

論文 動的応答解析における橋脚自重・桁高さの影響についての検討

新昌彦^{*1}・Shahid Nasir^{*2}・岩本政巳^{*3}・梅原秀哲^{*4}

要旨: 高架橋の地震時動的応答解析手法において、簡便な1質点系モデルとより実際的な応答を把握できる3次元多質点系モデルを用いて解析を行うと、結果に違いが見られることが確認されている。橋脚自重、橋桁高さがどの程度影響を及ぼしているのかを明らかにするため、それらの影響を考慮した1質点系モデルと3次元多質点系モデルを用いて、RC橋の解析を行った。その結果、1質点系モデルにおいても、実際的な応答が得られることが明らかとなった。また、橋梁の形状により、結果が異なることも明らかとなった。

キーワード: 地震応答解析、1質点系モデル、3次元多質点系モデル

1. はじめに

兵庫県南部地震では、鉄筋コンクリート橋脚の挙動が弾性領域を超え、被害の程度は塑性領域における変形性能に大きく依存したと考えられている¹⁾。そのため耐震性能の照査では、構造物の変形性能を正しく把握することが基本的な要件となり、地震応答解析が重要視されている。

現在、耐震設計において地震応答解析を積極的に活用するために、計算方法の整備等が急がれている。地震応答解析には様々な解析手法があるが、それぞれ特徴があり、解析対象系の構造特性や重要度に応じて、より適切なモデル化および解析手法を選ぶのが現状である。しかし、簡便な1質点系モデルを用いて、より実際的な応答が得られれば、実用性という点においては有効であると思われる。

杉浦ら²⁾は、1質点系モデルと多質点系モデルによる解析結果の違いは、橋脚自重や橋桁高さ等によることを示した。そこで本研究では、比較的単純な仮定によりそれらの影響を考慮に入れた1質点系モデルを用いて、非線形地震応答

解析を行い、多質点系モデルによる結果と比較検討した。また、橋梁形状が左右非対称の場合について解析を行い、構造特性がどの程度影響を与えるかについても考察した。

2. 地震応答解析の手法

2.1 1質点系モデル²⁾

質点質量として上部工の質量を橋脚天端位置に配置した。質点質量をm、ばね定数をk、減衰係数をc、地盤の変位をu_g、質点の地盤に対する相対変位をuとするとき、1質点系モデルの振動方程式は次式のようになる。なお、ドットは時間による微分を表す。

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -m\ddot{u}_g \quad (1)$$

2.2 梁要素を用いた3次元多質点系モデル²⁾

3次元多質点系モデルでは、橋脚および橋桁を梁要素としてモデル化し、橋脚についてのみ材料非線形性を考慮する。本解析では、次式のような増分形運動方程式を用いる。

$$M\Delta\ddot{U} + C\Delta\dot{U} + K'\Delta U = \Delta F \quad (2)$$

ここに、M、Cは質量、減衰マトリクス、K'は時刻tからt+Δtまでの接線剛性マトリクス、ΔU、ΔFは変位増分、外力増分ベクトルである。

*1 名古屋工業大学大学院 工学研究科都市循環システム 工学専攻（正会員）

*2 名古屋工業大学大学院 工学研究科社会開発工学専攻（正会員）

*3 名古屋工業大学講師 工学部社会開発工学科 工博

*4 名古屋工業大学大学院 工学研究科都市循環システム 工学専攻 Ph.D（正会員）

2.3 解析条件²⁾

橋脚の曲げ復元力特性として、図-1に示すようなトリリニア型モデルを用いることとした。各限界状態における曲げモーメントおよび曲率値は、各代表断面ごとに橋軸、橋軸直角の2方向に対し独立に切断法³⁾を用いて求めた。この曲げモーメント-曲率関係から、橋脚天端に集中荷重を載荷する静的有限要素解析を別途行い、得られた天端位置での荷重-変位関係を、1質点系モデルでの解析に用いた。なお、幾何学的非線形性は考慮していない。また、減衰定数は0.05とした。

3. 対象とした橋梁

解析には名古屋市に実在する橋（図-2）をモデルとして用い、橋軸方向の地震波に対する応答を調べることとした。1質点系モデルでの解析に用いた橋脚の基本特性を表-1に示す。

