界の実測値は計算値とよく一致しており、また締固め応力と強い相関性が認められる。なお、実測値は計算値よりも 5% 程度大きい値を示しているが、これは、測定装置機構の摩擦抵抗の影響であると考えられる。

(3) 平均主応力の影響

Fig. 8 に、2Pa/s の荷速度で測定した粘弾性限界と平均主応力の関係を示す。粘弾性限界の実測値 τ_{mel} は平均主応力 σ_m の増加とともに直線的に

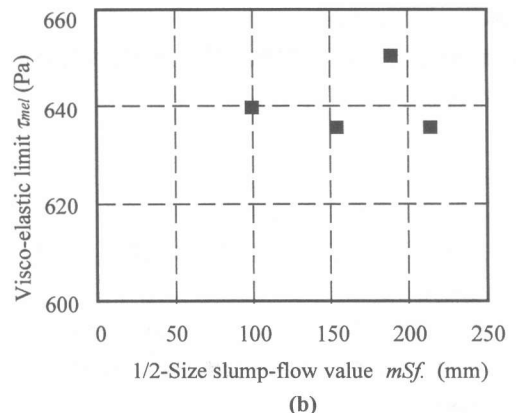
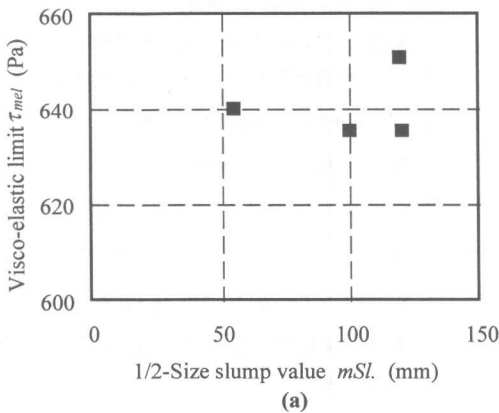


Fig. 6 Experimental relationship between measured visco-elastic limit τ_{mel} and consistency

Table 2 Loading parameters and test results

Series	Mortar No.	σ_m (Pa)	τ_c, σ_{cm} (Pa)	V_l (Pa/s)	τ_{cel} (Pa)	τ_{mel} (Pa)	τ_{mel}/τ_{cel} ratio
M1-1	I	303	908, 454	2.0	605.3	635.5	1.050
M1-2					756.7	772.0	1.020
M1-3	II	303	908, 454	2.0	605.3	787.0	1.040
M1-4						650.5	1.075
M1-5	III					635.5	1.050
M1-6	VI					640.0	1.025
M2-1		303	908, 454	2.0	605.3	635.5	1.050
				3.0		620.5	1.025
M2-2		378	908, 454	2.0	756.7	802.0	1.060
				3.0		817.0	1.080
M2-3	I	454	908, 454	2.0	908.0	938.0	1.033
				3.0		940.0	1.034
M2-4		530	908, 454	2.0	1 059.4	1 135.0	1.071
				3.0		1 074.5	1.014
M2-5		605	908, 454	2.0	1 210.7	1 250.5	1.033
				3.0		1 271.0	1.050

[Notes] σ_m : Mean principal stress in loading state (Pa), σ_{cm} : Mean principal stress in compacting state (Pa), τ_c : Maximum shearing stress in compacting state (Pa), V_l : Rate of loading (Pa/s), τ_{cel} : Calculated visco-elastic limit (Pa), τ_{mel} : Measured visco-elastic limit (Pa).

大きくなり、理論的考察結果とよく一致した。

(4) 荷速度の影響

同一試料に対して、2水準の荷速度で測定した粘弾性限界値を Fig. 9 に示す。粘弾性限界と平均主応力の関係は荷速度にほとんど影響を受けず、粘弾性限界と荷速度の間には相関性が認められない。

