論文　乾湿変化による乾燥収縮の解析的評価

斉藤理浩[*1]・打越輝昌[*2]・大下英吉[*3]

要旨：熱力学に基づく表面エネルギーの変化により乾燥収縮現象を解析的に評価する。コンクリート供試体中の水分含有率～相対湿度の関係を推測するために，不飽和コンクリート中の水分拡散方程式を導き，その関係を用いて外部仕事の変化，ひずみエネルギーの変化から導かれた乾燥収縮の支配方程式を示すとともに，従来，部材レベルで観測されている結果に本手法を適用し，その有用性を示した。

キーワード：乾燥収縮，相対湿度，表面エネルギー

1. はじめに

乾燥収縮は鉄筋コンクリートの収縮ひび割れの主要な原因の１つであるが，コンクリートの乾燥収縮機構は外的，内的条件の多くの要因がからみあった複雑なものであり，そのメカニズムは完全には明らかにされていない。近年セメント・コンクリートの乾燥収縮に関する研究の多くは，それらを組織する微細空隙中に存在する毛細管張力説[1)]により提えられている。毛細管張力説によれば，セメント硬化体を乾燥させると毛細管中の水分が蒸発するとともに毛細管張力が大きくなることにより収縮現象が発生し，逆に湿度が高くなると毛細管張力が小さくなることにより膨張現象が発生するというものである。しかし，この説に従うと，微細空隙中には相対湿度と毛細管径によって MPa のオーダの負圧が生じ，水がセメント・コンクリート骨格を引張ることになり，その程度によっては破壊を生じることにもなる。また，水が完全に蒸発した場合には，実現象とは異なる膨潤現象を生じさせることにもなる。さらに，最も重要な問題点は，水とセメント・コンクリートの付着特性が全く明らかにされていないということである。すなわち，毛細管張力説には，未だ解明されなければならない点を多く含んでいると言っても過言ではない。このため，毛細管張力説に代わる乾燥収縮挙動を詳細に捉えることのできる理論の開発が重要である。一方，相対湿度４５％前後において，その値よりも高い相対湿度では毛細管張力説，それ以下の相対湿度では表面エネルギー変化により乾燥収縮を提えている研究例[2)]があるが，この場合，相対湿度４５％以下においては，表面エネルギー変化により乾燥収縮挙動を提えているが，その手法は全て一次元モデルであり，３次元的挙動を示す乾燥収縮を詳細に表わしているとは言えない。

そこで本研究では，セメント・コンクリート表面の乾湿変化によ熱力学的表面エネルギーに基づいて乾燥収縮に関する３次元モデルの開発を行い，その適用性を過去の実験から評価する。

2．熱力学に基く乾燥収縮支配方程式

2．1　熱力学に基づく表面エネルギー

相対湿度変化による単位面積当たりの表面エネルギーは，等温状態を仮定すると，次式で示す Gibbs の吸着等温式により表すことができる。

$$\gamma = -\frac{n(s)RT}{A(s)} \int_0^{\frac{p_0}{p}} \frac{1}{\frac{p}{p_0}} d\left(\frac{p}{p_0}\right) \qquad (1)$$

*1　中央大学学生　理工学部土木工学科　（正会員）
*2　中央大学学生　理工学部土木工学科　（正会員）
*3　中央大学助教授　理工学部土木工学科　工博（正会員）

ここで，γ は単位面積あたりの表面エネルギー，R は気体定数，T は絶対温度，$A(s)$ は比表面積，p は気体の圧力，p_0 は飽和蒸気圧である。そして，コンクリートの供試体表面の相対湿度変化は次式により求められる。

$$\Delta H = H_{(n+1)} - H_{(n)} \tag{2}$$

ここで、ΔHは相対湿度，$H_{(n+1)}$ は(n+1)ステップの時点における相対湿度，$H_{(n)}$ は(n)ステップの時点における相対湿度である。また単位面積あたりの表面エネルギーの変化量 $\Delta\gamma$，すなわち乾湿変化による固体の表面張力の変化は次式のように求めることができる。

$$\Delta\gamma = \gamma_{(n+1)} - \gamma_{(n)} = -\frac{RT}{MA(s)} \int_{H(N)}^{H(n+1)} \frac{m}{H}\, dH \tag{3}$$