4. 入力地震波⁴⁾

将来この地域で生じる可能性が指摘されている東海地震を想定し、工学的基盤面の地震加速度波形から地盤特性を考慮して得られた、対象橋梁基礎位置での地震加速度を入力波として用いた。その波形を図-3に、パワースペクトル図（FFT法）を図-4に示す。

5. 1質点系モデルにおける橋脚自重、橋桁高さの考慮

5.1 橋脚自重の考慮⁵⁾

橋脚を図-5に示すような長さ l の断面が一定な片持ち梁と見なすと、天端からの距離 z における橋脚の変形曲線 $u(z)$ は次式となる。

$$u(z) = u_0 \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{z}{l} + \frac{1}{2} \cdot \frac{z^3}{l^3} \right) \quad (3)$$

ここに、 u_0 は橋脚天端の変位である。この橋脚が円振動数 n で振動しているとき、橋脚の変位 $u(x,t)$ は次式で表される。

$$u(z,t) = u_0 \left(1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{z}{l} + \frac{1}{2} \cdot \frac{z^3}{l^3} \right) \cos(nt - \phi) \quad (4)$$

ここに、 ϕ は位相差である。橋桁の質量を m 、橋脚の単位長さあたりの質量を w とすると、総運動エネルギー K_{\max} は次式となる。

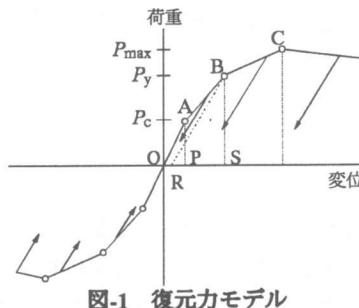


図-1 復元力モデル

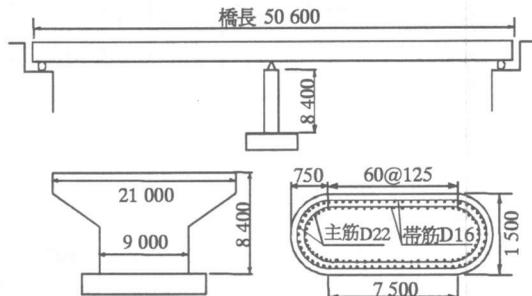


図-2 橋梁の概要 橋脚の側面図、断面図

表-1 橋軸方向における橋脚の特性

上部工質量 (kg)	ひび割れ時		降伏時		終局時	
	変位 (cm)	荷重 (kN)	変位 (cm)	荷重 (kN)	変位 (cm)	荷重 (kN)
7.50×10^5	0.49	1409.9	2.1	2216.3	9.06	2946.5

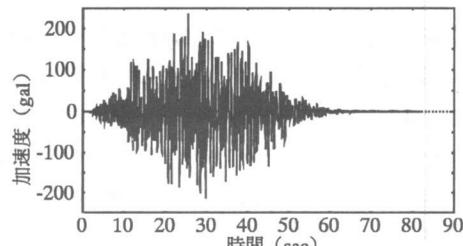


図-3 地震加速度波形

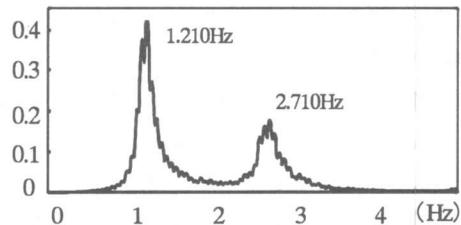


図-4 パワースペクトル (FFT 法)

$$K_{\max} = \frac{n^2 u_0^2}{2} \left(m + \frac{33}{140} w l \right) \quad (5)$$

式(5)より、橋脚質量の $33/140=23.6\%$ を橋桁質量に付加することで橋脚自重を考慮できる。

5.2 橋桁高さの考慮

図-6に示すように、橋脚天端から橋桁重心までの距離 a を桁高さとして考慮する。橋桁の質量のみを考慮し、橋脚を曲げ剛性 EI の梁部材、桁高さ a の部分を剛体と見なすと、固有円振動数 n は次式で与えられる。

$$n = \sqrt{\frac{3EI}{ml^3\left(1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{a}{l}\right)}} \quad (6)$$

式(6)より、質点質量を $\frac{3}{2} \cdot \frac{a}{l}$ 上乗せすることで

桁高さを考慮できる。

6. 比較に用いた多質点系モデル

多質点系モデルは、図-7に示すように橋脚を5要素、橋桁を8要素に分割したものとした。解析自体は3次元で行っているが、解析モデルは平面的であり地震波を橋軸方向に入力していることから、実質的には2次元解析となっている。橋桁部材を剛とした1質点系モデルに近いモデル（モデルA）と実際の橋桁剛性を持つモデル（モデルB）の2つについて解析を行った。なお、橋脚天端を変位着目点とした。