5. 結論

本研究では、セメント系材料の粘弾性限界に

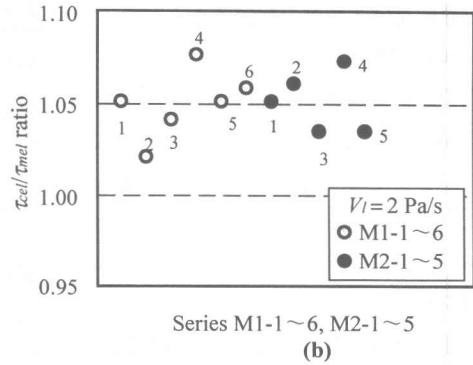
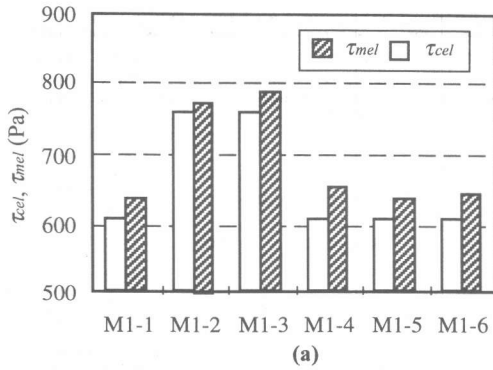


Fig. 7 Comparison with measured value τ_{mel} and calculated value τ_{cel} of visco-elastic limit

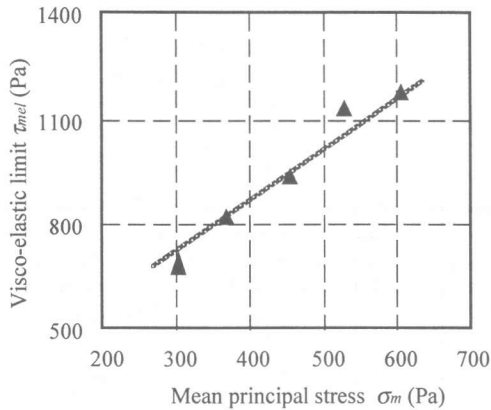


Fig. 8 Experimental relationship between visco-elastic limit τ_{mel} and mean principal stress σ_m ($V_l = 2 \text{ Pa/s}$)

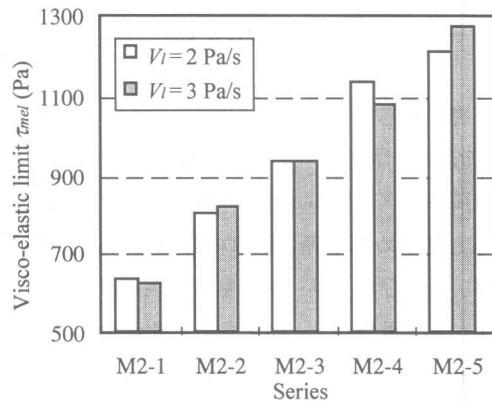


Fig. 9 Measured visco-elastic limit τ_{mel} at different rate of loading V_l

ついてマイクロな立場から理論的に考察した上、実験によって理論的考察結果の検証を行った。得られた結論を以下に要約する。

- (1) セメント系材料の粘弾性限界は、試料の初期状態に依存し、締め固め応力の関数となる。
- (3) 粘弾性限界は、平均主応力の増加に伴って直線的に増加する。
- (4) 载荷速度が粘弾性限界値に与える影響は認められない。

参考文献

- 1) 日本コンクリート工学協会：フレッシュコンクリートの力学モデル研究委員会報告書，pp.55-62，1996.4.
- 2) 森 博嗣：フレッシュコンクリートの流動解析法に関する研究，名古屋大学博士論文，pp.69-98，1989.10.
- 3) 李柱国・谷川恭雄・森 博嗣・黒川善幸：粒子集

合体を用いたフレッシュモルタルの構成則に関する研究，日本建築学会構造系論文集，No.523，1999.9(印刷中)

- 4) 李柱国・谷川恭雄・森 博嗣・黒川善幸：フレッシュコンクリートの力学モデルに関する基礎的考察(その1、その2)，日本建築学会東海支部研究報告集，No. 36，pp.1-8，1998.2.
- 5) 緑川猛彦，丸山久一のほか：凝集状態を考慮した粉体の保水能力の評価，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.19，No.1，pp.43-48，1997
- 6) Yong, R.N and B.P. Warkentin: Introduction to Soil Behavior, Macmillan Company, p.56, 1966
- 7) 深谷泰文：セメントコンクリートの流動特性，セメント・コンクリート，No.540，pp.30-39，1997.2
- 8) 村山朔郎：土の力学挙動の理論，技報堂出版，pp.34-36，1990.10.