ここで，M は気体の分子量，m は固体１ｇあたりの吸着量である。なお，式(3)中の右辺に示す定積分項は相対湿度と水分含有率の関係式を数値積分することにより求められる。

２．２　乾燥収縮に関する３次元支配方程式

熱力学に基づく表面エネルギーの変化による乾燥収縮に関する３次元支配方程式は，外部仕事のエネルギーの変化量とひずみエネルギーの変化量の差を最小化することにより導かれる。セメント・コンクリート表面に相対湿度ΔＨを与えると，表面エネルギーの変化ΔＷｏｕｔは，次式で表すことができる。

$$\Delta W_{out} = \int_A \Delta\gamma\, dA_{(\{\Delta u\})} \tag{4}$$

ここで，A は全表面積，$\Delta\gamma$ は単位面積当たりの表面エネルギー，$dA_{(\{\Delta u\})}$ は相対湿度変化による面積変化，Δu は変位ベクトル増分である。

一方，コンクリート供試体表面における乾湿変化により供試体内部には，式(5)に示すひずみエネルギー ΔW_{in} が生じることになる。

$$\Delta W_{in} = \int_V \{\sigma\}^T \{\Delta\varepsilon\}\, dV \tag{5}$$

ここで，$\{\sigma\}$は応力ベクトル，$\{\Delta\varepsilon\}$はひずみ増分ベクトルである。また、エネルギーの変化量 ΔW は式(4)と式(5)の差により，次式で表すことができる。

$$\Delta W = \Delta W_{out} - \Delta W_{in} \tag{6}$$

そして，式(6)に最小仕事の原理を適用すると，表面エネルギーによる乾燥収縮の支配方程式は次式で表される。

$$\int_A \Delta\gamma \frac{dA_{(\{\Delta u\})}}{\{\Delta u\}} = \int_V [B]^T [D][B] dV \{\Delta\bar{u}\} \tag{7}$$

ここで，$[B]$ はひずみ～変位マトリックス，$[D]$ は弾性マトリックス，そして $\{\Delta\bar{u}\}$ は節点変位増分ベクトルである。

このように表面エネルギー変化に基づく乾燥収縮は，初期条件，境界条件および表面エネルギーの変化量を代入することにより自動的に求まる。なお，同式における注意点は，両辺に変位ベクトルが含まれているため，非線形性を有していることである。

３．乾燥収縮実測値への本解析手法の適用

下村ら[3]が行ったセメント・コンクリートの乾燥収縮実験に対して，構築した乾燥収縮の支配方程式を適用するためには，相対湿度とセメント・コンクリート中の含水率の関係が必要である。そこで，下村らが行ったセメント・コンクリートの水分含水量と乾燥時間の関係を求めた実験結果を用いて，セメント・コンクリート中の相対湿度と乾燥時間の関係を求める式を構築することによって，含有率と相対湿度の関係を求める。よって以下に示すコンクリート中の水分移動に関する式を構築し，解析を行う。

３．１　水分拡散方程式

不飽和コンクリート中の水分は，気相と液相の混相として存在している。しかしこの不飽和

表-1　解析対象供試体[3)]

供試体名	W/C(%)	表面の相対湿度(%)	骨材の有無
G07	31	0	無し
G015N	31	60	無し
G2515	31	0	有り
L7C	13	60	有り
MSM	32	60	有り