7. 解析結果および比較

解析は橋脚自重、橋桁高さの影響考慮の有無を組み合わせた、以下に示す4ケースで行った。

ケース1：上部工質量のみ考慮

ケース2：橋脚自重のみ考慮

ケース3：橋桁高さのみ考慮

ケース4：橋脚自重、橋桁高さ両方考慮

7.1 上部工質量のみ考慮（ケース1）

ケース1は、上部工質量のみを考慮し、橋脚自重、橋桁高さは考慮しない基本ケースである。各モデルの解析結果を表-2に示す。なお、多質点系モデルにおける一般化質量および固有振動数は、橋軸方向の1次モードの値である。

固有振動数は1質点系モデル、モデルA、Bとともに3.1Hz前後、一般化質量はモデルA、Bそれぞれ $7.51 \times 10^5 \text{ kg}$ 、 $7.61 \times 10^5 \text{ kg}$ となり、モデルによる差は小さかった。地震応答解析結果を見ると、1質点系モデルにおける最大応答変位は

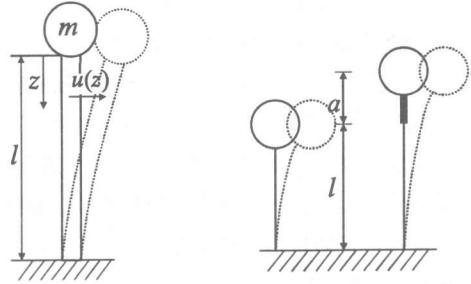


図-5 橋脚自重の考慮

図-6 橋桁高さの考慮

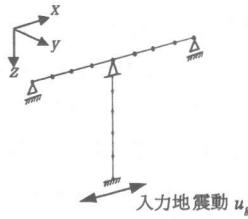


図-7 3次元多質点系モデル

表-2 ケース1による結果

解析手法	1質点系モデル	多質点系モデル	
		モデルA	モデルB
質点質量(kg)	7.5×10^5		
一般化質量(kg)		7.51×10^5	7.61×10^5
固有振動数(Hz)	3.117	3.174	3.135
最大応答変位(cm)	3.357	3.457	3.489

表-3 ケース2による結果

解析手法	1質点系モデル	多質点系モデル	
		モデルA	モデルB
質点質量(kg)	8.42×10^5		
一般化質量(kg)		8.86×10^5	8.90×10^5
固有振動数(Hz)	2.942	2.936	2.909
最大応答変位(cm)	3.650	4.443	4.419

表-4 ケース3による結果

解析手法	1質点系モデル	多質点系モデル	
		モデルA	モデルB
質点質量(kg)	8.317×10^5		
一般化質量(kg)		8.35×10^5	8.43×10^5
固有振動数(Hz)	2.960	2.862	2.833
最大応答変位(cm)	3.590	3.655	3.710

表-5 ケース4による結果

解析手法	1質点系モデル	多質点系モデル	
		モデルA	モデルB
質点質量(kg)	9.237×10^5		
一般化質量(kg)		9.54×10^5	9.58×10^5
固有振動数(Hz)	2.809	2.686	2.665
最大応答変位(cm)	4.080	4.686	4.604

3.357cmとなった。モデルA、Bではそれぞれ3.457cm、3.489cm、1質点系モデルに比べ3~4%大きい値となった。ケース1においては、応答においてもモデル間の差は小さく、橋桁の剛性

の差による影響は現れなかった。

7.2 橋脚自重のみ考慮（ケース2）

ケース2において、1質点系モデルでは橋脚質量 $3.90 \times 10^5 \text{ kg}$ の 23.6%である $9.20 \times 10^4 \text{ kg}$ を上部工質量 $7.50 \times 10^5 \text{ kg}$ に付加し、 $8.420 \times 10^5 \text{ kg}$ を質点質量とした。多質点系モデルでは、橋脚の各要素に所定の自重を与えたモデルを用いた。解析結果を表-3に示す。

固有振動数は3モデルともに約 2.9Hz となった。一般化質量はモデルA, B それぞれ $8.86 \times 10^5 \text{ kg}$, $8.90 \times 10^5 \text{ kg}$ となり、1質点系モデルの質点質量より 5%程度大きい値となった。1質点系モデルにおける最大応答変位は 3.650cm となった。モデルA, B ではそれぞれ 4.443cm, 4.419cm, ともに1質点系モデルより 20%程度大きい値となった。ケース1と比較すると、最大応答変位において1質点系モデルでは約 9%, モデルA, B では 30%程度大きい値となった。なお、ケース1 同様、橋桁剛性の影響は小さかった。

以上のように、比較的単純な仮定で橋脚自重を考慮した1質点系モデルにより、多質点系モデルと整合する解析結果が得られた。しかし、両モデルの最大応答変位値にはかなり大きな差異が見られる。後述するように、鉄筋降伏を迎える接線剛性がかなり低い領域にまで、橋脚の塑性化は進んでいる。そのため、橋脚断面一定

という単純な仮定を用いて求めた1質点系モデルの質点質量の誤差により、変位量が敏感に変化したと考えられる。

7.3 橋桁高さのみ考慮（ケース3）

対象橋梁の桁高が 1.22m であることから、 $a = 0.61\text{m}$ として解析を行った。1質点系モデルでは、橋脚高さ $l = 8.4\text{m}$ より $8.17 \times 10^4 \text{ kg}$ を上部工質量に付加し、 $8.317 \times 10^5 \text{ kg}$ を質点質量とした。多質点系モデルでは、橋桁、橋脚間に長さ 0.61 m の剛体要素を挿入したモデルを用いた。解析結果を表-4に示す。

固有振動数は、1質点系モデルにおいては 2.960Hz、多質点系モデルにおいては 2.85Hz 程度となり、ばらつきが見られた。一般化質量はモデルA, B それぞれ $8.35 \times 10^5 \text{ kg}$, $8.43 \times 10^5 \text{ kg}$ となり、1質点系モデルの質点質量にほぼ等しかった。1質点系モデルにおける最大応答変位は 3.590cm、モデルA, B ではそれぞれ 3.655cm, 3.710cm、1質点系モデルより 2, 3%大きい値となった。ケース1と比較すると、最大応答変位において1質点系モデルでは約 7%，モデルA, B では双方とも約 6%大きい値となった。

1質点系モデルと多質点系モデルの差異はケース2に比べ小さく、単純な仮定でも橋桁高さをうまく考慮できると考えられる。

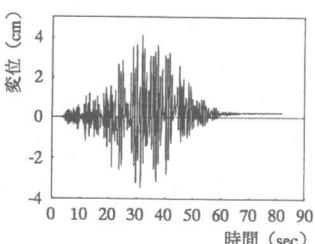


図-8 1質点系モデルの時刻歴応答

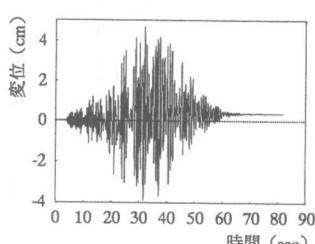


図-9 モデルAの時刻歴応答

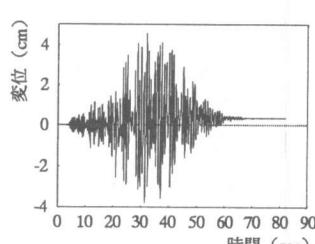


図-10 モデルBの時刻歴応答

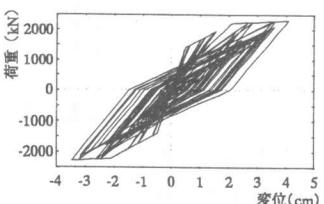


図-11 1質点系モデルの荷重変位履歴

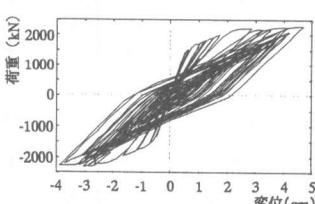


図-12 モデルAの荷重変位履歴

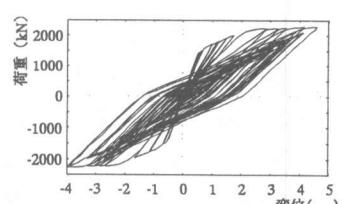


図-13 モデルBの荷重変位履歴

7.4 橋脚自重、桁高さ両方考慮（ケース4）

最も現実に近いケース4においては、ケース2、3で用いた $9.20 \times 10^4 \text{kg}$, $8.17 \times 10^4 \text{kg}$ を上部工質量に付加した $9.237 \times 10^5 \text{kg}$ を、1質点系モデルの質点質量とした。多質点系モデルでは、橋脚自重、橋桁高さ両方を考慮した要素を用いた。解析結果を表-5に示す。