コンクリートの表面に圧力を持った水が与えられた時，相表面付近では圧力を持った状態，すなわち飽和状態の間隙が形成される。飽和，不飽和状態の間隙水の自由エネルギーは様々な式により表されるが，これらを１つの式として統一するために，圧力を近似的に相対湿度に換算し，不飽和間隙水の式によって飽和間隙水のGibbs の自由エネルギーを表すことにした。また不飽和コンクリート中を流れる間隙水の流束は，間隙水の単位体積あたりの化学ポテンシャルの勾配に依存するとした。以上のことをふまえて，熱力学に基づくコンクリート中の水分移動に関する支配方程式は，力の釣り合い方程式と水分・水蒸気の質量保存則を連成させることにより得られる。まず仮想仕事の原理から求められる力の釣合い方程式を有限要素によって離散化することにより，式(8)に示す微分方程式となる。

$$K_T \frac{d\{\bar{u}\}}{dt} - L\frac{d\{\bar{H}\}}{dt} - \frac{d\{f\}}{dt} = 0 \qquad (8)$$

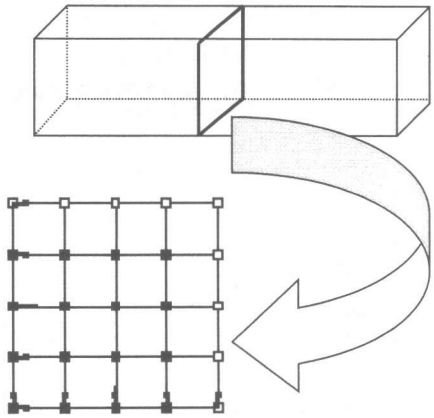
ここで，$K_T, L, \{f\}$は，それぞれ接線剛性マトリックス，間隙水圧による固体相の圧縮性の影響に関するマトリックスおよび外力ベクトルである。

一方，水分，水蒸気の質量保存則の式をGalerkin 法により離散化すると式(9)が得られる。

$$-Q\{\bar{H}\} - L^T\frac{d\{\hat{u}\}}{dt} - S\frac{d\{\bar{H}\}}{dt} + \{f\} = 0 \qquad (9)$$

ここで，$Q, S, \{f\}$は，それぞれ流体の移動に関するマトリックス，流体の圧縮性に関するマトリックス，流出量ベクトルである。

最終的に不飽和コンクリート中の水分拡散に関する支配方程式は，式(8)と式(9)を連成させることにより次式のように表すことができる。



→ 変位拘束

□ 境界面における相対湿度(0,60%)

■ 初期相対湿度(100%)

図-1　解析モデル

$$\begin{bmatrix} [K_T] & -[L] \\ -[L]^T & -[S]-[Q]_n\Delta t_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\Delta\bar{u}\}_n \\ \{\Delta\bar{H}\}_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Delta f\}_n \\ [Q]\{\bar{H}\}_{n-1}\Delta t_n - f\Delta t_n \end{Bmatrix} \qquad (10)$$

3．2　水分含有率と相対湿度

式(10)に示す不飽和コンクリート中の水分拡散方程式を解析するにあたり，入力データは実験条件と一致させた。よって解析対象断面は図-1に示すように，長方形供試体の中央部を解析対象断面とした。境界条件は一軸状態と仮定し，供試体表面の相対湿度は 0%，60%とし，供試体内部は相対湿度を 100%とした。なお、解析の対象とした実験供試体の条件を表-1 に示す。