固有振動数は、1質点系モデルにおいては 2.809Hz 、多質点系モデルにおいては約 2.7Hz となり、ばらつきが見られた。一般化質量は、モデルA、Bそれぞれ $9.54 \times 10^5 \text{kg}$, $9.63 \times 10^5 \text{kg}$ となり、1質点系モデルの質点質量より4%程度大きい値となった。1質点系モデルにおける最大応答変位は 4.080cm 、モデルA、Bでは 4.686cm , 4.604cm 、1質点系モデルより15%程度大きい値となった。モデルA、Bを比較すると、モデルBの方が若干小さく、橋桁剛性の影響が見受けられる。ケース1と比較すると、最大応答変位において1質点系モデルでは約22%、モデルA、Bでは35%程度大きい値となった。

ケース4の時刻歴応答を図-8～10に、荷重変位履歴を図-11～13に示す。1質点系モデル、モデルA、Bいずれも地震加速度と同じように30秒付近で最大に至り、60秒付近から揺れが収まっている。また、鉄筋降伏変位 2.1cm に至っているが、終局変位 9.06cm には達していない。図に示していない他ケースも同様である。

1質点系モデルと多質点系モデルの結果は整合的であるが、両モデルの最大応答変位値にはかなり大きな差異が見られる。ケース2と同様、接線剛性がかなり低い領域にまで橋脚の塑性化は進んでいるため、1質点系モデルの質点質量の誤差により、変位量が敏感に変化したと考えられる。

8. 橋梁形状が左右非対称の場合の解析結果

本研究で対象とした橋梁では、橋脚を中心軸に左右対称な構造となっている。しかし、複数の橋脚を持つ連続桁橋では支承条件によって、図-14に示すような橋桁が片側に長く張り出した左右非対称な構造形態となる場合がある。その

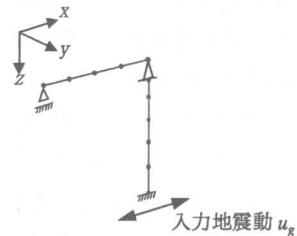


図-14 左右非対称な橋梁モデル

表-6 ケース1による結果

解析手法	1質点系モデル	多質点系モデル	
		モデルa	モデルb
質点質量(kg)	7.5×10^5		
一般化質量(kg)		7.51×10^5	7.70×10^5
固有振動数(Hz)	3.117	3.174	3.096
最大応答変位(cm)	3.357	3.513	3.598

表-7 ケース2による結果

解析手法	1質点系モデル	多質点系モデル	
		モデルa	モデルb
質点質量(kg)	8.42×10^5		
一般化質量(kg)		8.86×10^5	8.94×10^5
固有振動数(Hz)	2.942	2.936	2.882
最大応答変位(cm)	3.650	4.442	4.437

表-8 ケース3による結果

解析手法	1質点系モデル	多質点系モデル	
		モデルa	モデルb
質点質量(kg)	8.317×10^5		
一般化質量(kg)		8.35×10^5	8.49×10^5
固有振動数(Hz)	2.960	2.862	2.804
最大応答変位(cm)	3.590	3.655	3.748

表-9 ケース4による結果

解析手法	1質点系モデル	多質点系モデル	
		モデルa	モデルb
質点質量(kg)	9.237×10^5		
一般化質量(kg)		9.54×10^5	9.63×10^5
固有振動数(Hz)	2.809	2.686	2.644
最大応答変位(cm)	4.080	4.628	4.682

場合、橋桁の剛性は比較的低くなり、橋軸方向の地震に対する橋桁の伸び振動が無視できなくなる。こうした橋梁形状の影響を考慮できない1質点系モデルと考慮できる多質点系モデルでどのような違いが見られるかを調べるために、1質点系モデルと橋桁を剛体とした多質点系モデル（モデルa）、実際の橋桁剛性をもたせた多質点系モデル（モデルb）を用いて、解析結果の比較を行なった。なお、上部工総質量、橋脚特性等の基本条件は7.と同様とした。

8.1 上部工質量のみ考慮（ケース1）

解析結果を表-6に示す。固有振動数はモデルa, bとともに3.1Hz前後となった。一般化質量はモデルa, bそれぞれ $7.51 \times 10^5 \text{kg}$, $9.58 \times 10^5 \text{kg}$ となり、モデルbにおいて1質点系モデルの質点質量より約 $2.0 \times 10^4 \text{kg}$ 大きい値となった。モデルa, bにおける最大応答変位はそれぞれ3.513cm, 3.598cm, 1質点系モデルに比べ5%程度大きい値となった。

モデルbの最大応答を、橋梁形状が左右対称なケース（表-2）のモデルBの値と比較すると、3%程度大きかった。理論的には同等のモデルaとモデルAの最大応答に差異が生じているのは、数値解析上の問題と考えられる。

8.2 橋脚自重の考慮（ケース2）

解析結果を表-7に示す。固有振動数はモデルa, bとともに2.9Hz前後となった。一般化質量はモデルa, bでそれぞれ $8.86 \times 10^5 \text{kg}$, $8.94 \times 10^5 \text{kg}$ となり、1質点系モデルの質点質量より3~ $5 \times 10^4 \text{kg}$ 大きい。モデルa, bにおける最大応答変位はそれぞれ4.442cm, 4.437cm, 1質点系モデルに比べ約22%大きい値となった。ケース1と比較すると、モデルaでは約26%, モデルbでは約23%大きかった。

モデルbの最大応答を、左右対称なモデルB（表-3）の値と比較すると、若干大きな応答となっているが、その差は1%未満であった。

8.3 橋桁高さの考慮（ケース3）

解析結果を表-8に示す。固有振動数はモデルa, bとともに2.85Hz前後となった。一般化質量はモデルa, bそれぞれ $8.35 \times 10^5 \text{kg}$, $8.43 \times 10^5 \text{kg}$ となり、モデルbにおいて1質点系モデルの質点質量より約 $1.0 \times 10^4 \text{kg}$ 大きい。モデルa, bにおける最大応答変位はそれぞれ3.655cm, 3.748cm, 1質点系モデルに比べ2~4%大きい値となった。ケース1と比較すると、最大応答変位において、モデルa, bともに約4%大きかった。

モデルbの最大応答を、左右対称なモデルB（表-4）の値と比較すると、1%程度大きい値と

なった。

8.4 橋脚自重、桁高さ両方考慮（ケース4）

解析結果を表-9に示す。固有振動数はモデルa, bとともに約2.7Hzとなった。一般化質量はモデルa, bそれぞれ $9.54 \times 10^5 \text{kg}$, $9.58 \times 10^5 \text{kg}$ となり、1質点系モデルの質点質量より約 $3.0 \times 10^4 \text{kg}$ 大きい。モデルa, bにおける最大応答変位は4.628cm, 4.682cm, 1質点系モデルに比べ約13~15%大きかった。ケース1と比較すると最大応答変位において、モデルa, bともに30%程度大きい値となった。

モデルbの最大応答を、左右対称なモデルB（表-5）の値と比較すると、2%程度大きい値となつた。

9. 結論

(1) 1質点系モデルにおいて橋脚自重や橋桁高さを単純な仮定により考慮することで、実際的な応答を示す3次元多質点系モデルと整合する結果が得られることが分かった。ただし、橋脚自重については比較的大きな誤差が生じており、本研究で扱ったような橋桁の断面変化が大きい場合にはそれを考慮に入れる必要があると考えられる。

(2) 橋梁形状が左右非対称の場合、3次元多質点系モデルにおいて、結果に差が生じることが分かった。構造的な条件にもよるが、1質点系モデルの適用には十分な注意が必要であると考えられる。

参考文献

- 1) 土木学会「耐震基準基本問題検討会議」：土木構造物の耐震基準等に関する提言，1995.
- 2) 杉浦弘治, 岩本政巳, 梅原秀哲：コンクリート橋の地震応答解析におけるモデル化の影響, 土木学会第52回学術講演概要集第5部, pp570-571, 1997.
- 3) R.Park, T.Paulay : *Reinforced Concrete Structures*, Wiley-Interscience Publication
- 4) 名古屋市防災地震対策専門委員会：橋梁の地震被害検討用加速度波形
- 5) 小坪清真：土木振動学, 森北出版, 1973.