図-2 は供試体表面の相対湿度を 60%とした解析結果であり，図-3 は供試体表面を 0%とした時の解析結果である。

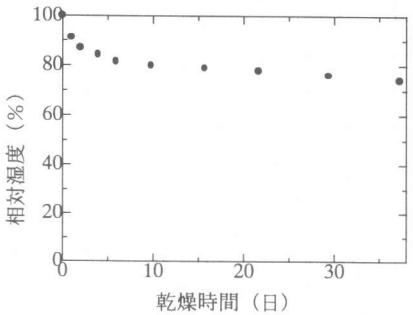


図-2　相対湿度と乾燥時間の関係
（供試体表面６０％）

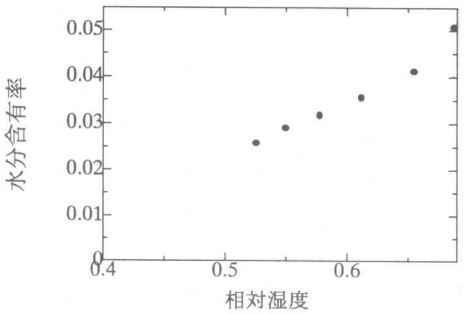


図-4　水分含有率と相対湿度の関係
（供試体Ｇ０７）

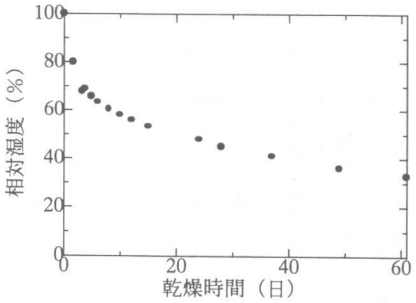


図-3　相対湿度と乾燥時間の関係
（供試体表面０％）

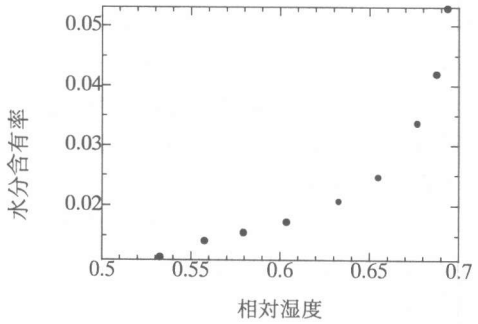


図-5　水分含有率と相対湿度の関係
（供試体Ｇ０１５Ｎ）

供試体表面の相対湿度を 60%とした場合，供試体内部の相対湿度は約 5 日の時点までは緩やかに低下し，その後約 80%の平衡状態に達する。一方，供試体表面の相対湿度を 0%とした場合，供試体内部の相対湿度は急激に低下し，その後約 20 日の時点から緩やかに低下した後に約 30%の平衡状態に達する。このように，供試体内部の相対湿度と乾燥時間との関係が解析的に求まったわけであり，この関係と下村らが行った逸散水量と乾燥時間の実験結果から，相対湿度と水分含有率の関係が実験的および解析的に求まるわけである。相対湿度と水分含有率の関係を供試体 G07 および G015N を例に取り図－4 および 5 に示す。

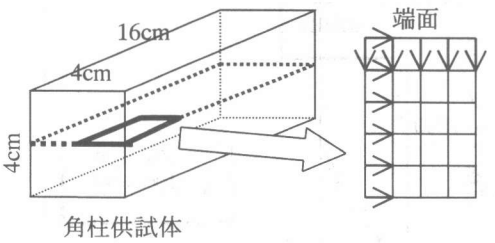
このように得られた相対湿度と水分含有率の関係を最小二乗法により近似することによって求められた関数を式(3)に代入し，各ステップごとに数値積分することにより，各ステップ時における表面エネルギーの変化量が求められる。また，得られた表面エネルギーの変化量を式(7)に代入することによって，最終的に乾燥収縮の支配方程式を解析することが可能となるわけである。

３．３　乾燥収縮に関する解析的評価

本節では，式(7)に示す乾燥収縮に関する支配方程式に基づき，表-1 に示す各供試体に対する乾燥収縮に関する解析的評価を行う。なお，境界条件は一軸状態を仮定し，材料定数は実験から得られた値を適用した。

図-6 に示すように，解析モデルは対称性を考慮することにより供試体の 1/8 部分とし，収縮ひずみは，同図に示す供試体端面を平均化したものである。

乾燥収縮ひずみと乾燥時間の関係に関する実験結果と解析結果の比較を図-7～図-10 に示す。図-7,8 はコンクリート供試体表面の相対湿度を 60%とした時の乾燥収縮ひずみと乾燥時間の関



図－６　乾燥収縮解析モデル

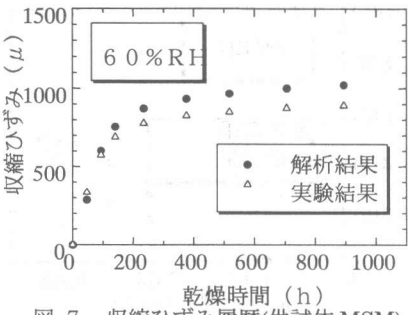


図-７　収縮ひずみ履歴(供試体 MSM)

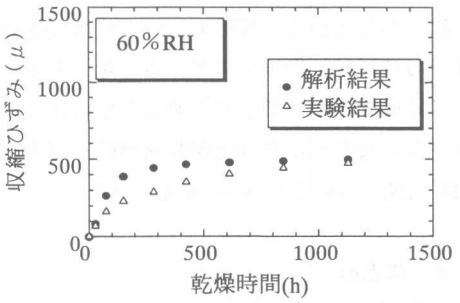


図-８　収縮ひずみ履歴(供試体 L7C)

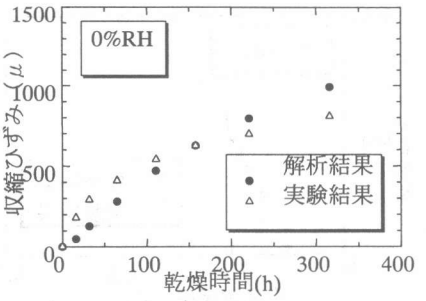


図-９　収縮ひずみ履歴(供試体 G2515)

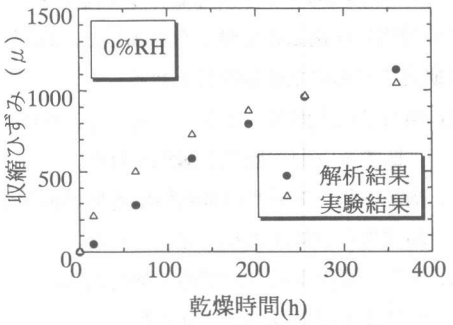


図-１０　収縮ひずみ履歴(供試体 G07)

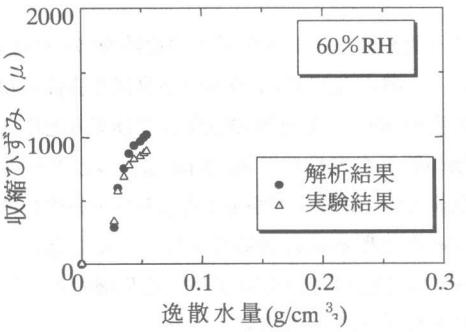


図-１１　水分逸散による収縮ひずみ(供試体 MSM)

係を表わし，図-9,10 はコンクリート供試体表面の相対湿度を 0%とした時の乾燥収縮ひずみと乾燥時間の関係を示している。なお，図中に示す記号△は実験記号，記号●は解析結果をそれぞれ示している。

まず，図-7～10 において，解析結果は実験結果と比較的良好な一致を示しており，時間とともに乾燥収縮ひずみの増加量が低下していることがわかる。次に，供試体表面の相対湿度を60%とした場合には，乾燥初期に急激な乾燥収縮ひずみの増加を示し，その後は，供試体 MSM では約 500μ，供試体 L7C では約 1000μの一定値となっている。一方，供試体の相対湿度を 0%とした場合には，乾燥初期には急激な乾燥収縮ひずみの増加を示し，その後は緩やかに増加している。このような実験的傾向を本解析モデルは詳細に評価していることがうかがえる。

次に，乾燥収縮ひずみと逸散水量の関係に

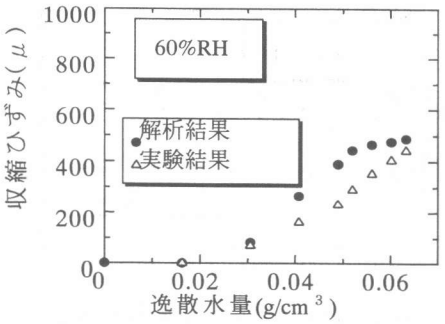


図-12　水分逸散による収縮ひずみ(供試体 L7C)

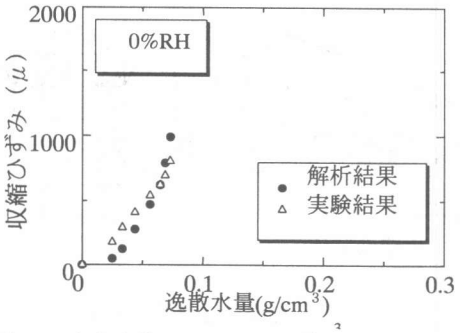


図-13　水分逸散による収縮ひずみ(供試体 G2515)

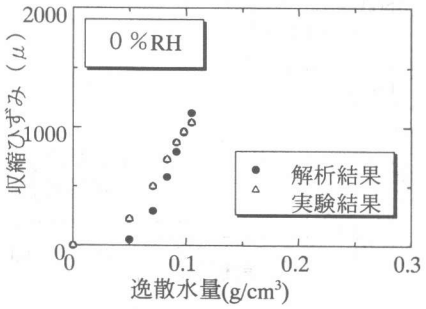


図-14　水分逸散による収縮ひずみ(供試体 G07)

関する実験結果と解析結果との比較を図-11～14に示す。図-11,12 はコンクリート供試体表面の相対湿度を 60％とした時の乾燥収縮ひずみと逸散水量の関係を表わし，図-13,14 はコンクリート供試体表面の相対湿度を 0％とした時の乾燥収縮ひずみと逸散水量の関係を示している。なお，図中に示す記号△は実験記号，記号●は解析結果をそれぞれ示している。

まず，図-11～14 において，解析結果は実験結果と比較的良好な一致を示しており，逸散水量とともに乾燥収縮ひずみが増加していることがわかる。次に，供試体表面の相対湿度を 60%とした場合には，乾燥収縮ひずみは逸散水量に対して上に凸の形状を示しており，逸散水量が多くなると乾燥収縮ひずみの増加も小さくなっている。一方，供試体の相対湿度を 0%とした場合には，乾燥収縮ひずみは逸散水量に対して下に凸の形状を示しており，逸散水量が多くなると乾燥収縮ひずみの増加も大きくなっている。

以上のことから本解析手法は，乾燥収縮挙動を十分に評価し得るものであると考えらる。よって本研究において全相対湿度下における表面エネルギー変化により乾燥収縮挙動を捉えることが可能であることが明らかとなった。

4．まとめ

本研究ではセメント・コンクリート表面の乾湿変化による熱力学的表面エネルギーに基づいて乾燥収縮に関する３次元モデルの開発を行い，その適用性を過去の実験から評価した。以下に，本研究で得られた結論をまとめる。

(1) 熱力学的表面エネルギーに基づき、乾燥収縮に関する支配方程式が構築された。
(2) 構築されたモデルの適用性は乾燥収縮評価実験結果との対比より，評価された。
(3) 全相対湿度下において熱力学的表面エネルギーによる乾燥収縮が評価された。

参考文献

1) 下村匠：細孔容積分布密度関数に基づくコンクリートの乾燥収縮モデル，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.15，No.1，pp.435-440，1993.
2) F.H.Wittman : Francture Mechanics of concrete, Developments in Civil Engineering, 1983.
3) 下村匠：細孔容積分布密度関数に基づくコンクリートの乾燥収縮モデル東京大学博士論文，1993.